aude
Wiſſenſchaften
745.

App Mil. 113 Robins

R

Neue Grundſätze
der
ARTILLERIE
enthaltend
die Beſtimmung der Gewalt des Pulvers
nebſt
einer Unterſuchung
über den Unterſcheid des Wiederſtands der Luft in ſchnellen und
langſamen Bewegungen

---

aus dem Engliſchen des Hrn. Benjamin Robins
überſetzt und mit den nöthigen Erläuterungen und
vielen Anmerkungen verſehen
von

Leonhard Euler
Königlichem Profeſſor in Berlin.

Berlin bey A. Haude
Königl. und der Academie der Wiſſenſchaften
privil. Buchhändler. 1745.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Die Artillerie iſt ſchon von langer Zeit her als ein Theil der Mathematic angeſehen worden, indem dieſelbe ohne eine hinlängliche Erkenntniß der Arithmetic und Geometrie nicht abgehandelt werden kann. Was zwar die Zubereitung des Pulvers betrifft, daher die Artillerie ihren Urſprung genommen, ſo läuft dieſelbe vielmehr in die Chymie, als in die Mathematic: will man aber von der Urſache der erſtaunenswürdigen Kraft, womit das Pulver begabet iſt, Nachricht haben, ſo muß man die Natur-Wiſſenſchaft zu Rathe ziehen. Ungeachtet aber die eigentliche Beſtimmung der Kraft, welche die Wirkungen des Pulvers hervorbringt, zur Mathematic gehöret; ſo erfordert dieſelbe doch eine ſo weitläuftige Erkenntniß der höhern Geometrie und Mechanic, daß man genöthigt iſt, dieſelbe in den Anfangs-Gründen dieſer Wiſſenſchaft völlig mit Stillſchweigen zu übergehen. Die Beſchreibung der verſchiedenen Feuer-Maſchinen, welche in der Artillerie vorkommen, ſcheint auch nur in ſo fern mit den mathematiſchen Wiſſenſchaften eine Verwandtſchaft zu haben, als darinne die Verhältniß der verſchiedenen Vermiſchungen betrachtet wird. Da ſich nun dieſe auf die bloße Erfahrung gründen, die Mathematic aber eine ſolche Wiſſenſchaft iſt, welche nicht nur in einem jeglichen Fall die Verhältniſſe anzeigt, ſondern

auch den Grund, worauf dieſelben beruhen, aus der Natur der Sache ſelbſt beſtimmet; ſo iſt klar, daß man ſich aus der gewöhnlichen Verknüpfung der Artillerie mit der Mathematic in dieſem Stücke nicht viel Vortheil verſprechen könne. Eine gleiche Bewandniß hat es auch mit der Beſchreibung der verſchiedenen Arten von Stücken, Canonen und andern Schieß-Maſchinen, von welchen gemeiniglich nur die Proportion ihrer Theile, wornach dieſelben verfertigt zu werden pflegen, angezeigt wird, ohne ſich um die Urſachen zu bekümmern, warum dieſelben ſo, und nicht anders, angenommen worden. Die Erklärung und Einrichtung des Caliber Maaßſtabes ſcheinet alſo hierbey das einige zu ſeyn, wozu eine Erkenntniß der Arithmetic und Geometrie erfordert wird, als welche ſich auf die Cubiſche Verhältniß, und die Ausziehung der Cubic-Wurzel gründet. Inſonderheit muß zwar die Mathematic zu Hülfe genommen werden, wenn man den Weg, welchen eine Bombe oder Stück-Kugel in der Luft beſchreibet, beſtimmen will; man nimmt aber gemeiniglich an, daß dieſe krumme Linie eine Parabel ſey, und pflegt aus den Eigenſchaften derſelben auszurechnen, wie weit in einem ieglichen Bogenſchuſſe die Kugel reichen müſſe. Dieſes würde ſeine Richtigkeit haben, wenn die Kugel in ihrer Bewegung keinen Wiederſtand litte: da aber der

Wiederſtand der Luft bey ſo ſchnellen Bewegungen ſehr merklich iſt, ſo weicht auch dieſelbe Linie, welche von einer Stück-Kugel beſchrieben wird, ſehr ſtark von einer Parabel ab. Und aus eben dieſer Urſache hält auch derjenige Winkel, unter welchem eine Kugel am weiteſten geſchoſſen wird, nicht 45 Grad, wie man gemeiniglich glaubt, ſondern etwas weniger. Wenn man aber die Natur derjenigen krummen Linie, nach welcher ſich eine Canonen-Kugel in der That beweget, unterſuchen will, ſo kann ſolches ohne die höhere Mathematic keinesweges geſchehen.

Hieraus iſt alſo klar, daß der Vortheil, welchen man bißher in der Artillerie aus der Mathematic gezogen, ſehr geringe iſt, und daß eine gemeine Erkenntniß der Mathematic, wie ſolche in den gewöhnlichen Anfangs-Gründen erkläret zu werden pflegt, keinesweges hinlänglich iſt, in der Artillerie denjenigen Nutzen zu ſchaffen, welchen man ſich ſonſten von dieſer Wiſſenſchafft verſpricht. Wenn man aber die höhere Mathematic zu Hülfe nimmt, ſo iſt man im Stande, ſo wohl die wahre Kraft des Pulvers, als die wahre Bewegung der Kugeln, auf das genauſte zu beſtimmen: und da auf dieſen zweyen Puncten die fürnehmſte Wiſſenſchafft der Artillerie beruhet, ſo können daraus auch die übrigen dahin gehörigen Stücke auf eine gründliche Art erkläret, und in ihr völliges Licht

geſetzet werden. Ja wenn auch gleich ein bloſſer Mathematicus aus Mangel einer hinlänglichen Erfahrung nicht im Stande iſt, aus dieſer Erkenntniß allen Nutzen zu ziehen, ſo iſt doch kein Zweifel, ein erfahrner Artilleriſt werde dieſen Abgang leicht erſetzen, und eine ſolche ihm mitgetheilte Erkenntniß in allen Umſtänden mit Vortheil anzuwenden wiſſen.

Man pflegt gemeiniglich in den Gedanken zu ſtehen, als wenn die höhere Mathematic bloß allein in ſolchen ſubtilen Speculationen beſtünde, aus welchen man nicht den geringſten Nutzen hoffen könnte: und daß man alle Vortheile, welche man dieſer Wiſſenſchaft nicht abſprechen kann, nur allein den niedrigen und ſchon genugſam bekannten Theilen der Mathematic zu dancken habe. Allein dasjenige, was in Anſehung der Artillerie angeführet worden, iſt ſchon hinreichend, dieſes Vorurtheil völlig zu heben: ja man kann ſo gar mit dem gröſten Recht behaupten, daß keine Wiſſenſchaft mit der Mathematic verknüpfet iſt, welche nicht, wenn ſie gründlich ausgeführet werden ſoll, die ſo genannte höhere Mathematic erfordere. Es finden ſich ſo gar auch öfters die Gränzen dieſer Wiſſenſchafft noch nicht einmahl genugſam erweitert, um alle Umſtände gehöriger maßen erklären zu köñen.

Um dieſes deutlicher darzuthun, und dadurch den faſt allgemeinen Vorwurf, welcher gegen die

höhere

höhere Mathematic gemacht zu werden pflegt, aus dem Wege zu räumen, ſo wollen wir die fürnehmſten practiſchen Theile der Mathematic etwas genauer in Betrachtung ziehen.

In der Mechanic, welche in Erklärung und Beſtimmung der Bewegung der Körper beſtehet, kommen nicht nur die ſchwehrſten Fragen vor, welche ohne eine ſehr tiefe Einſicht in die höhere Mathematic unmöglich erörtert werden können: ſondern es findet ſich darinne keine einzige Maſchine, deren Würkung ohne eine ſolche Erkenntniß vollſtändig erkläret werden könnte. Was darinn insgemein von den Maſchinen vorgebracht wird, gehet nur auf die Einrichtung derſelben überhaupt, und man pflegt gemeiniglich dabey nicht mehr als das Gleichgewicht zwiſchen der Kraft, und dem Wiederſtand der Laſt, anzuzeigen. Da aber die Laſt nicht nur im Gleichgewicht erhalten, ſondern auch in Bewegung geſetzt werden ſoll; ſo muß die Kraft der Laſt überlegen, und alſo gröſſer ſeyn, als zu Erhaltung des Gleichgewichts erfordert wird. Wie nun in dieſem Fall die Bewegung beſchaffen ſeyn, und mit was für einer Geſchwindigkeit die Laſt beweget werden müſſe, davon findet man nicht ein Wort in den gemeinen Abhandlungen der Maſchinen; ungeachtet hierauf die Haupt-Abſicht und der Nutzen aller Maſchinen beruhet. Dieſes iſt die fürnehmſte Urſache, warum

um man ſich faſt auf keine auf dem Papier entworfene Maſchine verlaſſen kan, ehe man davon eine würkliche Probe geſehen. Die gemeine Erkenntniß der Mathematic iſt nun keinesweges hinreichend, dieſem Mangel abzuhelfen: ſondern wenn man die würkliche Bewegung ſo gar nur in den einfachen Maſchinen beſtimmen will, ſo iſt man nicht im Stande, ſolches ohne die Infinitesimal-Rechnung zu verrichten, und es können ſich öfters bey den gemeineſten Maſchinen ſolche Umſtände ereignen, zu deren Erklärung eine noch weit gröſſere Erweiterung der höheren Mathematic erfordert wird. Hierinne beſtehet aber die vollſtändige Erkenntniß aller Maſchinen, deren Nutzen folglich von Niemand in Zweifel gezogen werden kan, und gegen welche dasjenige, was davon insgemein vorgebracht wird, für nichts zu rechnen iſt. Wenn man hergegen im Stande iſt, für eine jegliche entworfene Maſchine aus der Einrichtung derſelben, und der Gröſſe der Kraft, die würkliche Bewegung der Laſt zu beſtimmen: ſo kann man daraus leicht durch Hülfe der höhern Mathematic eine jede Maſchine zu dem höchſten Grad der Vollkommenheit bringen. Denn da man für einen jeden Fall, wenn die Kraft und Laſt gegeben wird, immer unendlich vielerley Maſchinen erdenken kan, durch deren Hülfe die Laſt von der Kraft beweget wird; ſo beſtehet die wichtigſte Frage darinne,

inne, wie man unter allen dieſen Maſchinen diejenige ausfündig machen ſoll, vermittelſt welcher die Laſt am geſchwindeſten beweget werde. Dieſe Frage kann aber ohne die ſo genannte höhere Mathematic unmöglich aufgelöſet werden.

Wie unvollſtändig die Abhandlung der Hydroſtatic und Hydraulic ſey, welche nur auf die gemeinen Theile der Mathematic gegründet iſt, wird ein jeder leicht erfahren, welcher ſich nur den leichteſten Fall deutlich zuerklären bemühet. Denn die Bewegung der flüßigen Körper iſt eine von den ſchwereſten und verwirrteſten Materien, welche in der Mathematic und Phyſic immer vorkommen können, und mit einer gemeinen Erkentniß der Mathematic iſt darinne nicht das geringſte auszurichten. Die berühmten Herren Bernoulli ſind die erſten geweſen, welche dieſe ſo dunkle Materie auf eine gründliche Art abgehandelt haben. Der Hr. Prof. Daniel Bernoulli in Baſel hat darüber zu erſt ſein unvergleichliches Werk unter dem Titul der Hydrodynamic herausgegeben, worinne er durch die ſubtilſten Rechnungen ſo wohl die Kräfte, als die Bewegungen der flüßigen Cörper, ſo gründlich beſtimmet, daß allenthalben die ſchönſte Uebereinſtimmung mit der Erfahrung hervorleuchtet. Er hat ſich hierzu meiſtentheils des Grundſatzes der Erhaltung der lebendigen Kräfte bedient: allein ſein Herr Vater hat hernach

Mittel gefunden, alle dieſe Beſtimmungen aus den erſten Gründen der Bewegung herzuleiten, wie ſo wohl aus aus ſeinen Werken, welche kürzlich zuſammen gedruckt heraus gekommen, als aus dem 9ten Tomo der Comment. der Petersburgiſchen Academie erhellet. Wer dieſe Werke nur obenhin anſieht, wird bald überführt werden, daß in dieſer Wiſſenſchafft ohne die höhere Mathematic nicht das allergeringſte beſtimmt werden kann.

Seit dem die Aſtronomie auf den gegenwärtigen Grad der Vollkommenheit gebracht worden, ſo iſt die höhere Mathematic dazu ganz und gar unentbehrlich: denn ohne dieſelbe können die Bewegungen der Planeten und Cometen unmöglich beſtimmet werden. Inſonderheit aber reichet uns der Mond die allerdeutlichſte Probe von der Nothwendigkeit der höheren Mathematic in der Aſtronomie dar. Die Geſetze, nach welchen ſich ſeine Bewegung richtet, ſind offenbar, und es kommt nur darauf an, daß man aus dieſen Geſetzen die würkliche Bewegung des Mondes beſtimme. Hierzu wird nun nicht nur die tiefſte Erkenntniß der Infiniteſimal-Rechnung erfordert, ſondern ſo hoch dieſelbe auch bey jetziger Zeit gebracht zu ſeyn ſcheinet, ſo iſt dieſelbe doch noch bey weitem nicht hinlänglich, alle Veränderungen der Bewegung dieſes Planeten auf

das

das genaueſte zu beſtimmen. Alles, was bisher darüber zum Vorſchein gekommen, beſtehet nur allein in Näherungen, und wir können uns keine vollkommenere Erkentniß davon verſprechen, ehe und bevor die höhere Mathematic auf einen weit höheren Grad wird getrieben worden ſeyn.

Hieraus folget alſo ganz deutlich, daß der Nutzen der Mathematic keines weges in den gemeinen Theilen derſelben beſtehe, als deren Gebrauch ſich nicht ſonderlich weit erſtrecket; ſondern daß man der höheren Mathematic meiſtentheils allein alle diejenigen Vortheile zu danken habe, welche man von dieſer Wiſſenſchaft theils ſchon würklich erhalten, theils aber noch zu erwarten hat. Es iſt alſo ſo fern, daß man dieſe Unterſuchungen zu weit treiben könnte, daß man vielmehr die wichtigſten Vortheile nicht eher zu erreichen vermögend iſt, als bis man noch ſehr groſſe Erweiterungen und Entdeckungen darinne wird gemacht haben. Aus dem gegenwärtigen Werke von der Artillerie, welches wegen der darinne enthaltenen fürtrefflichen und nützlichen Entdeckungen einen allgemeinen Beyfall gefunden, wird genugſam erhellen, daß der Verfaſſer unmöglich ſo weit gekommen ſeyn würde, wenn ihm nicht die höhere Mathematic dazu den Weg gebahnet hätte; indem darinne faſt kein Satz vorkommt, welcher ohne die Infiniteſimal-Rechnung voll-

kommen erörtert werden könnte. Weil nun der Nutzen von dieſem Engliſchen Tractat nicht nur ſchon ſehr beträchlich iſt, ſondern auch ohne Zweifel noch weit höher gebracht werden kann; ſo habe ich den Vorſatz gefaſſet, dieſes Werk ins Teutſche zu überſetzen, um die darinne enthaltenen herrlichen Erfindungen deſto mehr bekannt zu machen. Da aber der Verfaſſer alles ſehr kurz zuſammen gezogen, ſo habe ich für gut befunden, nicht nur allenthalben die nöthigen Erläuterungen beyzufügen, ſondern auch einen jeglichen Satz noch weiter auszuführen, damit man ſo wohl die Gründlichkeit, als den Nutzen, deſto deutlicher einſehen möge. Ich habe mich bey dieſer Ueberſetzung einer ziemlichen Freyheit bedienet, und mehr auf die Sache ſelbſt, als auf die Worte geſehen, welches bey Werken von dieſer Art niemand übel deuten wird.

Es iſt dieſem Werk von dem Verfaſſer ein ziemlich weitläuftiger Vorbericht vorgeſetzet worden, worinne eine hiſtoriſche Nachricht von dem Urſprung und Aufnehmen ſo wohl der Fortification, als der Artillerie ertheilet wird. Dieſes dienet allem Anſehen nach fürnehmlich zu zeigen, wie wenig bißher von der wahren Theorie der Artillerie bekannt geweſen, und wie viele und wichtige Entdeckungen noch zu Verbeſſerung dieſer Wiſſenſchafft erfordert werden. Das Werk

ſelbſt

ſelbſt beſtehet aus zwey Capiteln. Im erſten wird theils die Kraft des Pulvers, theils die Geſchwindigkeit, welche dadurch einer Kugel eingedruckt wird, unterſuchet. Erſtlich weiſet der Verfaſſer durch unſtreitige Verſuche, daß die Gewalt des Pulvers in der Ausdehnungs-Kraft einer darinne eingeſchloſſenen ſubtilen Materie, welche durch die Entzündung in Freyheit geſetzt wird, beſtehe. Hernach unterſuchet er, wie groß dieſe Kraft ſey, und nach was für Geſetzen dieſelbe abnehme, indem ſich die ſubtile Materie je länger je mehr ausdehnet. Er zeiget auch, wie viel die bey der Entzündung entſtehende Erhitzung zur Vermehrung der Kraft beytrage. Nachdem er dieſe Stücke erörtert, ſo beſtimmet er die würkliche Geſchwindigkeit, welche einer Kugel von einer gegebenen Ladung Pulver in einem gegebenen Lauf eingedruckt wird. Damit man aber von der Wahrheit dieſer Beſtimmungen deſto mehr verſichert werde, ſo beſchreibet er eine von ihm erfundene Maſchine, durch deren Hülfe die würkliche Geſchwindigkeit einer jeden Kugel beſtimmet werden kann. Dieſe durch die Erfahrung befundene Geſchwindigkeit hält er mit derjenigen, welche er aus der Gewalt des Pulvers gefunden hatte, gegen einander, und weiſet allenthalben die ſchönſte Uebereinſtimmung.

Im andern Capitel ſtellt er ſeine Unterſuchungen

gen über den Wiederſtand der Luft an, und weiſet, daß derſelbe auf ſolche ſchnelle Bewegungen weit ſtärker ſey, als man nach den bisher angenommenen Regeln immer vermuthen könnte. Hieraus beſtimmt er, wie viel eine jegliche Kugel, welche mit einer gegebenen Geſchwindigkeit in die Luft geſchoſſen wird, nach und nach von ihrer Geſchwindigkeit verliere, und bekräftiget alles dieſes beſtändig durch vielerley Erfahrungen, welche er vermittelſt ſeiner obgedachten Maſchine angeſtellet. Unterdeſſen gehet er hier nicht ſo weit, daß er die Bahn, nach welcher ſich eine Kugel in der Luft beweget, beſtimmte, ſondern er verſpricht darüber eine beſondere Abhandlung, welche aber, ſo viel uns bekannt, noch nicht zum Vorſchein gekommen.

Dieſes iſt kürzlich der Innhalt des ganzen Werks. Ungeachtet aber daſſelbe nur dieſe zwey Haupt-Stücke in ſich zu enthalten ſcheinet, ſo ſind dieſelben doch nicht nur der Grund und die Stütze der ganzen Artillerie, ſondern es ſind auch damit alle übrige Theile dieſer Kunſt dergeſtalt verknüpft, daß man dieſes Werk mit Recht als eine vollſtändige Abhandlung der ganzen Artillerie anſehen kan.

Der Autor hat beyde Capitel ferner in Sätze abgetheilet, und einem jeden ſeine Erklärung und Beweis beygefüget; bißweilen hat er auch noch zu mehrerer Erläuterung Zuſätze angehänget,

get, welche mit den von dem Ueberſetzer beygefügten Anmerkungen nicht müſſen verwechſelt werden.

Die Anmerkungen, welche auf einen jeden Satz folgen, ſind alſo nicht von dem Verfaſſer des Werks, und hätten folglich mit einer ſonderbaren Schrift gedruckt werden ſollen; da aber dieſes, theils wegen der Weitläuftigkeit dieſer Anmerkungen, theils wegen anderer Umſtände, nicht füglich hat geſchehen können: ſo iſt nöthig, hiermit den Leſer einmahl für allemahl zu erinnern, daß alles dasjenige, was ſich unter dem Titul der Anmerkungen alhier befindet, bey der Ueberſetzung beygefüget worden. In denſelben iſt man bemühet geweſen, erſtlich die von dem Autore abgehandelten Materien weitläuftiger zu erklären, und hernach auch weiter auszuführen, damit man daraus um ſo viel gröſſere Vortheile ziehen könne. Bißweilen ſind auch einige von dem Autore begangene geringe Fehler bemerket und verbeſſert worden. Im zweyten Capitel befinden ſich auch einige Anmerkungen, in welchen man die wahre Bewegung einer Kugel in der Luft zu beſtimmen geſuchet; nachdem vorher die Kraft des Wiederſtands auf eine allgemeine Formul gebracht worden. Die ganze Sache beruhet alſo nur auf der Ausführung der Rechnung; dieſe aber iſt ſo ſchwehr und verworren, daß

daß alle bißher bekannte Vortheile der Infiniteſimal-Rechnung noch nicht hinlänglich ſind, alle Schwierigkeiten zu überwinden, welches folglich einen neuen Beweis gegen diejenigen, welche der höhern Mathematic allen Nutzen abſprechen wollen, an die Hand giebt.

Vorbericht
des
Verfaſſers,
oder
Eine hiſtoriſche Nachricht von dem Urſprung und Aufnehmen der Fortification und Artillerie.

Ich war vor ungefehr einem Jahre beynahe entſchloſſen, öffentliche Vorleſungen über die Fortification und Artillerie zu halten; es fanden ſich aber einige Hinderniſſe, welche nicht nöthig ſind, hier anzuführen, ſo mich von dieſem Vorſatz zurück hielten. Als aber inzwiſchen einige Abſchriften von dem Inhalt, den ich mir vorgeſetzet hatte, in verſchiedene Hände geriethen, ſo wurde ich einiger maſſen zu gegenwärtiger Unternehmung genöthiget.

Denn da ich mir vorgenommen hatte, dieſe Abhandlung ſo vollſtändig, als mir immer möglich wäre, zu machen, ſowohl durch groſſe Modelle von den verſchiedenen Arten zu befeſtigen, und dieſelben zu attaquiren, als durch vielerley in der Erfahrung gegründete Regeln der Artillerie: ſo fand ich für nöthig, bey dieſer letztern Materie eine Unterſuchung von der Gewalt des Schieß-Pulvers, nebſt einigen Betrachtungen über den Wiederſtand der Luft, welche ich entdecket und durch die Erfahrung beſtätiget hatte, mit einzurücken. Weil nun dieſe Grundſätze in den Papieren, welche bekannt worden, ganz kurz ohne einigen Beweis vorgelegt waren, dieſelben aber noch ſtreitig ſcheinen möchten; indem ſie mit den Meynungen der meiſten, welche hierüber geſchrieben, nicht übereinſtimmen: ſo lag mir ob, etwas ausführlicher einigen Schwierigkeiten, welche dabey entſtehen könnten, zu begegnen, und die Gewißheit derſelben durch viele ungezweifelte Experimente darzuthun. Hieraus iſt alſo fürnehmlich der folgende Tractat erwachſen, worinnen die Gewalt und Würkung des Pulvers ſo genau beſtimmet iſt, daß man daraus die Geſchwindigkeit von aller Gattung Kugeln, welche geſchoſſen werden, ausrechnen, und dabey auch den ganz auſſerordentlichen Wiederſtand der Luft, welche in dergleichen ſchnellen Bewegungen weit gröſſer iſt, als man bisher geglaubet,

in einem ieglichen Fall anzeigen kann. Hieraus wird nun erhellen, daß ſowohl die erſte Geſchwindigkeit, womit eine Kugel durch volle Ladung ausgeſchoſſen wird, als auch der Weg, welchen dieſelbe in der Luft beſchreibet, von demjenigen, was bißher von den Autoribus hierüber geſagt worden, gänzlich unterſchieden ſey.

Da die fürnehmſten Unterſuchungen in den folgenden Blättern auf die Gewalt des Pulvers, und die Bewegung der Kugeln, gerichtet ſind, ſo wird es verhoffentlich dem Leſer nicht unangenehm ſeyn, einige Nachrichten von der Erfindung des Pulvers, nebſt einer kurzen Beſchreibung von dem Aufnehmen der Artillerie, und der damit verknüpften Fortification, allhier anzutreffen: und das um ſo vielmehr, da die Natur und Beſchaffenheit desjenigen, welches in dieſem Werk vorgebracht wird, nicht wenig erläutert werden wird, wenn man daſſelbe mit den hierüber vormahls gehegten Meynungen gegen einander halten kann. Und obgleich meine Haupt-Abſicht nur allein auf die Verbeſſerung der Theorie und Praxis der Artillerie gehet; ſo ſind doch die jetzigen Arten zu befeſtigen ſo genau mit der Erfindung und Anwendung der Artillerie verbunden, und es erhält von dieſen beyden Künſten gleichſam eine von der andern ihre Geſetze, daß ich vermuthe, eine kurze Nachricht von dem Urſprung und den Veränderungen der jetzigen Kriegs-Baukunſt

kunſt werde nicht unfüglich der Beſchreibung derjenigen gewaltigen Maſchinen vorgeſetzet werden, welche dazu Anlaß gegeben haben.

Was die erſte Erfindung der Bollwerke anlangt, ſo finden ſich darüber bey den Autoribus verſchiedene Meynungen, und es iſt noch nicht ausgemacht, wenn und wo dieſelben zuerſt ſind gebraucht worden. Einige haben dieſe Erfindung dem Ziſca, in Böhmen, andere aber dem Achmet Baſcha, zugeſchrieben, als welcher nach Eroberung von Otranto A. 1480. dieſe Stadt auf eine ſonderbare Art fortificiret und dabey die Bollwerke angebracht haben ſoll. (a) Dieſe Muthmaſſung findet ſich aber nur bey den neuern Schrifftſtellern. Diejenigen, welche vor hundert und mehr Jahren von der Fortification geſchrieben, ſcheinen vielmehr der Meynung zu ſeyn, daß die Bollwerke in der alten Art zu bauen nach und nach zur Vollkommenheit gebracht worden, und daß ſich niemand ins beſondere die Erfindung derſelben zueignen könne. Inſonderheit ſchreibt Paſino in dem erſten Theil ſeines Buchs die Veränderungen in der alten Fortification, und die Einführung der neuern Arten der vermehrten Gewalt der Artillerie zu, ohne zu behaupten, daß dieſelben auf einmahl, oder durch eine Perſon in Schwang ge-

(a) Man ſehe hierüber nach die Anmerkungen des Chevalier Folard über den Polybium Tom. 3. pag. 2.

gebracht worden. (b) Woraus ich ſchlieſſe, daß man in dieſem Stück, betreffend die Erfindung der Bollwerke, nicht mehr mit Gewißheit behaupten könne, als daß dieſelben bald nach dem Jahr 1500 bekannt worden. Denn A. 1546. hat Tartalea ſeine Queſiti & Inventioni diverſe heraus gegeben, allwo er in dem ſechſten Buche Meldung thut, daß, als er ſich in Verona aufgehalten, (welches einige Jahr vorher geweſen ſeyn muß) er daſelbſt einige Bollwerke von ungeheurer Gröſſe geſehen habe, deren einige ſchon zu Ende gebracht, andere aber noch in der Arbeit waren. Und auſſer dieſem befindet ſich noch in eben dieſem Buch ein Plan von Turin, welcher mit 4 Baſtionen fortificiret iſt, und derſelbe ſcheinet ſchon eine geraume Zeit vorher verfertigt zu ſeyn.

Ob wir nun gleich die Zeit, da man angefangen, die alten runden Thürme in Bollwerke zu verwandeln, nicht gewiß beſtimmen können, ſo iſt doch ſolches al-

 lem

(b) Diſcours ſur pluſieurs Points de l'Architecture de Guerre concernans les fortifications tant anciennes que modernes. Par Mr. Aurelio de Paſino Ferrarois, Architecte de tres Illuſtre Seigneur, Monſeigneur le Duc de Bouillon. Gedruckt bey Plantino 1579. Es erhellet aus einer Abſchrift von Verſen, welche dieſem Buch vorgeſetzet ſind, daß dieſer Autor die Stadt Sedan befeſtiget hat.

lem Anſehen nach nicht lange vor obgemeldeter Zeit geſchehen. Denn in eben dieſem Buche hält der Prior von Barletta, welcher ſelbſt ein Kriegsmann geweſen, die Feſtung Turin für unüberwindlich, und berichtet dabey, daß dieſes die allgemeine Meynung aller Kriegsverſtändigen geweſen. Hierbey wirft er auch die Frage auf, ob die Kunſt der Menſchen hierinne nicht ſchon den höchſten Grad der Vollkommenheit erreicht hätte? welches ein unſtreitiges Merkmahl zu ſeyn ſcheinet, daß dieſe Erfindung damahls ganz neu geweſen, und daß dieſelbe bey allen Kunſtverſtändigen Nachdenken und Bewunderung erwecket habe: dergleichen eine neue Erfindung von dieſer Art gewöhnlicher Weiſe zu verurſachen pflegt.

Die erſten Bollwerke, als die von Turin, Antwerpen, (c) und andere von gleichem Alter, waren ſehr klein, und weit von einander entfernet: denn damahls war die allgemeine Art zu attaquiren, daß man die Courtine und nicht die Bollwerke angriff. Aber nicht lange hernach wurden weit gröſſere Bollwerke eingeführet, und näher zuſammen geſetzt, als vorher üblich geweſen, wie aus der Citadell von Antwerpen erhellet, welche um das Jahr 1566. unter der Aufſicht des Duc d'Alva erbauet

(c) Antwerpen wurde fortificiret um das Jahr 1540. wie man aus dem Speckle erſieht im 1 Buch 10ten Capitel.

bauet worden, und wegen der groſſen Lobes-Erhebungen der damahligen Autoren das erſte Exempel von dieſer Verbeſſerung zu ſeyn ſcheinet.

Man kann alſo ſetzen, daß die neue Geſtalt der Kriegs-Baukunſt zu dieſer Zeit ihren Anfang genommen. Denn die meiſten heut zu Tag bekannten Verbeſſerungen ſind nicht viel mehr, als eine Ausführung ſolcher Methoden, welche innerhalb wenig Jahren von dieſer Zeit an zu rechnen gemacht worden. Denn bald nach dieſer Zeit traten ſchon verſchiedene berühmte Männer auf, als La Treille (d) Alghiſi, Marchi, Paſino, und vor allen der Speckle, (e) welcher einer von den gröſten Geiſtern war, die ſich jemahls auf dieſe Kunſt gelegt haben.

Um deſto beſſer von den Vorzügen der neuen Befeſtigungs-Arten urtheilen zu können,

(d) La Maniere de fortifier Villes, Chaſteaux, & faire autres lieux forts, mis en françois par le Seigneur Bereil François de la Treille, Commiſſaire en l'Artillerie, Lyon 1556. Dieſer Autor war, wie ich geſehen, der erſte, der die retirirten Courtinen vorgeſchlagen, welche hernach durch andere unter dem Nahmen der verſtärkten Ordnung bekannt gemacht worden.

(e) Daniel Speckle war Architect in der Stadt Straßburg, und ſtarb im Jahr 1589. Er hat ein Buch von der Fortification in deutſcher Sprache heraus gegeben, welches zu Leipzig im Jahr 1736. gedruckt iſt.

nen, ſo wird nöthig ſeyn, ſich in eine kurze Unterſuchung der verſchiedenen Manieren einzulaſſen, welche zu Bedeckung der Flanquen, und folglich zur Sicherheit des Walls gegen die feindlichen Anfälle, vorgeſchlagen werden: indem man glaubt, daß die fürnehmſte Vertheidigung einer Feſtung in den Flanquen beſtehe. Dahero gibt die Art und Weiſe, wodurch für die Sicherheit der Flanquen geſorget wird, das ſicherſte Mittel an die Hand, die Vortheile einer jeglichen Befeſtigungs-Art richtig zu beurtheilen.

Die gewöhnlichſten Mittel, dieſe Abſicht zu erhalten, ſind nun die Orillons, die Ravelins, welche vor die Courtines geſetzt werden, die halben Monds vor den Spitzen der Bollwerke, und die Contreguardes: dahero ein jegliches von dieſen Stücken ins beſondere, ſowohl in Anſehung des Alterthums, als des daher entſtehenden Nutzens, in Betrachtung gezogen zu werden verdienet.

Die Orillons ſind eben ſo alt, als die Bollwerke ſelbſt; denn man findet zu Turin und Antwerpen (wie oben gemeldet worden) niedrigere Flanquen, welche in den Bollwerken eingeſchnitten, und dabey mit ziemlich dicken Schultern verſehen worden, um dieſelben vor den Feld-Batterien zu verwahren. Ueber dieſes kommen eben dergleichen Orillons, als jetzo im Gebrauch ſind, in den Riſſen des

Paſino,

Paſino, Speckle, und anderer, häufig vor, nur mit dieſem Unterſcheid, daß die heutigen nicht ſo ſtark und maſſiv ſind, als jene. Dieſe Erfindung hat das Glück gehabt, faſt bey allen Befeſtigungs-Arten, welchen vor andern ein Vorzug gebühret, beybehalten zu werden; ungeachtet ſich derſelben Nutzen vielmehr auf den Ruff der vor Alters geleiſteten Dienſte, als auf die Vortheile, welche man noch würklich dadurch erhält, zu gründen ſcheinet. Denn bey den alten Belagerungen hatten die Belagerten die Gewohnheit, ein Retrenchement hinter der Breche zu machen, wodurch die Belagerer genöthiget wurden, ſich auf den Ruinen der Breche feſt zu ſetzen, um daſſelbe Retrenchement anzugreiffen. In dieſem Fall konnten die Canonen, welche von dem Orillon bedeckt waren, nicht unbrauchbar gemacht werden, und leiſteten folglich den Belagerten bey dieſer Gelegenheit herrliche Dienſte. Man könnte auch viele Exempel anführen, da der Feind, nachdem er ſich auf den Ruinen der Breche ſchon feſt geſetzt hatte, dergeſtalt geängſtiget worden, daß er ſich genöthiget gefunden, von ſeiner Unternehmung abzuſtehen. Weil aber jetzo dieſe Gewohnheit länger auszuhalten, nachdem die Breche formiret, und der Graben ausgefüllet worden, abgekommen, ſo hört man auch bey den jetzigen Zeiten ſelten von dergleichen Vorthei-

ken, welche man den Orillons zu danken hätte.

Die Ravelins, welche vor die Courtines geſetzt werden, (oder die halben Monds, wie dieſelben in den neuern Arten genannt zu werden pflegen,) ſollten dienen, um die Flanquen vor den Creutz-Schüſſen zu verwahren, und die Batterien, welche auf dem entgegen geſetzten Theil der Contreſcarpe aufgerichtet würden, auf eine Stelle einzuſchränken, wo dieſelben den Belagerten mehr ausgeſetzt, und ſchwehrer ſind, ſich davor zu verwahren. Dieſe Erfindung iſt gleichfals beynahe eben ſo alt, als die Befeſtigungskunſt ſelbſt, indem ſich dieſelbe in den meiſten alten Plätzen, und faſt bey allen alten Scribenten, findet, und ſeithero in den meiſten Befeſtigungs-Arten iſt beybehalten worden.

Allein die alten Autores, deren fürnehmſte Sorge auf die Sicherheit der Flanquen gerichtet war, verlieſſen ſich nicht allein auf die Vortheile, welche ſie von der letzt gedachten Erfindung erhielten. Denn obgleich durch dieſes Mittel die Batterien, ſo zur Zerſtörung der Flanquen dienen ſollen, auf einem engen Platz eingeſchränkt werden, ſo funden ſie doch, daß der Feind auf dieſem Platz mehr Raum hatte, als zu Aufrichtung ſeiner Contrebatterien erfordert würde: und um dieſer Urſache willen haben ſie noch die halben Monde vor die Spitzen der Baſtionen geſetzet. Durch dieſelben

ſuchte

ſuchte man den Grund in Beſitz zu nehmen, worauf die feindlichen Batterien gegen die Flanquen ſchon allbereit eingeſchränket worden, und dadurch dem Feind die Errichtung dieſer Batterien deſto ſchwerer zu machen. Dem ungeachtet konnte dieſe Abſicht hierdurch nicht völlig erreicht werden, und dahero hat man dieſe Manier einige Zeit aus der Acht gelaſſen.

Der Endzweck der Contreguardes, (a) welche ebenfalls ſehr alt ſind, iſt mit den itzt gemeldeten halben Monden einerley, und beſteht in Bedeckung der Flanquen, wozu dieſelben, wann ſie tüchtig angelegt werden, gantz ungemein geſchickt ſind. Denn, wenn der Feind die Flanquen miniren will, ſo muß er ſeine Contre-Batterien entweder auf der Contreguarde ſelbſt errichten, welches ihm doch, wann dieſelbe ein bequemes Profil hat, unmöglich fällt: oder er iſt genöthiget, einen Theil der Contreguarde zu demoliren, um dadurch ſeine Batterien auf der Contreſcarpe in Stand zu ſetzen, daß man die Flanque zu Geſicht bekomme; welches doch wegen der groſſen Gefahr und Schwürigkeit ein mühſeliges Werck iſt, und

(f) Paſino, deſſen wir oben Meldung gethan, maßt ſich die Erfindung der Contreguardes an, ungeachtet dieſelben nachgehends durch Speckle ſehr ſind verbeſſert worden. Denn die Contreguardes dieſes Autoris waren nicht nur vor die Baſtionen allein geſetzt, ſondern ſie umringten den gantzen Platz.

und eben ſo viel Hinderniſſe trifft er auch an, wenn er Breche ſchieſſen will.

Allein, ungeachtet der Fürtrefflichkeit dieſer Erfindung, ſo iſt dieſelbe doch in den neuern Methoden einer benachbarten Nation gäntzlich negligirt worden. Es ſind in der That zwey oder drey Plätze durch die Frantzoſen befeſtiget worden, in welchen zwar ſolche Werke, die von ihnen Contreguarden genennet werden, anzutreffen ſind; dieſelben aber haben mit denjenigen, von welchen hier die Rede iſt, nichts als den bloſſen Nahmen gemein: obgleich ihre eigene Erfahrung von der Würkung dieſer Werke bey Turin ihnen eine vortheilhafftere Meynung davon hätte beybringen ſollen. Denn ich habe letztens geſehen, daß dieſelben die Werke von alten Feſtungen mit Contreguarden von einer ſehr beträchtlichen Fronte vermehret haben, ungeachtet dieſelben vorher vor vollkommen feſte Plätze gehalten wurden.

Aus allem dieſem, was bißher geſagt worden, iſt klar, daß ſich die alten Ingenieurs die Bedeckung der Flanquen weit nachdrücklicher haben angelegen ſeyn laſſen, als ihre Nachfolger, und daß folglich die Befeſtigungs-Kunſt ihre Vollkommenheit nicht den neuern Ingenieurs zu danken habe, wie uns einige unwiſſende Schrifftſteller bereden wollen. Denn es iſt gewiß, daß die gröſte

Stärke einer Feſtung in der Sicherheit der Flanquen beſtehe, weil, wenn auch ſchon alle übrige Beſchützungs-Werke, welche den Batterien des Feindes ausgeſetzt ſind, ruiniret worden, dennoch der Feind ſich dem Haupt-Wall nicht nähern darf, ſo lange die Flanquen noch unverſehrt ſind. Und derohalben, da dieſer Umſtand von einigen der neuern Ingenieurs ſo wenig in Betrachtung gezogen worden; ſo muß man geſtehen, daß die wahren und eigentlichen Gründe dieſer Kunſt von ihnen ſehr unvollkommen begriffen worden ſind. Denn es hat ſich öffters zugetragen, daß dieſelben über einige Faden an der Länge der Flanque, Face oder Courtine, oder über einige Grade eines Winkels diſputirt, da ſie doch inzwiſchen die wichtigſte Betrachtung, welche in der Bedeckung der Flanque gegen die Batterien des Feindes beſteht, aus der Acht gelaſſen.

Dieſe Nachläßigkeit wurde bißweilen durch den Schein einiger Maximen unterſtützet, deren eine inſonderheit hierinne beſtehet, daß derjenige, welcher den Feind ſieht, auch von demſelben hinwiederum geſehen werden könne. (g) Woraus man geſchloſſen, daß wenn man von der Flanque den Feind ſehen könne, derſelbe auch von ſeinen Batterien die Flanque ruini-

(g) Dieſe Maxime wird in eben dieſer Abſicht behauptet in des Pagans Fortification, Cap. IV.

ruiniren könne. Der Fehler dieſes Schluſſes ſtecket aber hierinne, daß die Flanque, wenn ſie wohl bedeckt iſt, den Feind nicht ſehen kan, ſo lang er ſich an ſolchen Orten, wo es ihm möglich iſt, Batterien anzulegen, aufhält: ſondern alsdenn erſt, wann er auf eine ſolche Stelle angerücket iſt, da er dem hefftigſten Feuer der Flanque ausgeſetzt iſt, ohne ſich im Stande zu befinden, dieſelbe hinwiederum zu attaquiren. Als zum Exempel eine Canon, ſo nach der gemeinen Manier durch das Orillon bedecket iſt, kan von dem Feind nicht eher geſehen werden, biß er den Graben ſchon meiſtentheils paſſirt iſt, oder ſich auf der Breche feſt ſetzt, an beyden Orten aber fällt es ihm unmöglich, dagegen Contre-Batterien aufzuwerfen. Und je vollkommener das Werk iſt, welches die Flanque bedecket, je gröſſer wird auch der Platz ſeyn, worinne ſich der Feind in ſolcher Gefahr befindet.

Andere Ingenieurs haben ſich unterſtanden, dieſer Kunſt faſt alle Würkung abzuſprechen, und in dieſer Abſicht haben ſie die Gewalt der neuen Art zu attaquiren dergeſtalt erhoben, daß ſie behaupten wollen, es könne kein Platz ſo künſtlich befeſtiget werden, daß er dagegen auszuhalten vermögend wäre. Dieſe Leute ſtehen in den Gedanken, daß, wann die Contreſcarpe einmahl verlohren iſt, die gantze Feſtung ſich zugleich übergeben müſſe: und

in

in dieſer Meynung ſuchen ſie ſich durch verſchiedene Exempel von ſehr wichtigen Feſtungen zu beſtärken, welche in einer weit kürzeren Zeit, als man hätte vermuthen können, zur Uebergabe genöthiget worden ſind. Wenn dieſe Meynung richtig wäre, ſo würde der gröſte Theil der Unkoſten, ſo auf den Feſtungs-Bau gehen, ſehr übel angewandt ſeyn: indem ein einzeler Wall, nebſt einer Contreſcarpe, nicht weniger Vortheil ſchaffen würde, als die ſtärkeſte Feſtung. Wann man aber dieſe Sache recht gründlich unterſuchet, ſo wird man befinden, daß wenn eine Feſtung wohl gebauet, und rechtſchaffen vertheidiget wird, der Verluſt der Contreſcarpe noch ſehr wenig zur Uebergabe des Platzes beytrage. (h) Es hat zwar öffters die Kühnheit und Eilfertigkeit des Directeurs über die Approchen einen verzagten und unerfahrnen Commendanten in Furcht geſetzt: Wenn aber dergleichen übereilte Attaquen gegen einen Platz, darinnen ſich ein tapferer und erfahrner Officier befunden, unternommen worden, ſo hat derſelbe zuweilen daraus ſo viel

(h) In der letzten merkwürdigen Belagerung von Barcelona zog der Verluſt der Contreſcarpe (welche in einer Zeit von 14 Tagen war eingenommen worden) die Uebergabe der Stadt noch keinesweges nach ſich: ſondern der gröſte Wiederſtand fand ſich noch, nachdem der Platz ſchon durch viele Brechen eröffnet worden.

viel Vortheil zu ziehen gewuſt, daß ſolche unzeitige Angriffe zum gröſten Schaden der Belagerer ausgeſchlagen. Auf dieſe Weiſe ſind öffters die leichteſten Unternehmungen unmöglich gemacht worden; und die Abſicht etliche Tage zu gewinnen, hat manchmahl die gantze Entrepriſe zu nichte gemacht (i).

Auſſer dieſen Erfindungen, um die Flanquen zu bedecken, davon hier ſchon Meldung geſchehen, ſind noch andere von einer gantz andern Natur in Vorſchlag gebracht worden; welche aber wegen ihrer ſonderbaren Beſchaffenheit nicht ſonderlich in Betrachtung gekommen. Dergleichen iſt die Errichtung einer Linie, welche durch den Graben von der Spitze des Bollwerks biß zum gegenüber ſtehenden Winkel der Contreſcarpe gezogen werden ſoll. Dieſer Vorſchlag findet ſich in den Memoires

(i) Verſchiedene Exempel von dergleichen Schwierigkeiten und Gefährlichkeiten, denen die Alliirten im letzten Kriege in Flandern öffters ausgeſetzt gewesen, ſind beſchrieben von Landsberg, welcher damals als Ingenieur in Holländiſchen Dienſten geſtanden. Dieſe Zufälle kamen ſeiner Meynung nach insgeſammt von den Vorurtheilen der Anführer her, welche, unter dem Vorwand die Sache zu beſchleunigen, die Fronts von ihren Attaquen zuſammen gezogen, und dadurch öffters des Feindes Werke in ihrem Rücken gelaſſen, welches ihren weitern Fortgang faſt unmöglich gemacht.

Memoires des Generals Montecuccoli, als ein ſolches Mittel, welches weit wenigern Schwierigkeiten unterworfen ſeyn ſoll, als dem erſten Anblick nach ſcheinen möchte. (k) Allein, ungeachtet eine ſolcher geſtalt aufgeführte Linie die Flanque vor dem Geſicht der gegenüber auf der Contreſcarpe errichteten Batterien ohne Zweifel bedecket, und dieſelbe auch an ſich ſelbſt ſehr wohl vertheidiget werden kann; ſo habe ich doch nimmer gehört, daß man ſich derſelben würklich bedienet hätte.

Ein anderes Mittel, die Flanque zu verſichern, beſteht darinne, daß man den einwärts lauffenden Winkel der Contreſcarpe, oder des Ravelins, zwiſchen die Flanque und die Contre-Batterien ſetzt. Dieſe Manier iſt bey Errard von Barleduc beſchrieben, (l) und ſoll eine Erfindung des Grafen von Lynar ſeyn. Und obgleich einige Autores, welche die hieraus erwachſenden Vortheile nicht einſehen, keinesweges gutheiſſen wollen, daß ein

(k) Man ſehe nach Memorie del General Principe di Montecuccoli pag. 16.

(l) La Fortification demontrée Livr. III. Chap. 2. Auſſer dieſer hier gemeldeten Invention findet ſich bey dieſem Autore der Vorſchlag, eine Gallerie unter dem bedeckten Wege mit Oeffnungen in den Graben anzubringen, welcher bey Tournay ins Werk gerichtet worden; vollſtändiger aber zu Bergen-op-Zoom. Livr. IV. Ch. 7.

ein Theil des Grabens von der Flanque verborgen ſeyn ſoll, welcher Umſtand ſich bey dieſem Vorſchlag nothwendig ereignet; ſo haben doch die gröſten Männer, welche ſich jemahls auf dieſe Kunſt gelegt, dieſe Manier angenommen, und ihrer Nachfolge gewürdiget. Die berühmte Feſtung Bergen-op-Zoom hat auch würklich ihre Flanquen zum Theil auf dieſe Art bedecket.

In einem guten Grunde aber kann man zu einer ſo kräftigen Defenſion gelangen, welche die bißher gemeldeten weit übertrifft: und dieſes geſchieht durch Hülfe der Contremines. Denn geſetzt, daß die Fortification eines Platzes nicht mehr Stärke hat, als erfordert wird, den Feind zu nöthigen, ſeine Batterien biß an das Glacis zu bringen, wann er entweder Breche ſchieſſen, oder die Flanque ruiniren will, (wozu ein gutes Profil, ſammt einem Ravelin vor der Courtine, hinreichend ſeyn kan) wann nur der Grund biß auf eine ziemliche Tiefe vom Waſſer frey iſt: ſo ſind die Belagerten immer im Stande, durch ihre Minen die Batterien des Feindes zu ruiniren, welches nach der Tiefe des Grundes zu mehrmahlen wiederholt werden kan. Denn da dieſe Batterien, wie man ſupponirt, auf einer Stelle angelegt werden, ſo können ſich die Belagerten darauf allzeit zum voraus gefaßt machen, und erhalten dadurch einen

unend-

unendlich groſſen Vortheil über den Feind, wann ſich derſelbe unterſtehen ſollte, dieſelben auszugraben; welches doch bey ſolchen Umſtänden ſeine einige Zuflucht ſeyn würde.

Die erſte vortheilhafte Anwendung der Minen in Belagerungen geſchahe in dem Königreich Neapolis, allwo Petrus de Navarra ſich durch dieſes Mittel einer Feſtung bemeiſterte, welche Frantzöſiſche Beſatzung hatte. Von den Minen aber, wodurch die Belagerten dem Feinde Schaden zugefügt, finden ſich die erſten berühmten Exempel bey der Belagerung von Candia A. 1666. 67. und 68. Nicht, als wann dieſelben nicht ſchon offt bey Vertheidigung der Plätze vorher wären gebraucht worden, obgleich auf keine ſo merkwürdige Art; ſondern weil ſich die Stadt Candia hauptſächlich durch Hülfe dieſer Erfindung gegen die türckiſche Macht drey Jahr lang gehalten. Nach dieſer Zeit hat man angefangen, die Vortheile der Contreminen beſſer einzuſehen. Das letzte merkwürdige Exempel von ihrem groſſen Nutzen findet ſich in der Vertheidigung der Stadt Turin A. 1706. Denn dadurch wurden die Unternehmungen der Feinde dergeſtalt gehemmet, daß ſie bey nahe 4 Monathe nach Eröffnung der Trenchéen nicht mehr als die Contreſcarpe in Beſitz bekommen: und eben damahls wurden ihnen 11. Canonen von den Belagerten in die

Luft geſprengt, nur 3 oder 4 Tag vorher, ehe der Platz entſetzt worden.

Ehe ich dieſe Materie ſchlieſſe, kan ich nicht umhin, von den groſſen Verbeſſerungen der Minen Erwehnung zu thun, welche ſich in der unvergleichlichen Abhandlung, ſo in dem dritten Buch des Frantzöſiſchen Polybii beygefüget worden, befinden. (m) Denn es kan nichts vollſtändiger ſeyn, als die Manier, wornach die verſchiedenen Arten der Minen eingetheilet worden. In der That kan zwar die Form der Aushöhlung, welche daſelbſt angezeigt wird, nicht ſo genau beobachtet werden, wie der Autor ſcheinet zu erfordern; inzwiſchen hat dieſer Einwurf mit der allgemeinen Anordnung der Kammern nichts zu thun, als welche ungemein wohl ausgeſonnen iſt, theils zu Erſpahrung des Grundes, theils auch zu Beſchädigung des Feindes.

Ich habe ſchon einige Nachricht ertheilet von den Mängeln, ſo ſich meiſtentheils in den Schriften derjenigen neuen Ingenieurs, welche neue Befeſtigungs-Arten herfür bringen wollen, befinden. Indem ich aber von dieſen Autoribus und ihren Nachfolgern ſpreche, ſo muß ich zugleich die ausnehmenden Verdienſte des groſſen Coehoorns erheben, welcher

(m) In der Vorrede wird geſagt, daß dieſe Abhandlung von Mſ. de Valiere Marechal des Camps und Capitaine General des Mines komme.

cher auſſer Zweifel der tüchtigſte Ingenieur geweſen, den die Welt jemahls geſehen. Dieſer Autor hat zwey Bücher über dieſe Materie heraus gegeben. Das erſte enthält eine Methode, ein Fünfeck zu befeſtigen, welchem ein Vorſchlag beygefüget iſt, die Fortification von Coevoerden zu verbeſſern. In dem andern Buche hat er drey verſchiedene Manieren zu fortificiren angegeben, deren eine auf ein 6. Eck, die andere auf ein 7. Eck, und die dritte auf ein Achteck eingerichtet iſt. Auſſer dieſem hat er noch beſchrieben, wie man diejenige Seite einer Feſtung, welche an einem Fluß gelegen, fortificiren ſoll. In dieſem Werke hat er alle mögliche Arten von Attaquen unterſucht, welche gegen die von ihm vorgeſchlagenen Feſtungen unternommen werden können, um dadurch den groſſen Vorzug ſeiner Defenſion darzuthun. Dahero dieſes Werk theils als eine Abhandlung von Attaquen und Defenſionen, theils auch als ein Syſtema von der Fortification, angeſehen werden kan: Durchgehends aber iſt dieſes das fürtrefflichſte Werk, ſo jemahls über dieſe Materie zum Vorſchein gekommen. Daſſelbe war erſtlich in niederteutſcher, als des Autoris Mutter-Sprache, beſchrieben; es iſt aber hernach ins Frantzöſiſche und Engliſche überſetzet worden, aber ſehr unvollkommen; obgleich in einer neuen Ausgabe der Frantzöſi-

ſchen Ueberſetzung, ſo neulich in Holland her-ausgekommen, viel Fehler verbeſſert, und einige ſonderbare Stellen durch den Heraus-geber, welcher den Sinn des Verfaſſers ſehr wohl begriffen zu haben ſcheinet, erläutert worden.

Inzwiſchen bin ich von ſolchen Leuten, wel-che dieſen groſſen Mann ſehr wohl gekannt haben, verſichert worden, daß ihm dieſe ſeine Bücher damahls bey weitem nicht den Vortheil und die Ehre erworben, welche er ſich daraus mit allem Recht hätte verſprechen können: ſon-dern daß er von den damahligen Ingenieurs, welche von der alten Gewohnheit keinen Fuß breit weichen wollten, vielmehr als ein uner-fahrner und einbildiſcher Mann ausgeſchrien worden. Endlich aber habe er doch alle dieſe Anfälle des Neides und der Vorurtheile durch ſeine Vertheidigung des Forts William bey Namur überwunden, als dieſer Ort von den Frantzoſen belagert worden. Nach dieſer That, wodurch ſein Ruhm befeſtiget worden, ſtieg er nach und nach zu den höchſten Kriegs-Bedie-nungen, und verewigte ſeinen Nahmen durch die Anführung der Belagerung Namurs un-ter dem König Wilhelm, und nachgehends bey Bon, Limburg, der Citadelle von Lüttich, und andern Orten. Sein Tod, welcher bey dem Anfange des letzten Krieges in Flandern erfolgte, war den Allirten ſehr fatal, wovon

faſt

faſt eine jegliche von ihnen nach A. 1707 unternommene Belagerung traurige Proben an den Tag legte.

Auſſer den Belagerungen, welche er führte, wurde er auch zu Verbeſſerung und Anlegung verſchiedener Holländiſchen Gränzfeſtungen gebraucht. Sein letztes Werk, welches er aber nicht zu Ende gebracht, war Bergen op Zoom, welches ſeinem Nahmen zur immerwährenden Ehre gereichet, ob ihn gleich noch jetzo die Tadelſucht nicht unangefochten läſſt. Denn ich habe Krieges-Leute gehört, welche an eben dieſer Feſtung ſolche Werke, welche doch zur ſtärkſten Vertheidigung dienen, als Haupt-Fehler anſehen wollen.

In Betrachtung des groſſen Ruhms, welchen der General Coehorn durch ſeine wichtige Dienſte erworben, iſt faſt nicht zu begreiffen, daß ſeine Schriften ſo wenig hervor gezogen worden. Die natürlichſte Urſache dieſer Nachläßigkeit ſcheinet wohl die Verachtung zu ſeyn, welche man insgemein gegen die Erfindungen einer benachbarten Nation heget, welche, ſo herrlich dieſelben auch ſeyn mögen, dennoch von einer andern Nation, deren Intereſſe entgegen iſt, nimmer nach Würden hoch geſchätzt werden. Dem ſey aber wie ihm wolle, ſo glaube ich doch, daß der Ruhm dieſes Autoris noch inskünftige weit höher ſteigen werde. Denn ich ſahe vor einiger Zeit, daß in

einer der beträchtlichſten Gränzfeſtungen von Frankreich ein Werk aufgerichtet wurde, welches augenſcheinlich aus den gedachten Riſſen des Coehorns genommen worden.

Uebrigens kan ich unter den neuen Autoribus von der Fortification, ohne ihrem Ruhm den geringſten Abbruch zu thun, keinen einzigen finden, welcher mit dem ietzt gemeldeten Coehoorn in gleichen Rang geſetzt zu werden verdiente. Es finden ſich zwar noch zwey berühmte Autores, welche von der Art, die Plätze zu attaquiren und zu defendiren, geſchrieben haben, welche Materie mit der Fortification auf das genauſte verknüpfet iſt, und die billig den gröſten Beyfall verdienen: ich meyne den General Goulon, und den Marechall de Vauban. Von dem erſtern haben wir einen Tractat unter dem Titul: Memoires ſur l'Attaque & la Defenſe des Places, worinne er die fürnehmſten Maximen bey dieſen Operationen ſehr deutlich ausgeführet. Von dem andern hat man ein Werk, welches er dem vorigen König in Frankreich geſchrieben præſentiret, wovon nachgehends verſchiedene Copien herum gekommen, biß daſſelbe endlich erſt vor einigen Jahren in Holland gedruckt worden. In dieſem Buche hat Mr. Vauban diejenigen Theile der Attaque, welche inſonderheit von ſeiner eigenen Erfindung ſind, ſehr umſtändlich beſchrieben: als da ſind die Batterie à ricochet

cochet, die Parallels, und eine beſondere Anlegung der Sape. Ueber dieſes hat er auch zugleich ſehr weitläuftige Anleitung zu allen übrigen nöthigen Stücken gegeben, dergeſtalt, daß man das gantze Werk, als ein würdiges Meiſterſtück der groſſen Erfahrung und Geſchicklichkeit dieſes groſſen Mannes, mit Recht anſehen kan.

Man dürfte vielleicht erwarten, daß ich mit eben ſolchen Lobes Erhebungen von der Tüchtigkeit dieſes jetzt gemeldeten Ingenieurs in der Kunſt zu fortificiren ſelbſt Meldung thun ſollte: allein da derſelbe ſelbſt über dieſen Articul nichts geſchrieben, ſo kann mich dieſes entſchuldigen, daß ich ihn unter der Liſte der Autoren von dieſer Art nicht aufführe. Wenn ich aber hierüber die Wahrheit ſagen ſoll, ſo kan ich aus allem demjenigen, was ich bißher von ſeinen Werken geſehen, nicht glauben, daß er vielmehr wegen ſeiner übrigen Gaben, als wegen der Befeſtigungs-Werke, welche er aufgeführet, æſtimiret zu werden verdiene. Denn ungeachtet ich ſeinen groſſen Verſtand und Einſicht ſehr hoch ſchätze, ſo kann ich doch nicht begreiffen, wie man ſeine Erfindungen in dieſer Kunſt mit Coehoorn nur in einige Vergleichung bringen könne.

Dieſes mag alſo genug ſeyn von dem Anfange, und den Veränderungen der neuen Kriegs-Baukunſt. Wir wollen dahero zu Erläute-

läuterung desjenigen, welches mit dem folgenden Tractat näher verbunden iſt, fortſchreiten; nehmlich zur Erfindung des Pulvers und der Artillerie, und derſelben Fortgang, nebſt den verſchiedenen Theorien, woraus dieſelben entſprungen.

Die Erfindung des Schießpulvers wird gemeiniglich einem teutſchen Mönch, Nahmens Barthold Schwartz, zugeſchrieben, welcher daſſelbe, wie man ſagt, um das Jahr 1320 erfunden haben ſoll. Der erſte Gebrauch aber in dem Kriege wird insgemein den Venetianern 1380 gegen die Genueſer zugeeignet. Dieſe beyden Meynungen aber ſind unſtreitig falſch. Denn eine dem Pulver ähnliche Vermiſchung findet ſich ſchon bey dem Rogerio Bacon, als eine ſchon damahls wohl bekannte Sache, beſchrieben, welcher beynahe 50 Jahr vor gemeldetem Schwartz gelebet; und man hat auch unwiederſprechliche Proben, daß der Gebrauch der Artillerie viel eher, als A. 1380, bekannt geweſen.

Und in der That, da die Entdeckung des Salpeters gänzlich ungewiß iſt, ſo hat man ſich auch nicht zu verwundern, daß die Erfindung des Schießpulvers eine ſo verborgene und ungewiſſe Sache ſeyn ſoll. Denn dieſe zwey Entdeckungen ſind mit einander ſo genau verbunden, daß man nicht wohl begreiffen kan,

wie

wie die erſtere lange Zeit vor der andern hätte bekannt ſeyn können.

Die Haupt-Eigenſchaft des Salpeters beſtehet in der entſetzlichen Vermehrung der Anzündungs-Kraft, welche ſich in allen verbrennlichen Materien, ſo damit vermiſchet werden, äuſſert: obgleich derſelbe allein und ohne Vermiſchung weder Feuer fängt noch brennt. Denn, wann zum Exempel der bloſſe Salpeter in einen Tiegel gethan, und in das heftigſte Feuer geſetzt wird, ſo ſchmeltzet er nur, und wird glüend, entzündet ſich aber keineswegs. So bald er aber mit einer verbrennlichen Materie, als Schwefel oder Kohlen, verſetzet wird, ſo entſteht im Augenblick eine heftige Entzündung, wodurch ein Theil des Salpeters, je nachdem mehr oder weniger verbrennliche Materie damit vermiſchet worden, verzehret wird. Eine gleiche Entzündung geſchieht, wenn man den Salpeter nur bloß ins Feuer wirfft. Nun iſt es nicht wahrſcheinlich, daß dieſe Eigenſchafft des Salpeters lange hat verborgen bleiben können, nachdem dieſe Materie ſelbſt entdecket worden. Denn, wann nur zufälliger Weiſe etwas davon ins Feuer gefallen, ſo hat ſich ſogleich ſeine erſtaunliche Kraft in Vermiſchung mit verbrennlichen Materien verrathen müſſen. Und nachdem dieſes einmahl wahrgenommen worden, ſo war es gantz natürlich und leicht, auf eine Vermiſchung

des Salpeters mit einer verbrennlichen Materie zufallen, welche alsdenn viel heftiger, als immer eine ſchon bekannte Materie loß-brennen würde. Unſer jetziges Schießpulver iſt aber nichts anders, als eine ſolche verbeſſerte und zu gröſſerer Vollkommenheit gebrachte Vermiſchung.

Wenn wir alſo, dieſes vorausgeſetzt, die Zeit beſtimmen könnten, wenn der Salpeter zuerſt bekannt worden, ſo könnte man auch ziemlich ſicher muthmaſſen, wann dergleichen Mixturen, welche unſerm Pulver gleichen, zuerſt erfunden worden. Hierüber iſt aber die allgemeine Meynung, daß der Salpeter entweder von den Arabern, oder von den neuen Griechen um das 9te Seculum entdecket worden, als welche Völker ſich mit dem gröſten Fleiß auf die Chymie und Alchymie gelegt hatten. Der Arabiſche Nahme des Salpeters ſoll auch ſo viel, als eine loßbrennende Kraft, anzeigen: und das griechiſche Feuer, welches von den letzten Griechiſchen Kayſern im Kriege gebraucht worden, wenn die demſelben von den Autoribus beygelegten Würkungen ihre Richtigkeit haben, muß nothwendig auch aus Salpeter bereitet worden ſeyn.

Einige heutige Autores wollen ſo gar behaupten, daß der Salpeter ſchon zu weit ältern Zeiten bekannt geweſen, wozu dieſelben die heut zu Tage gleiche Bedeutung der Nahmen

Nitrum

Nitrum, und Salpeter, verleitet zu haben ſcheint. Es iſt aber anjetzo bey den Chymicis eine ausgemachte Sache, daß die bey einigen Alten unter dem Nahmen Nitro erwehnte und bey dem Plinio beſchriebene Materie, ein Saltz geweſen, welches von demjenigen, ſo wir Salpeter nennen, gänzlich verſchieden iſt.

Daß aber die erſte Entdeckung des Schieß-Pulvers, oder eine demſelben ähnliche Mixtur, weit vor die Zeiten, da Schwartz und Bacon gelebet, hinaus geſetzt werden, und dahero, allem Anſehen nach, eben ſo alt, als die Kenntniß des Salpeters ſelbſt ſeyn müſſe, erhellet aus dem Bacone ſelbſt. Denn dasjenige, was er beſchreibet, war zu ſeiner Zeit keine neu erfundene Compoſition, ſondern nur eine Anwendung einer alten zum Behuf des Kriegesweſens. Und aus ſeinen eignen Worten iſt deutlich zu erſehen, (n) daß damahls ſchon eine Vermiſchung aus Salpeter und andern

(n) Bacon erzehlet, daß ein Knall gleich dem Donner, und ein Blitz, welcher den natürlichen übertreffe, durch die Kunſt hervor gebracht werden, und daß es verſchiedene Mittel gäbe, wodurch eine Stadt oder eine Armée zu Grunde gerichtet werden könne. Er ſteht auch in den Gedancken, daß Gideon auf eine ſolche Art die Midianiter überwunden habe. Nachdem er an einem andern Orte eben dieſe Dinge mit andern Worten angeführet, ſo fügt er folgendes hinzu: Et ex-

andern Materien bey den zur Luſt angeſtellten Feuerwerken üblich geweſen. Dieſes erhellet aber noch deutlicher aus einem Buche des Marci Græci, Liber Ignium genannt. (o) Denn dieſer Autor beſchreibet zwey Gattungen von Feuerwerken, eine fliegende, und eine andere, welche einen Knall von ſich giebt. Die Hülſe oder Cartuſche zu dem erſtern ſoll nach ſeiner Anweiſung lang und ſchmal ſeyn, und die Compoſition ſehr feſt zuſammen geſtoſſen werden. Die Hülſe zur andern Gattung muß kurz und dicke, an beyden Enden wohl verbunden und nur halb voll gefüllet werden. Die Compoſition, welche er zu beyden vorſchreibt, beſtehet aus zwey Pfund Kohlen, einem Pfund Schwefel, und aus 6. Pfund Salpeter,

---

Et experimentum hujus rei capimus ex hoc ludicro puerili, quod fit in multis mundi partibus, ſcilicet ut inſtrumento facto ad quantitatem pollicis humani ex violentia illius ſalis, qui Sal petræ vocatur, tam horribilis ſonus naſcitur in ruptura tam modicæ rei ſcilicet modici pergameni, quod fortis tonitrui rugitum & corruſcationem maximam ſui luminis jubar excedit.

Man beſehe des Doctor Jebbs Vorrede zu ſeiner Edition von Baconis opus majus.

(o) Dieſes iſt ein Manuſcript, welches der Doctor Mead beſitzt. Was aber hierinne gemeldet iſt, wird beſtätiget durch den Herausgeber des Baconis Opus majus in der Vorrede.

peter, welche Materien pulveriſirt und in einem ſteinern Mörſel zuſammen wohl vermiſchet werden ſollen. Dieſes muß nun eine weit ſtärkere Compoſition ſeyn, als heut zu Tage vermittelſt einer groſſen Menge Pulver gemacht zu werden pfleget. Ungeachtet aber die eigentliche Zeit dieſes Autoris nicht gewiß iſt, ſo muß er doch lange vor dem Gebrauch der Artillerie gelebt haben; denn er thut nirgends, wie ich ſehe, die geringſte Meldung, daß dieſe Kunſtſtücke in dem Kriege wären gebraucht worden; und da ſich derſelbe die Erfindung dieſer Drachen und Schwärmer, wie man dieſelben heut zu Tage nennen würde, nicht zuſchreibet, davon auch nicht als von etwas neues ſpricht, ſo kan man ſicher glauben, daß dieſelben ſchon lange vor ihm üblich geweſen.

Der erſte Gebrauch dieſer Vermiſchungen im Kriegsweſen ſcheinet bald nach dem Jahr 1300 gemacht worden zu ſeyn. Der Vorſchlag des Bacons, welchen er um das Jahr 1280 gethan, ſich dieſer heftigen Loßbrennung zu Zerſtörung der Städte und Arméen zu bedienen, mag dazu die erſten Gedanken gegeben haben, welche nachgehends beſſer ſind verfolget worden. Schwartz, an ſtatt der erſte Erfinder des Schießpulvers zu ſeyn, mag vermuthlich daſſelbe zuerſt bey dem Kriegsweſen angewandt haben; und die gemeine Erzehlung, auf was Art derſelbe zu dieſer Erfindung gelanget ſeyn

ſoll,

ſoll, ſcheinet dieſe Meynung nicht wenig zu beſtätigen. (p) Und vielleicht ſind die verſchiedenen Verbeſſerungen, welche nach der Zeit durch andere gemacht worden, ingleichen auch die Ausführung der Gedancken des Bacons an verſchiedenen Orten, die wahre Urſache, warum die Geſchichtſchreiber über dem Urſprung der Artillerie ſo ſehr uneinig ſind.

Das Schießpulver wurde einige Zeit nach Erfindung der Artillerie aus einer weit ſchwächern

(p) Nach der gewöhnlichen Erzehlung wird gemeldet, daß als Schwartz einmahl die Materien zum Pulver in einem Mörſer geſtampfet, und ſolchen hierauf mit einem Stein zugedecket, ein Funke ungefehr in den Mörſer geſprungen, wodurch die Materie angezündet, und der Stein auf eine zimliche Höhe geſchmiſſen worden. Weil wir nun dargethan haben, daß Schwartz, der ein Chymicus war, auf dieſe Weiſe die Compoſition des Pulvers ſelbſt, als welche ſchon lange vorher bekannt geweſen, nicht allererſt kan erfunden haben, ſo mag ihm dieſer Zufall Anlaß gegeben haben, auf die bequemſte Art, wie man ſich deſſelben in dem Kriege bedienen könnte, zu denken. Denn Bacon ſcheinet vielmehr ſchon die Würkung deſſelben eingeſehen zu haben, welche die Kraft der Flamme in die umliegenden Cörper auszuüben vermögend iſt. Der Nahme, und die Figur vom Mörſer, welcher in der alten Artillerie einer Gattung von Geſchütz beygeleget worden, und der Gebrauch derſelben, wodurch man Steine in die Höhe zu werfen pflegte, geben dieſer Muthmaſſung einen ſtarken Nachdruck.

chern Compoſition bereitet, als anjetzo gewöhnlich iſt (q), und auch als dasjenige war, deſſen bey dem Marco Græco Meldung gethan wird. Allein, die Urſache hievon war vermuthlich vielmehr die Schwäche ihrer Stücke, als die Unwiſſenheit einer beſſern und ſtärckern Mixtur. Denn die erſten Stücke der Artillerie waren von einer ſehr kurtzen und ungeſchickten Façon, indem dieſelben gemeiniglich aus vielen der Länge nach zuſammen geſchmiedeten eiſernen Stangen gemacht, und durch eiſerne Ringe befeſtiget wurden. Da dieſelben auch über das gebraucht wurden, ſteinerne Kugeln von ungeheurer Gröſſe zu ſchieſſen, um dadurch den alten Maſchinen, an deren Stelle dieſelben geſetzt worden, nachzuahmen, ſo hatten ſie auch eine ſehr groſſe Mündung. Allein, die Schwierigkeit, dieſe ungeſchickten Maſchinen fortzubringen und zu tractiren, ingleichen auch die Entdeckung, daß weit kleinere eiſerne Kugeln eine gröſſere Würkung thun, wann dieſelben durch eine gröſſere Menge ſtärkeres

(q) Man ſehe in des Tartalea Queſiti e Inventioni Libr. 3. Queſito 5. nach, allwo 23. verſchiedene Compoſitionen, welche zu verſchiedenen Ze ten im Schwange geweſen, angeführt werden. Die erſte, welche zugleich die älteſte iſt, wurde aus gleichen Theilen Salpeter, Schwefel und Kohlen, gemacht.

keres Pulver geſchoſſen werden, haben bald eine Veränderung ſo wohl in der Materie, als Form der erſten Stücke, verurſachet. Hierdurch wurde man zu den Metallenen Canonen geleitet, welche, ob ſie gleich leichter und bequemer zu tractiren waren, als die vorigen, ſo waren ſie doch wegen ihrer kleinern Mündung viel ſtärker, und konnten eine gröſſere Ladung von beſſerem Pulver aushalten, als vorher im Gebrauch geweſen. Auf dieſe Art wurden die eiſernen Kugeln, welche am Gewicht 40. biß 60. Pfund hielten, in eine weit ſchnellere Bewegung geſetzt, und erhielten alſo eine ſtärkere Kraft, als man vorher durch die gröſten Steine hervor zu bringen vermögend geweſen. (r)

Durch

(r) Die Zeit, zu welcher dieſe Veränderung vorgenommen worden, und die dadurch erhaltenen Vortheile, werden von Guicciardino beſchrieben, welcher, indem er von der Frantzöſiſchen Armée, ſo A. 1494. in Italien einen Einfall thun ſollte, Meldung thut, ſich folgender Geſtalt vernehmen läſſt:

— Et per unirſi con queſto esercito erano ſtate condotte per mare a Genoua quantità grande d'artiglierie da battere le muraglie, & da uſare in campagna, ma di tale ſorte, che giamai non haveva veduta Italia le ſimiglianti. Queſta peſte trovata molt' anni innanzi in Germania: fu condotta la prima volta in Italia da Vinitiani nella guerra, che circa l'anno della ſalute 1380 hebbono

Durch dieſes Mittel kam alſo das Pulver, welches noch heut zu Tage in gantz Europa üblich iſt, in

no i Genoueſi con loro. ——— Jl nome delle maggiori era bombarde, le quali, ſparsa dopo queſta inventione per tutta Italia s'adoperavano nell' oppugnatione delle terre, alcune di ferro, alcune di bronzo, ma grosſiſſime, in modo che per la machina grande & per l'imperitia de gl' huomini & mala attitudine de gl' inſtrumenti tardisſimamente & con grandisſima difficultà ſi conducevano, pianta, vansi alle terre con medeſimi impedimenti, & piantate era dall' un colpo all' altro tanto intervallo, che con piccolisſimo frutto a comparatione di quello, che ſeguito dopo, molto tempo conſumavano, donde i defenſori de luoghi oppugnati havevano ſpatio di potere otioſamente fore di dentro ripari & fortificationi. — Ma i franceſi fabricando pezzi molti piu espediti, ne di altro che di bronzo, i quali chiamavono Cannoni, & uſando palle di ferro, dove prima di pietra, & ſenſa comparatione piu groſſe & di peso gravisſimo, s'uſavano, gli conducevano ſu le carrette, tirate (non da buoi, come in Italia ſi coſtumava) mada cavalli con agilità tale d'huomini, & d'inſtrumenti deputati a queſto ſervigio, che quasi ſempre alpari de gl' eserciti caminavano, & condotte alle muraglie erano piantate con preſtezza incredibile, interponendoſi dall' un colpo all' altro piccolisſimo intervallo di tempo, ſi ſpeſſo & con impeto ſi gaggliardo percotevano, che quello che prima in Italia fare in molte giorni ſi ſo leva, da loro in pochisſime hore ſi faceva,

in Gebrauch. Dieſe Verbeſſerung des Pulvers beſtund aber nicht nur in der Proportion der Materien, aus deren Vermiſchung daſſelbe gemacht wird, (s) ſondern die Erfindung, daſſelbe zu koͤrnen, brachte auch einen gantz beſondern Vortheil. Denn anfaͤnglich wurde das Pulver immer fein wie Meel bereitet, in welche Geſtalt daſſelbe durch die Zerſtoſſung der Materialien gebracht worden. Und es iſt noch zweiffelhafft, ob man zuerſt bey Koͤrnung

va, *Guicciardini Hiſtor. Libr.* 1. *p.* 45. Was dieſer Autor von der erſtaunlichen Groͤſſe der Steine, welche bey den Stuͤcken von der alten Art gebraucht worden, meldet, wird ſich beſſer verſtehen laſſen, wann man bedencket, daß als Mahomet der zweyte A. 1453 die Stadt Conſtantinopel belagert, er die Waͤlle mit ſteinern Kugeln, welche biß auf 1200 Pfund ſchwer waren, beſchoſſen. Dieſe Stuͤcke konnten aber des Tages nicht mehr, als 4 mahl loßgeſchoſſen werden.

(s) Wir ſehen aus dem Tartalea, daß das Canonen Pulver (polver groſſa moderna) zu ſeiner Zeit aus 4 Theilen Salpeter, einem Theil Schwefel und einem Theil Kohlen; das Muſqueten-Pulver aber aus 48 Theilen Salpeter, 7 Theilen Schwefel, und 3 Theilen Kohlen; oder auch aus 18 Theilen Salpeter, 2 Theilen Schwefel, und 3 Theil Kohlen zubereitet worden. Dieſe Compoſitionen des Muſqueten-Pulvers kommen mit den jetzt gebraͤuchlichen ziemlich genau uͤberein; dann die erſtere haͤlt in hundert Pfund Pulver nur etwa 1 Pfund, die andern aber 3 Pfund Salpeter mehr, als jetzt gewoͤhnlich iſt.

nung des Pulvers die Abſicht gehabt, ſeine Stärke dadurch zu vermehren, oder daſſelbe bloß allein zu den kleinen Schieß-Gewehren bequemer zu machen, als wozu das gekörnte Pulver viele Jahr lang allein gebraucht worden, da man ſich immittelſt zu den Canonen beſtändig des Meel-Pulvers bedienet hat. Als man aber bemerket, daß die Stärke des Pulvers durch die Körnung nicht wenig vermehret wurde, indem dadurch das Feuer einen freyern Durchgang zwiſchen den Körnern erlangte: ſo wurde das Meel-Pulver völlig bey ſeite geſetzt. (t)

Die

(t) Daß das Pulver erſtlich in Meels Geſtalt gebraucht worden, und daß erſt lange hernach die Körnung zum Gebrauch der kleinen Schieß-Gewehre aufgekommen, zu denen Canonen aber das Meel-Pulver beybehalten worden, iſt unſtreitig gewiß. Tartalea verſichert ausdrücklich in ſeinen Queſiti Libr. 3. Ques. 9. und 10. daß damahls das Canonen-Pulver in Meels Geſtalt, das Muſqueten-Pulver aber gekörnet geweſen. Und unſer Lands-Mann William in ſeiner Art of Shooting in great Ordnaunce, welches Buch 40 Jahr nach Tartalea herausgekommen, erzehlet im erſten Capitel, daß das Schlangen-Pulver, (welches er dem gekörnten Pulver entgegen ſetzt,) ſo fein als Sand und Staub ſeyn muſte: und im dritten Capitel ſagt er, daß 2 Pfund gekörnt Pulver ſo weit treiben als 3 Pfund Schlangen-Pulver. Ferner berichtet der Herr Henrich Manzwairing in ſeinem Seamans Dictionnary,

 welches

Die Form der Artillerie hat ſeit zweyhundert Jahren ſehr geringe Verbeſſerungen erhalten: indem die beſten Stücke, welche anjetzo gemacht werden, in Anſehung der Proportionen nicht viel von denjenigen unterſchieden ſind, welche zur Zeit des Kayſers Carls V. verfertiget worden. Es ſind zwar in der That öffters leichtere und kürzere Stücke in Vorſchlag gebracht, und probiret worden; allein, ungeachtet dieſelben ihre Vortheile hatten, und in beſondern Umſtänden ſehr gute Dienſte thaten, ſo ſcheint es doch, daß dieſelben zum allgemeinen Gebrauch als unzulänglich verworfen worden. Ob aber gleich die Proportionen bey der Artillerie in dieſer Zeit nicht merklich verändert worden, ſo hat man doch in dem Gebrauch derſelben ziemliche Veränderungen vorgenommen; indem man nun

---

welches er dem Herzog von Buckingham zur Zeit Carls des Erſten præſentirt, unter dem Wort Pulver: daß zwey Arten von Pulver im Gebrauch waren, das eine genannt Schlangen-Pulver, welches nicht gekörnet war, ſondern wie Staub ausſahe; das andere aber gekörntes Pulver: ob er gleich hinzu fügt, daß das Schlangen-Pulver auf der See nicht gebraucht worden. Ich glaube aber, daß zu der Zeit, als dieſes Buch geſchrieben worden, das Pulver ſchon durchgängig gekörnet worden; dann die ausländiſchen Scribenten von der Artillerie hatten ſchon lange vorher den Gebrauch des gekörnten Pulvers recommendirt.

nun insgemein eben dieſelben Abſichten durch kleinere Stücke zu erhalten trachtet, als man dazu vor dieſem erfordert zu werden geglaubt hatte. Alſo ſind die Batterie-Stücke, welche anjetzo durchgehends approbirt werden, halbe Carthaunen, ſo eine Kugel von 24 Pfund ſchieſſen; weil man durch die Erfahrung befunden, daß der Schuß davon, ob er gleich ſchwächer iſt, als von gröſſeren Stücken, dennoch in Anſehung der nunmehro gebräuchlichen Profilen in den Befeſtigungs-Werken, ſtark genug iſt, und daß man durch die Bequemlichkeit dieſelben fortzubringen und zu tractiren, ingleichen durch die Erſpahrung an Ammunition, ſehr wichtige Vortheile über die gantzen Carthaunen erhält, deren man ſich vormahls Breche zu ſchieſſen bedienet hat. Die jetzige Manier, Breche zu ſchieſſen, welche allenthalben angenommen worden, da man erſtlich den gantzen Wall ſo niedrig als möglich, durchſchneidet, ehe man den obern Theil abzuwerfen ſucht, ſcheinet auch eine ſehr wichtige Verbeſſerung in der Ausübung der Artillerie zu ſeyn. Denn ich kann mich nicht erinnern, dieſe Manier bey irgend einem alten Autore angetroffen zu haben, und Gabriel Busca, (u) welcher ſich auf ſeine groſſe Erfah-

(u) Man ſehe ſeine Inſtruzzione de Bombardieri gedruckt zu Carmagnola A. 1584 im 37ſten Capitel nach

Erfahrung ſehr viel einbildet, will das Gegentheil ausdrücklich haben. Collado thut zwar davon, als von einer bey den Türcken (x) üblichen Practique Meldung, ohne dieſelbe jedoch gut zu heiſſen, oder noch als ein Exempel zur Nachahmung vorzuſchlagen.

Die wichtigſte Verbeſſerung aber in der practiſchen Ausübung der Artillerie (denn von der theoretiſchen ſoll an ſeinem Ort gehandelt werden), beſtehet in der Manier, mit einen

nach, allwo er anrathet, die Breche an dem obern Theil des Walles anzufangen, und ſolche hernach abwerts fortzuſetzen.

(x) Man ſehe nach: Pratica manuale di Artegliera dal Mag. Signor Luigi Collado Hiſpano, Bettico, Hebriſenſe. gedruckt zu Venedig A. 1586 im 20ten Capitel, wie er ſagt:

Nelle fattioni del gran Turco — ſempre ſi adoperano i pezzi —— da tagliare le muraglie per di ſotto di eſſe transverſalmente & di poi di alto in baſſo a perpendicolo, & applicandovi, poi tutti a un tratto i baſiliſchi, con che fanno cascar giu quella parte di muraglia che era gia tagliata. Das hier angeführte Buch iſt in Italieniſcher Sprache geſchrieben und gedruckt, obgleich der Verfaſſer ein Spanier geweſen: denn er diente als Ingenieur bey der Spaniſchen Armée in Italien, und er ſagt in der Vorrede, daß er hernach geſinnt geweſen, daſſelbe wiederum ſpaniſch heraus zu geben. Welches, wie ich vermuthe, die letzte Edition iſt, ſo vom Blondel in ſeiner Art de jetter les Bombes angeführt wird.

einer geringern Quantität Pulver zu ſchieſſen, und das Stück dergeſtalt zu richten, daß die Kugel juſt auf das Parape der Feinde und in ihre Werke hinein fährt. Denn da ſolchergeſtalt die Kugel unter einem kleinen Winkel zu Boden fällt, und mit einem geringen Grad der Geſchwindigkeit nach der derſelben eingedruckten Direction fort rollet, und dahero, wenn das Stück in einer Linie mit der Batterie, welche unbrauchbar gemacht werden, oder mit der Fronte, welche beſtrichen werden ſoll, gerichtet iſt, ſo durchſtreichet ein jeglicher Schuß der Länge nach die gantze Batterie, oder die gantze Fronte, und verurſachet dadurch unendlich viel mehr Ungemach bey den Vertheidigern, und thut auch ihren Canonen viel mehr Schaden, als wenn dieſelbe auf die gemeine Art gegen dieſe Werke geſchoſſen würde. Dieſe Anordnung der Artillerie, welche in der That über die maſſen vortheilhaft iſt, iſt eine Erfindung des Marſchalls von Vauban, und wird von ihm die Batterie a ricochet genennet. (y) Solche iſt zuerſt bey der Belagerung von Aeth im Jahr 1692 angebracht worden. (z)

(y) Man beſehe ſeinen Tractat: De l'Attaque & la Defenſe des places.

(z) Man beſehe das Journal von ſeinen Belagerungen, welches zu Ende bey der letzten Ausgabe der Memoires des General Goulons beygedruckt worden.

Nach dieſer kurtzen Erzehlung desjenigen, was in dem practiſchen Theil der Artillerie gethan worden, müſſen wir anjetzo von den verſchiedenen Theorien, welche von Zeit zu Zeit über die Bewegung der Kugeln zum Vorſchein gekommen, einige Nachricht ertheilen, in welcher Unterſuchung wir in der That ſehr wenig Dinge, ſo einige Aufmerkſamkeit verdienen, antreffen werden. Dem ungeachtet aber, da dieſe Materie mit der folgenden Abhandlung einiger maſſen verknüpffet iſt, ſo iſt doch nöthig, hierüber dem Leſer ein Genügen zu leiſten.

Der erſte Autor, welcher mit Fleiß von dem Flug der Canonen Kugeln geſchrieben, iſt, ſo viel ich weiß, Tartalea, ein berühmter Italiäniſcher Mathematicus, welcher ſich durch Aufloͤſung der Cubiſchen Æquationen, ſo gemeiniglich dem Cardano zugeſchrieben wird, einen unſterblichen Ruhm erworben. Dieſer Autor hat erſtlich in ſeiner Scientia nova gedruckt in Venedig A. 1537. und hernach auch in ſeinen Queſiti und Inventioni diverſi eben daſelbſt A. 1546. gedruckt, mit vielem Fleiß einige Betrachtungen über die Beſchaffenheit dieſer Bewegungen ausgeführet. Und ob ihm gleich der damahlige unvollkommene Zuſtand der Mechanic ſehr betrügliche Gründe um darauf zu bauen an die Hand gab, ſo war er doch nicht gäntzlich in ſeinen Unter-

ſuchungen unglücklich; denn er kann mit Recht für den erſten gehalten werden, welcher gefunden, daß der weiteſte Schuß unter einem Winkel von 45 Graden mit dem Horizont hervor gebracht wird. Er hat auch dargethan (gegen die gemeine Meynung der Schützen), daß nicht der geringſte Theil des Weges, welchen eine geſchoſſene Kugel in der Luft beſchreibt, eine grade Linie ſey, ungeachtet die Krümmung in einigen Fällen nicht merklich iſt; denn er hat dieſelbe mit der Oberfläche des Meers in Vergleichung gezogen, welche, ob ſie gleich in einem geringen Theil betrachtet, vollkommen flach ſcheint, dennoch auſſer allem Zweifel gegen das Mittel-Punct der Erde gekrümmt iſt. Er eignet ſich auch ſelbſt die Erfindung des Artillerie-Quadranten zu, und hat öffters auf Schrauben geſetzte Muthmaſſungen über den Ausgang einiger noch nicht probirten Methoden, ſo ihm vorgelegt worden, gegeben. Weil er aber in der Ausübung der Artillerie nicht wohl bewandert war, ſondern ſeine Meynungen auf die bloſſe Theorie gründete, ſo iſt er faſt von allen folgenden Scribenten im̃er angegriffen worden, iedoch öfters ohne von ihnen genennt zu werden, wovon viele Exempel in den Werken des Busca, Collado (a) Ufano, Simienowiez und andern ange-

(a) Collado leugnet im 63 Capitel, daß Tartalea der erſte

angeführet werden könnten. Und als die Philoſophie dieſer Zeiten ſich öffters in die hierüber entſtandenen Fragen gemiſchet, ſo entſtunden über dieſe Bewegung viele Streitigkeiten, abſonderlich in Italien, welche biß auf die Zeiten des Galilæi fortdaureten, und allem Anſehen nach Anlaß zu ſeinen bekannten Geſprächen über die Bewegung gegeben haben, welche das erſte mahl im Jahr 1638 an das Licht traten. Innerhalb dieſer Zeit, und ehe die Lehre des Galilæi feſtgeſetzet worden, kamen verſchiedenen Theorien über die Bewegung der Stück-Kugeln, und manche Tabellen über die Weite der Schüſſe, in Anſehung der verſchiedenen Elevationen, zum Vorſchein, welche aber über die maſſen unrichtig waren, und mit der wahren Bewegung dieſer Cörper keineswegs beſtehen konnten; ungeachtet einige von dieſen Arbeiten von ſolchen

---

erſte Erfinder des Artillerie Quadranten ſey, und will, daß Daniel Santbech oder Regiomontanus, (dann er confundiret dieſelben) ſolchen ſchon viele Jahre vorher gehabt haben. Allein die Wahrheit zu bekennen, ſo iſt des Santbechs Buch, woraus dieſe Muthmaſſung genommen (Problematum Aſtronomicorum & Geometricorum ſectiones ſeptem) erſt A. 1561 herausgekommen, welches folglich lange nach Tartalea geſchehen iſt. Zu dieſem war auch dem Santbech die Methode, den Quadranten zu ſeinem vorgeſetzten Zwecke einzurichten, ungeachtet er von den verſchiedenen Elevationen der Stücke ſpricht, unbekannt.

ſuchungen unglücklich; denn er kann mit Recht für den erſten gehalten werden, welcher gefunden, daß der weiteſte Schuß unter einem Winkel von 45 Graden mit dem Horizont hervor gebracht wird. Er hat auch dargethan (gegen die gemeine Meynung der Schützen), daß nicht der geringſte Theil des Weges, welchen eine geſchoſſene Kugel in der Luft beſchreibt, eine grade Linie ſey, ungeachtet die Krümmung in einigen Fällen nicht merklich iſt; denn er hat dieſelbe mit der Oberfläche des Meers in Vergleichung gezogen, welche, ob ſie gleich in einem geringen Theil betrachtet, vollkommen flach ſcheint, dennoch auſſer allem Zweifel gegen das Mittel-Punct der Erde gekrümmt iſt. Er eignet ſich auch ſelbſt die Erfindung des Artillerie-Quadranten zu, und hat öffters auf Schrauben geſetzte Muthmaſſungen über den Ausgang einiger noch nicht probirten Methoden, ſo ihm vorgelegt worden, gegeben. Weil er aber in der Ausübung der Artillerie nicht wohl bewandert war, ſondern ſeine Meynungen auf die bloſſe Theorie gründete, ſo iſt er faſt von allen folgenden Scribenten im̃er angegriffen worden, iedoch öfters ohne von ihnen genennt zu werden, wovon viele Exempel in den Werken des Busca, Collado (a) Ufano, Simienowiez und andern ange-

(a) Collado leugnet im 63 Capitel, daß Tartalea der erſte

angeführet werden könnten. Und als die Philoſophie dieſer Zeiten ſich öffters in die hierüber entſtandenen Fragen gemiſchet, ſo entſtunden über dieſe Bewegung viele Streitigkeiten, abſonderlich in Italien, welche biß auf die Zeiten des Galilæi fortdaureten, und allem Anſehen nach Anlaß zu ſeinen bekannten Geſprächen über die Bewegung gegeben haben, welche das erſte mahl im Jahr 1638 an das Licht traten. Innerhalb dieſer Zeit, und ehe die Lehre des Galilæi feſtgeſetzet worden, kamen verſchiedenen Theorien über die Bewegung der Stück-Kugeln, und manche Tabellen über die Weite der Schüſſe, in Anſehung der verſchiedenen Elevationen, zum Vorſchein, welche aber über die maſſen unrichtig waren, und mit der wahren Bewegung dieſer Cörper keineswegs beſtehen konnten; ungeachtet einige von dieſen Arbeiten von ſolchen

---

erſte Erfinder des Artillerie Quadranten ſey, und will, daß Daniel Santbech oder Regiomontanus, (dann er confundiret dieſelben) ſolchen ſchon viele Jahre vorher gehabt haben. Allein die Wahrheit zu bekennen, ſo iſt des Santbechs Buch, woraus dieſe Muthmaſſung genommen (Problematum Aſtronomicorum & Geometricorum ſectiones ſeptem) erſt A. 1561 herausgekommen, welches folglich lange nach Tartalea geſchehen iſt. Zu dieſem war auch dem Santbech die Methode, den Quadranten zu ſeinem vorgeſetzten Zwecke einzurichten, ungeachtet er von den verſchiedenen Elevationen der Stücke ſpricht, unbekannt.

chen Leuten herkamen, welche den gröſten Theil ihres Lebens in Ausübung der Artillerie zugebracht hatten. Dergleichen ſind die Tabellen des Ufano, Galeus, Ulrich, und anderer, welche vom Blondel (b) angeführet werden; welchen noch verſchiedene andere, deren bey dieſem Autore keine Meldung geſchieht, beygefügt werden könnten. Es finden ſich in der That unter den alten Scribenten, welche über dieſe Materie geſchrieben, und deren Anzahl ſehr groß iſt, gar wenige, welche ſich nicht mit ihren Speculationen über den Unterſcheid zwiſchen der natürlichen, gewaltſamen und vermiſchten Bewegung, eingelaſſen, obgleich von denſelben kaum zwey in Beſtimmung dieſer irrigen Begriffe überein kommen.

Was uns aber am meiſten befremdet, iſt, daß bey dieſen Streitigkeiten ſich ſo wenig Leute, welche doch dazu Gelegenheit gehabt, haben angelegen ſeyn laſſen, dieſe verſchiedenen Theorien durch die Erfahrung zu unterſuchen. Wie nun dieſes auch mag zugegangen ſeyn, ſo kann ich mich nicht mehr als 4. Autorum

(b) Es iſt zu mercken, daß die Meynung, welche Blondel in ſeiner Art de jetter les Bombes Cap. V. unterſucht, urſprünglich nicht von Rivaltio, welchem er ſolche beymiſt, herrühre, ſondern von dem obgemeldten Santbech, von welchem dieſelbe der Rivaltius geſtohlen. Man beſehe Santbech Sect. 6.

Autorum erinnern, welche die Weite der Schüſſe nach verſchiedenen Elevationen würklich durch die Erfahrung beſtimmet haben. Der erſte von dieſen iſt Collado, welcher uns ein Verzeichniß der Weite der Schüſſe eines dreypfündigen Falconets auf einen jeglichen Punct des Artillerie-Quadranten hinterlaſſen. Allein aus ſeinen Zahlen iſt klar, daß bey dieſem Stück nicht die gewöhnliche Ladung gebraucht worden. (c) Der nächſtfolgende iſt unſer Lands-Mann, Bourne, deſſen Tractat im Jahr nach des Collado ſeinem gedruckt worden. Seine Ele-

---

(c) Aus dieſen Verſuchen wurde feſtgeſtellt, daß ſich die Weite des Kern-Schuſſes auf 268 Schritte erſtreckte. Bey der Elevation auf den erſten Punct, (welches den 12ten Theil des Quadranten, oder 7½ Grad beträgt,) reichte der Schuß auf 594 Schritt; bey dem zweiten Punct auf 794 Schritt, bey dem dritten auf 954, bey dem vierten auf 1010, bey dem fünften auf 1040, und bey dem ſechſten auf 1053 Schritt. Die Weite des Schuſſes bey dem 7ten Punct wird zwiſchen diejenigen vom dritten und vierten; bey dem 8ten Punct zwiſchen dem andern und dritten; bey dem 9ten zwiſchen dem erſten und andern; bey dem 10ten zwiſchen dem Kern-Schuß, und den Schuß des erſten Puncts; bey dem eilften fiel die Kugel nahe bey dem Stück wieder herab. Man beſehe das 61te Capitel. Es iſt auch zu merken, daß die hier gemeldeten Schritte keine geometriſche, ſondern gemeine geweſen, wie er im 42ten Capitel anzeigt.

Elevationen waren nicht nach den Puncten des Artillerie Quadranten, ſondern nach den Graden genommen, und er beſtimmt die Verhältniß der Schüſſe nach verſchiedenen Elevationen, ingleichen auch die Weite des Kern-Schuſſes. (d) Allein dieſer Autor beſchreibt nicht, mit was für einem Stücke er ſeine Verſuche angeſtellet: es iſt aber aus ſeinen Proportionen zu ſchlieſſen, daß daſſelbe eines von den kleineſten müſſe geweſen ſeyn. Es wäre zu wünſchen, daß er dieſen Umſtand zugleich mit angeführet hätte: Denn es wird im folgenden gezeiget werden, daß die Verhältniſſe zwiſchen den verſchiedenen Diſtanzen, auf welche ein Stück unter verſchiedenen Elevationen trägt, nach der Geſchwindigkeit, und der Gröſſe und Schwere der Kugel, ſehr veränderlich iſt. Die andern beyden, welche

(d) Wenn die Weite des Kern-Schuſſes durch 1 angedruckt wird, ſo wird die Weite, ſo eine Elevation von 5 Graden hervor bringt, durch $2\frac{2}{9}$ ausgedruckt werden; bey einer Elevation von 10 Graden, durch $3\frac{1}{3}$: bey 15 Graden durch $4\frac{1}{3}$, bey 20 Graden durch $4\frac{5}{8}$; und der weiteſte Schuß, welcher bey der Elevation von 42° eintrift, wird ſeyn $5\frac{1}{2}$. Nachdem aber der Wind den Schuß entweder befördert oder verhindert, ſo kann der weiteſte Schuß vom 45ſten Grad bis zum 36 variren. Man beſehe ſeine Art of Shooting in great Ordnaunce im 7ten Capitel.

welche ich über dieſe Materie angetroffen, ſind Eldred und Anderſon, beyde Engelländer: von welchen der letztere ſeine Experimenta aus allzugroſſer Liebe zu ſeiner irrigen Theorie ſehr merklich verfälſchet hat, wovon ich nachgehends Gelegenheit haben werde ausführlicher zu ſprechen. Eldred aber verdienet ein weit beſſeres Lob. (e) Seine Grundſätze ſind einfältig genug, und ob dieſelben gleich nicht nach aller Schärfe der Wahrheit gemäß ſind, ſo kommen ſie doch derſelben unter gewiſſen Bedingungen ziemlich nahe. Er hat nur die Weite der Schüſſe von unterſchiedenen Arten Stücke bey kleinen Elevationen, welche alle unter 10. Grad ſind, aufgezeichnet hinterlaſſen. Es befindet ſich in ſeinem Buche eine ſehr groſſe Anzahl Experimente, welche mit beſonderm Fleiße und groſſer Behutſamkeit gemacht worden zu ſeyn ſcheinen: und er hat die Aufrichtigkeit gehabt, uns auch diejenigen nicht zu verſchweigen, welche mit ſeiner Theorie nicht beſtehen können. Ueberhaupt ſcheinet er ſich weit mehr Mühe gegeben, und eine viel gröſſere

(e) Sein Buch führt den Titul: The Gunners Glaſſe, und die Experimente, worauf er ſich gründet, ſind meiſtentheils zu Dover Caſtle, allwo er viele Jahre Büchſenmeiſter geweſen, gemacht worden. Das früheſte Datum von ſeinen Experimenten findet ſich vom Jahr 1611, ungeachtet ſein Buch erſt A. 1646 herausgekommen.

gröſſere Kenntniß von dieſem Werke, als ſeine Mit-Brüder in dem practiſchen Theil der Artillerie gehabt zu haben. Denn dieſe hiengen insgeſamt einer übelgegründeten Theorie allzu hartnäckig an, und hielten ſo feſt über die angenommenen Gebräuche, daß ſie auf die Erleuterung der Kunſt durch eigene Experimente nicht dachten, und folglich nicht einmahl einſahen, daß dieſelbe noch groſſer Verbeſſerungen benöthiget wäre. Sonſten wäre es unmöglich geweſen, daß Sätze, welche ſo wenig mit der Erfahrung übereinſtimmen, ſo lange Zeit hätten beſtehen können, wovon die Lehre, welche nach des Galilei Zeiten angenommen worden, ein merkwürdiges Exempel darlegt.

Die Geſpräche des Galilei über die Bewegung, wurden, wie ſchon gemeldet A. 1638. gedrucket, und hierinn hat er die allgemeinen Geſetze, welche die Natur in Hervorbringung und Veränderung der Bewegung beobachtet, ausfündig gemacht. Denn er war der erſte, welcher die Würkungen der Schwehre auf die fallenden Cörper beſchrieben: und aus dieſen Grundſätzen hat er hergeleitet, daß die Linie, welche eine Canonen-Kugel in ihrem Flug beſchreibet, eine Parabel ſeyn müſſe, in ſo ferne dieſelbe nicht durch den Wiederſtand der Luft von dieſer Bahn abgeleitet würde. Er hat

auch Mittel vorgeſchlagen, um die Verände-rungen, ſo von dieſem Wiederſtand entſtehen, zu beſtimmen; indem er eine Methode be-ſchreibt, wodurch man die Würkungen, wel-che die Luft in der Bewegung einer Canon-Kugel in einer jeglichen Diſtanz von dem Stücke hervor bringt, beſtimmen könnte.

Da nun ſolchergeſtalt Galilæus gewieſen, daß alle geworfene Körper, in ſo ferne dieſel-ben von der Luft nicht gehindert werden, eine Parabel beſchreiben, ſo hätte man vermuthen ſollen, daß diejenigen, welche nach ihm gekom-men, ſich alle Mühe gegeben haben würden, die Veränderungen, ſo aus dem Wiederſtand der Luft entſtehen, zu unterſuchen, oder zum wenigſten feſt zu ſetzen, ob man in dieſer Wiſ-ſenſchaft nöthig habe, auf dieſen Umſtand zu ſehen oder nicht. Allein, an ſtatt hierinne alle Behutſamkeit zu gebrauchen, ſo haben die nachfolgenden Scribenten gantz verwegen, und ohne die Erfahrung darüber zu Rathe zu zie-hen, behauptet, daß der Wiederſtand der Luft keine merkliche Veränderung in dem Flug ei-ner Stückkugel verurſachen könne; und in die-ſem irrigen Wahn haben ſie ſich ſelbſt zu beſtärken geſucht, durch die groſſe Dünne, welche in Anſehung der übrigen dichten Kör-per an der Luft wahrgenommen wird. Da nun dieſe ungegründete Meynung immer bey-behalten und beſtändig wiederholet worden, ſo

ſo hat man dieſelbe ſo gar als einen Grund-Satz, welcher keinen ferneren Beweisthum bedürfte, angenommen, und durchgehends behauptet, daß die Bewegung dieſer Körper ziemlich genau nach einer Parabel geſchähe.

Denn in dem Jahr 1674 publicirte unſer Landsmann Anderſon einen Tractat, genant: The genuine uſe and effects af the Gun, worinne er nach den Grundſätzen des Galilei zu Werke geht, und beſtändig behauptet, daß der Flug aller Canonen-Kugeln in einer Parabel geſchehe: und bemühet ſich zugleich allen Einwürfen, ſo dagegen gemacht werden könnten, zu begegnen.

Im Jahr 1683 gab Mr. Blondel l'Art de jetter les Bombes zu Paris heraus, allwo gleichfalls die Lehre des Galilei auf die Bewegung der Stückkugeln von allen Arten gezogen, und die Veränderungen, welche der Wiederſtand der Luft verurſachet, ins beſondere betrachtet worden: nach einer weitläuftigen Unterſuchung aber macht dieſer Autor auch den Schluß, daß die Würkungen der Luft ſo geringe ſeyn, daß dadurch die Richtigkeit ſeiner Schlüße keinen merklichen Abbruch litte. (f) Gleichergeſtalt findet ſich auch eben dieſe Materie in unſern Philoſophical-Trans-

(f) Man beſehe pag. 345 von der erſten Edition in Quarto, ingleichen auch pag. 355 und die folgenden.

Transactions abgehandelt (g) durch Dr. Halley, welcher in Erwegung des groſſen Unterſcheids, ſo ſich zwiſchen der Schwehre der Stückkugeln und der Luft befindet, für ſehr wahrſcheinlich hält, daß der Gegenſtand der Luft bey ſchweren Canonen-Kugeln kaum merklich ſeyn könne: ungeachtet er zugibt, daß die Würkung derſelben bey kleinen und leichten Körpern nicht aus der Acht gelaſſen werden könne.

Da alſo dieſe Meynung über den geringen und nicht merklichen Wiederſtand der Luft in Schwang gekommen; vom Galileo aber erwieſen worden, daß alle geworfene Körper, wann der Wiederſtand der Luft gehoben würde, ſich in einer Parabel bewegen müſten, ſo iſt insgemein bey allen Schrifftſtellern der Artillerie als ein Grundſatz angenommen worden, daß der Weg, welchen eine Canonen-Kugel in der Luft beſchreibt, nicht merklich von der Parabel abweiche. Man darf, um hiervon überführet zu werden, nur alle diejenigen Autores, welche ſeit 40 Jahren über dieſe Materie geſchrieben, nachſehen.

Ob nun gleich dieſe Meynung denjenigen, welche ſich nur mit Speculationen aufhalten, herrlich zu ſtatten kommt: ſo hat doch ſchon Anderſon durch eine groſſe Menge angeſtellter Verſuche gefunden, daß dieſelbe ohne einige neue Einſchränkungen mit der Wahrheit nicht

(g) Man ſehe in No. 216. pag. 68.

nicht beſtehen könne. Denn ob gleich aus ſeinen Schriften nicht erhellet, daß er jemahls die Verhältniß der Schußweiten von Canonen oder Mußketen, wenn dieſelben mit der gewöhnlichen Ladung loß geſchoſſen werden, unterſuchet, ſo iſt er doch durch die Experimenten, welche er nur mit kleinen Ladungen angeſtellt, wodurch die Kugeln mit einer weit kleinern Geſchwindigkeit fortgetrieben werden, überführet worden, daß die gantze Bahn derſelben nicht als eine Parabel angeſehen werden könne, wie aus ſeinem Tractat, To hit a Mark ſo A. 1690. gedruckt iſt, erſehen werden kann. An ſtatt aber hieraus die wahren Schlüſſe zu ziehen, und die Gröſſe dieſes ſo merklichen Wiederſtandes der Luft zu beſtimmen, ſo hat er vielmehr aus einer allzugroſſen Neigung zu ſeinen ſchon gefaßten Meynungen lieber eine neue Hypotheſin geſchmiedet, welche darinne beſtand, daß eine jegliche Kugel, im erſten Anfang ihrer Bewegung biß auf eine gewiſſe Diſtantz nach einer geraden Linie fortgehe, und bey dem Ende derſelben erſt anfange in einer Parabel fortzulauffen. Er meynet auch, daß dieſe gerade Linie, welche er die Linie der Gewalt des Feuers nennt, bey allen verſchiedenen Richtungen der Canonen gleich groß ſey. Durch dieſe Hypotheſin, ob dieſelbe gleich auf keinerley Art beſtätiget werden kann, war

er doch im Stande, alle Abweichungen der Schüſſe von der gemeinen Meynung zu erklären, ſo ſtark dieſelben auch immer dagegen ſtritten, indem er ſeine gerade Linie nach Belieben annehmen konnte. Dem ungeachtet ſcheinet es, daß dieſe neu ausgefundene Meynung mit den von ihm nachgehends angeſtellten Verſuchen nicht weiter beſtehen konnte. Denn er konnte es nimmer ſo weit bringen, daß er die Schußweiten von drey verſchiedenen Elevationen mit dieſer ſeiner Hypotheſi hätte vergleichen können, ob ihm gleich ſolches bey zweyen glücklich gelungen. Da nun dergleichen merkliche Abweichungen von dem Wiederſtand der Luft bey Bomben oder Kugeln, welche nur durch eine geringe Ladung geſchoſſen worden, herrührten, wie groß muß die Würkung der Luft nicht alsdenn ſeyn, wenn man ſich einer völligen Ladung bedienet? Denn da in dieſem Fall die Kugel einen drey biß viermal gröſſeren Grad der Geſchwindigkeit bekommt, als in dem vorigen, ſo muß die Reſiſtentz der Luft, wie im folgenden gewieſen werden ſoll, bey nahe funfzig mahl gröſſer, und allſo ſehr merklich werden.

Daß die Reſiſtentz der Luft, welche doch eine groſſe Gewalt auf alle ſchnell bewegte Cörper ausübet, von den practiſchen Artilleriſten gantz und gar aus der Acht gelaſſen

wird,

wird, ſolches iſt nicht der einzige Anmerkungs-würdige Umſtand in dieſer Unterſuchung. Denn, nachdem des groſſen Newtons Principia Mathematica Philoſophiæ Naturalis heraus gekommen, ſo hätten allem Vermuthen nach alle Mathematici von dieſer beträchtlichen Würkung der Luft völlig überzeugt werden ſollen, indem in dieſem verewigten Werke die Geſetze und die wahre Gröſſe dieſer Reſiſtenz für langſame Bewegungen beſtimmet und durch viele Experimente beſtätiget worden. Eben dieſe Geſetze, wenn dieſelben auf ſehr ſchnelle Bewegungen gezogen werden, geben zwar die Reſiſtenz viel zu geringe an, als aus der würklichen Erfahrung abgenommen werden kann, und Newton ſelbſt hat ſchon dieſe Abweichung bemerkt; (h) allein eben hieraus erhellet, daß die Würkung der Luft auf die Stückkugeln um ſo viel weniger aus der Acht gelaſſen werden könne. Dieſer augenſcheinlichen Probe von der Nothwendigkeit, die Lufft bey der Bewegung der Stückkugeln mit in Betrachtung zu ziehen, ungeachtet aber habe ich bißher nur ein einiges Exempel angetroffen, worinne dergleichen Bewegungen nach den Grundſätzen des Newtons berechnet worden ſind. (i)

(h) Phil. Nat. Princ. Math. p. 351.
(i) In Comment. Acad. Petrop. Tom. 2. p. 338, 339.

Wenn wir nun alles zuſammen nehmen, was über dieſe Materie beygebracht worden, ſo erhellet ganz deutlich, daß ſich die heutigen Scribenten über die Artillerie ſehr gröblich betrogen haben, wenn ſie geglaubt, daß die Reſiſtenz der Luft nicht verdiene, in Betrachtung gezogen zu werden, und dahero behauptet haben, daß der Weg, welchen die Bomben und Stückkugeln in der Luft beſchreiben, von einer wahren Parabel nicht merklich unterſchieden ſey. Hieraus folget alſo unſtreitig, daß alle bißher gemachten Beſtimmungen über den Flug der Stückkugeln, welchen ein ſehr hoher Grad der Geſchwindigkeit eingedrucket worden, von der Wahrheit ſehr ſtark abweichen, und daß folglich die gegenwärtige Theorie der Artillerie in dieſem ſehr wichtigen Punct gänzlich unbrauchbar und falſch ſey.

Um nun einiger maſſen dieſen Unvollkommenheiten abzuhelfen, ſo haben wir uns im zweyten Capitel der folgenden Abhandlung bemühet, nicht allein dasjenige, was hier in Anſehung der Unrichtigkeit der paraboliſchen Bewegung iſt angeführet worden, auf das gründlichſte zu beweiſen, ſondern auch zugleich die würkliche Gröſſe der Reſiſtenz, welche eine Stückkugel in einem jeglichen Grad der Geſchwindigkeit leidet, richtig zu beſtimmen. Denn da aus den im erſten Capitel feſtgeſetzten

ſetzten Gründen, die Geſchwindigkeit einer Kugel, mit welcher dieſelbe aus dem Stück würklich heraus fährt, leicht beſtimmet werden kann; ſo wird die Beſchreibung des Weges, den die Kugel in der Luft nimmt, in ein geometriſches Problema verwandelt, welches zwar in ſeiner gänzlichen Ausdehnung eine ſehr verwirrte und mühſame Rechnung erfordert; allein in den Fällen, welche in der Praxi öffters vorkommen, können einige gewiſſe leichte Approxiomationen angebracht werden, welche genugſam hinreichend ſind, die verſchiedenen Schußweiten aus der Theorie ziemlich genau zu beſtimmen.

Ob aber gleich diejenigen, welche die folgende Abhandlung mit Aufmerkſamkeit durchleſen, keinen Zweifel über die Gewißheit von den daraus gezogenen Beſtimmungen übrig behalten werden, ſo möchte man doch erwartet haben, daß man die Accurateſſe dieſer Gründe noch weit ſicherer durch Experimente über die würklichen Schußweiten von verſchiedenen Stücken, und durch derſelben Vergleichung mit den Rechnungen der Theorie hätte feſt ſetzen können. Und in der That hatte ich einmahl den Vorſatz gefaſſet, ein Capitel über dieſe Materie beyzufügen, es haben mich aber zwey Urſachen hievon abgehalten. Die er-

ſte beſtund in der groſſen Schwierigkeit, ſich von den wahren Diſtantzen, ſo weit ein Stück in verſchiedenen Richtungen treibt, zu verſichern, welche Schwierigkeit niemand ſo leicht, als wer würklich Proben von dieſer Art angeſtellt, einſehen wird. Die andere Urſache war eine gewiſſe Irregularität, welche ſich bey dieſen Diſtantzen einfand, und alle meine Bemühungen fruchtloß machte. Denn eben daſſelbe Stück ſchieſſet öfters unter einerley Ladung die Kugel auf ſehr verſchiedene Diſtantzen, dergeſtalt, daß ſelten zwey unter einerley Umſtänden gemachte Verſuche mit einander überein ſtimmen, wie ich ausführlicher in der 7ten Propoſition des zweyten Capitels anmerken werde.

Ungeachtet aber dieſer Schwierigkeiten, welche mich verhindert haben, dem folgenden Tractat ſolche Experimenta über die Weite der Schüſſe beyzufügen, wodurch die Theorie der Reſiſtenz mehr befeſtiget werden könnte: ſo habe ich mich doch entſchloſſen, dieſe Materie abzuhandeln, und ich ſchmeichle mir einen Weg gefunden zu haben, um den obgedachten Ungleichheiten vorzubeugen. Denn ſo lange dieſe Hinderniſſe nicht aus dem Wege gehoben werden, ſo iſt klar, daß man ſich aus allen Experimenten von dieſer Art nicht viel Nutzen verſprechen könne. Ich behalte mir aber den Ausgang meiner künftigen Verſuche

über

über dieſen Articul zu einem zweyten Theil dieſer Abhandlung vor, worinne ich auſſer dieſen über den Flug der Stückkugeln angeſtellten Experimenten, und derſelben Vergleichung mit den auf geometriſche Art bewieſenen Beſtimmungen, mir vorgeſetzt habe, noch viele andere Experimente anzuführen; welche ob ſie gleich von einer vermiſchten Natur ſind, dennoch ſowohl mit der Theorie, als mit der Praxi der Artillerie, in einer genauen Verbindung ſtehen. Dieſem zweyten Theil werde ich auch verſchiedene Nachrichten und practiſche Regeln beyfügen, welche aus den vorher feſtgeſetzten Grundſätzen flieſſen, und verhoffentlich bey künftiger Ausübung der Artillerie von nicht geringem Nutzen ſeyn werden. Es liegt von dieſem zweyten Theil ſchon eine ziemliche Partie bey mir würklich fertig, nebſt einem guten Vorrath, um daſſelbe gänzlich zu vollenden. Diejenigen Experimenten aber, welche mir noch fehlen, erfordern lange Zeit, und eine bequeme Gelegenheit ins Werk zu richten.

Da die folgenden Blätter auſſer der Beſtimmung des Wiederſtands der Luft, auch zugleich eine Theorie von der Kraft und Würkung des Pulvers in ſich enthalten, ſo wird man von mir auch eine Erzehlung von demjenigen, was andere Autores bißher davon geſchrieben haben, erwarten. Allein, alles

das-

dasjenige, was mir bisher darüber vorgekommen, iſt ſo unbeſtimmt und undeutlich, daß es öfters ſehr ſchwehr iſt, die Meynung der Autoren nur zu verſtehen. Die verſtändlichſte Hypotheſis hierüber, und welche auch ſcheint der Grund zu ſeyn von allem, was andere davon geſagt haben, iſt diejenige, welche de la Hire gegeben.

In der Hiſtorie der Franzöſiſchen Academie A. 1702. hat Mr. de la Hire ſupponirt, daß die Kraft des Pulvers von der vermehrten Elaſticität der Luft herrühre, welche in demſelben und zwiſchen den Körnern befindlich iſt, und durch die Hitze und des Feuers im Loßbrennen erreget werde. Wenn nun die Luft in den Körnern ſelbſt ſowohl als zwiſchen denſelben vor der Abfeurung in ihrem natürlichen Ausdehnungs-Stande befindlich wäre, ſo könnte keine gröſſere Kraft hervor kommen, als welche von der Flamme verurſachet würde. Dieſe Ausdehnungs-Krafft iſt aber aufs höchſte fünfmahl gröſſer, als diejenige, womit die Luft in ihrem natürlichen Zuſtande begabet iſt, wie im folgenden mit mehrerm dargethan werden wird, (k) und folglich würde dieſelbe nicht einmahl hinlänglich ſeyn, den zweyhunderiſten Theil der Gewalt, welche das Pulver würklich ausübet, hervor zu bringen.

Inzwi-

(k) Man beſehe die Vte Prop. des erſten Capitels in der folgenden Abhandlung.

Inzwiſchen hat doch dieſe Erklärung zu verſchiedenen Diſſertationen und Abhandlungen bey einer benachbarten Nation Anlaß gegeben: und insbeſondere ſieht ein gewiſſer Autor ſeine Forderung ſehr billig an, wann er ſupponirt, daß die Ausdehnungskraft der Luft, wenn dieſelbe durch die Loßbrennung des Pulvers erhitzet wird, hundert mahl gröſſer ſey, als in der Hitze des ſiedenden Waſſers. Weil ich aber glaube, die Unmöglichkeit dieſer Lehre, um die Gewalt des Pulvers zu erklären, genugſam erwieſen zu haben, ſo will ich die Leſer mit einer weitläuftigern Erzehlung der Meynungen über dieſen Punct nicht länger aufhalten: inſonderheit weil ich mir mit der Hofnung ſchmeichle, daß die Theorie der Gewalt des Pulvers, welche in den folgenden Blättern feſtgeſetzt wird, durch ſolche Experimente unwiederſprechlich bekräftiget worden, daß eine förmliche Wiederlegung anderer Meynungen unnöthig ſeyn würde.

Anmer-

Anmerkungen des Ueberſetzers.

Was unſer Autor hier von dem Urſprung und der Erweiteruug ſowohl der Artillerie, als der Fortification, erzehlet, zeiget eine ungemeine Beleſenheit und Kenntniß aller alten Autoren, welche von dieſen Wiſſenſchaften geſchrieben haben, an. Dieſe Nachrichten, welche abſonderlich die Praxin betreffen, ſcheinen auch ſo gründlich und der Wahrheit gemäß zu ſeyn, daß man darüber den geringſten Zweifel zu hegen keine Urſach, findet. Indeſſen ſcheinen doch dem Verfaſſer verſchiedene Bücher von der Theorie der Artillerie unbekannt geweſen zu ſeyn, worinnen ſchon eine weit gründlichere Nachricht von der Bewegung der Stück-Kugeln und der Gewalt des Pulvers gegeben wird, als er anführet: oder derſelbe müßte ſolche mit allem Fleiß mit Stillſchweigen übergangen haben, um die Wichtigkeit ſeiner eigenen Erfindungen deſto mehr zu erheben. Denn aus demjenigen, was er anführet, ſollte man faſt ſchlieſſen, daß man vor ihm ſowohl von der Bewegung der Stück-Kugeln, als von der Gewalt des Pulvers, ſehr wenig zuverläßiges gewuſt hätte, indem von demje-

denjenigen, welche darüber ſehr ſchöne Entdeckungen gemacht haben, nicht die geringſte Nachricht ertheilet wird, da derſelbe doch in den übrigen Stücken alle Autores, welche davon etwas merkwürdiges herausgegeben, ſo ſorgfältig anführet.

Was nun erſtlich die Bewegung der Canonen-Kugeln in der Luft anlanget, ſo haben die Theoretici ſchon längſt erkannt, daß die Linie, welche eine ſolche Kugel in der Luft beſchreibt, ſehr merklich von einer Parabel unterſchieden ſey. Von was für einer Natur aber dieſe krumme Linie ſey, konnte wegen der groſſen Schwierigkeit der Rechnungen, welche dieſe Unterſuchung erfordert, nicht ſo leicht beſtimmt werden. Hugenius hatte zwar ſchon gewieſen, daß wenn die Reſiſtenz der Luft der Geſchwindigkeit der darinne bewegten Cörper proportional wäre, dieſe krumme Linie eine Art der logarithmica ſeyn müſſe; Newton aber hat ſehr deutlich dargethan, daß dieſe Reſiſtenz der Luft nicht den Geſchwindigkeiten ſelbſt, ſondern ihren Quadratis proportional ſey, und hat ſich alle Mühe gegeben, die Natur der krummen Linie, welche ein Cörper, ſo einer ſolchen Reſiſtenz ausgeſetzt iſt, beſchreibet, ausfündig zu machen. Dem ungeachtet koñte derſelbe doch nicht ſeinen Endzweck erreichen, ſondern mußte ſich mit Approximationen begnügen, wie aus den Princi-

Principiis Math. Phil. Natur. genugſam erhellet. Dieſe Frage wurde auch A. 1718 dem berühmten Hrn. Profeſſor Joh. Bernoulli in Baſel von dem Engelländer Keil aufgegeben, als ein ſolcher Knoten, über deſſen Auflöſung ſich die Engelländer bißher umſonſt bemühet hatten. Als nun gedachter Herr Bernoulli ſogleich dieſes Problema aufgelöſet, und zwar in einem viel weitern Sinn, als ſolches vorgelegt worden, ſo kam auch eine Solution in des Hrn. Hermans Phoronomie zu gleicher Zeit zum Vorſchein, und der ſcharfſinnige Engelländer, Taylor, machte gleichfalls eine Solution bekannt. Ob nun gleich der Hr. Robins gefunden, daß die Reſiſtenz der Luft bey ſehr ſchnellen Bewegungen gröſſer iſt, als man geglaubet, ſo iſt doch auch für dieſen Fall die Auflöſung in der Methode enthalten, daß man alſo dieſelbe nicht als eine bisher unbekannt geweſene Sache anſehen kann; ungeachtet man geſtehen muß, daß ſich bisher noch kein Mathematicus ſonderliche Mühe gegeben, dieſelbe zum Vortheil der practiſchen Artillerie anzuwenden.

Daß aber die Reſiſtenz der Luft auf ſchnelle Bewegungen, dergleichen die Stück-Kugeln haben, eine ſehr merkliche Würkung habe, hat der berühmte Hr. Prof. Daniel Bernoulli im 2ten Tomo Comment. Acad. Petrop. welche Stelle ſo gar der Hr. Robins in einer andern

dern Abſicht anführet, auf das deutlichſte aus vielen Experimenten erwieſen; indem er zum Exempel pag. 338 zeiget, daß eine Stück-Kugel, welche in der Luft nur auf eine Höhe von 7819 Schue geſtiegen, in einen Luftleeren Raum 58750 Schuh hoch hätte ſteigen müſſen, von welcher merkwürdigen Anmerkung unſer Autor nicht die geringſte Meldung thut.

Eine gleiche Bewandniß hat es auch mit der Erklärung der Gewalt des Pulvers, wovon unſer Autor keine andere anführet, als welche De la Hire A. 1702 gegeben, und in der That keine tiefe Einſicht in die Natur-Wiſſenſchaft zu erkennen giebt; dahero man auf die Gedanken gerathen ſollte, als wenn niemand anders in dieſem Stücke glücklicher geweſen wäre. Daß ſich aber die Luft in dem Schieß-Pulver nicht in ihrem natürlichen Zuſtande, ſondern ſehr ſtark zuſammen gedruckt befinde, hat ſchon der vorgemeldte Hr. Joh. Bernoulli A. 1690. in ſeiner Diſſertation de efferveſcentia & fermentatione ſehr klar bewieſen. Denn derſelbe hat aus einigen über die Loßbrennung des Pulvers angeſtellten Experimenten den richtigen Schluß gezogen, daß die in dem Pulver befindliche Luft zum wenigſten hundert mahl mehr zuſammen gedruckt

ſeyn müſſe, als ſolche natürlicher Weiſe zu ſeyn pflegt. Es kan zwar ſeyn, daß dieſe Diſſertation dem Hrn. Robins niemahlen zu Geſicht gekommen; allein es iſt nicht wahrſcheinlich, daß derſelbe des Papini Experiment, als welches in die Philoſophical Transactions eingerücket iſt, nicht geſehen haben ſollte, worinne gleichfals gewieſen wird, daß in dem Salpeter würcklich eine ſehr elaſtiſche flüßige Materie enthalten ſey, von welcher die Gewalt des Pulvers herrühre; und daß in 6. granen Pulver zum wenigſten 1 gran pure Luft, welche ſo ſehr zuſammen gepreßt, enthalten ſey. In den Supplementi al Giornale de letterati d'Italia Tom. I. n. 8. hat auch ein Gelehrter, Nahmens Brachus, Experimente über die Gewalt des Pulvers angeſtellt, und daraus geſchloſſen, daß die im Pulver enthaltene Luft 450 mahl dichter ſey, als die natürliche.

Der Hr. Prof. Daniel Bernoulli hat auch dieſe Materie in ſeinem unvergleichlichen Werk von der Hydrodynamic, ſo A. 1738 zu Straßburg gedruckt iſt, ſehr ausführlich abgehandelt, in der 10ten Section, allwo er aus einigen Experimenten behauptet, daß die Elaſticität der im Pulver enthaltenen Luft mehr als 10000 mahl gröſſer ſey, als der natürlichen. Wenn alſo die Elaſticität der Luft

in

in eben der Proportion mit der Zuſammen-
druckung zunähme, ſo müßte auch die Luft
im Pulver 10000 mahl dichter, als die ge-
wöhnliche Luft, womit wir umgeben ſind,
und folglich das Pulver mehr als 10000 mahl
ſchwehrer ſeyn, als die ordentliche Luft. Da
nun das Waſſer nur ungefehr 1000 mahl
ſchwehrer iſt, als die Luft, die Schwehre des
Pulvers aber nicht viel vom Waſſer verſchie-
den iſt, ſo ſieht man wohl, daß dieſe Hypo-
theſis unmöglich beſtehen kann, wann auch
gleich das Pulver nichts anders wäre, als eine
zuſammen gepreßte Luft. Dahero glaubet ob-
gemeldter Autor, daß die Regel, krafft welcher
die Elaſticität der Luft ihrer Dichte propor-
tional ſeyn ſoll, bey ſehr ſtarken Zuſammen-
drückungen nicht mehr Platz habe, und daß
vielleicht die natürliche Luft, wann dieſelbe zum
Exempel nur in einen tauſend mahl kleinern
Raum zuſammen gedruckt wird, ſchon eine
10000 mahl gröſſere Elaſticität erlange:
Welche Meynung mit der angenommenen
Lehre von der Beſchaffenheit der Luft ſehr
wohl beſtehen kann. Da aber der Herr
Bernoulli dieſe Folgen aus der Reſiſtenz
der Luft hergeleitet, und dieſelbe beſtändig
den Quadraten der Geſchwindigkeit propor-
tional ſetzt; unſer Autor aber die Reſiſtenz
bey ſehr ſchnellen Bewegungen weit gröſſer
befunden hat; ſo werden dieſe Folgen einer

Correction nöthig haben, wodurch man vielleicht die Elaſticität der im Pulver enthaltenen Luft nicht mehr ſo erſtaunlich groß anzunehmen genöthiget ſeyn wird. Welcher Umſtand in den folgenden Anmerkungen mit gröſſerm Fleiß unterſuchet werden ſoll.

Erſtes Capitel.

Von der Gewalt des Schieß-Pulvers.

I. Satz.

Wenn Schieß-Pulver ſowohl in der Luft, als in einem Luft-leeren Raum, angezündet wird: ſo wird durch die Entzündung eine beſtändige, flüſſige und mit einer Ausdehnungskraft verſehene Materie hervorgebracht.

Wenn man ein feuriges Eiſen unter einen Recipienten ſetzt, die Luft vermittelſt einer Luftpumpe rein auspumpet, und alsdenn einige Pulverkörner auf das glüende Eiſen fallen läſſt: ſo wird das Pulver Feuer fangen, und der Mercurius in dem damit befeſtigten Indice Mercuriali plötzlich herunter ſinken. Gleich darauf wird derſelbe zwar wiederum herauf ſteigen, ſeine vorige Höhe aber nimmer wieder-

 um

um erreichen, ſondern beſtändig um ſo viel tieffer ſtehen bleiben, je mehr man Pulver im Recipienten angezündet hat. Dieſes iſt ein ſehr bekanntes Experiment, und findet ſich nach allen Umſtänden beſchrieben in den Philoſophical-Transactions No. 295. von Mr. Hauksbee, an welchem Ort er meldet, daß, nachdem er eine geringe Quantität Pulver auf dieſe Art angezündet, der Mercurius in dem Indice mercuriali, welcher vor der Loßbrennung $29\frac{1}{2}$ Zoll hoch geſtanden, darauf biß auf $12\frac{3}{4}$ Zoll herunter gefallen. Dieſes Experiment beweiſet alſo unſtreitig, daß durch die Loßbrennung des Pulvers in dem Recipienten eine ſubtile elaſtiſche Materie hervorgebracht worden, durch deren Ausdehnungskraft das Queckſilber ſo tief herab gedruckt worden, und daß folglich unſer Satz, in Anſehung des Lufft-leeren Raums, der Wahrheit gemäß iſt. Daß aber dieſe hervorgebrachte flüßige Materie auch fortdaurend geweſen, erhellet aus demjenigen, was Mr. Hauksbée an eben dem Ort noch beyfüget, daß ungeachtet das Queckſilber nach der Hand wiederum geſtiegen, daſſelbe doch den folgenden Tag nicht höher als $22\frac{1}{2}$ Zoll geſtanden, und auch nachgehends dieſe Höhe unverändert behalten habe. Daß hernach dieſe flüßige Materie elaſtiſch, oder mit einer Ausdehnungs-Kraft verſehen geweſen, beweiſet der niedrige Stand des Indicis mercurialis

curialis zur Gnüge; indem dieſelbe durch ihre natürliche Schwehre allein keine merkliche Würkung hätte hervor bringen können. Dieſes erhellet auch daraus, daß ſich dieſe Materie durch den gantzen Recipienten ausgebreitet, welches ohne die Elaſticität nicht hätte geſchehen können; und geht dieſes Experiment gleicher Weiſe von ſtatten, der Recipient mag groß oder klein ſeyn. Inzwiſchen iſt aber der Fall des Mercurii um ſo viel geringer, je gröſſer der Recipient genommen wird, wann man nehmlich einerley Quantitæt Pulver behält: woraus folget, daß dieſe flüßige Materie, je weiter ſich dieſelbe ausdehnen kan, eine um ſo viel kleinere Elaſticität behalte, und folglich mit der Luft in dieſem Stück überein komme.

Eben dieſe flüßige und elaſtiſche Materie wird hervorgebracht, wenn das Pulver in der Luft angezündet wird. (a) Denn, wann man eine kleine Quantitæt Pulver in den obern Theil einer Glaßröhre legt, das untere Theil der Röhre aber ins Waſſer taucht, ſo tief, daß nur ein geringer Theil derſelben, worinne das Pulver befindlich, auſſer dem Waſſer zu ſtehen komme, und alsdann die Röhre an dem obern Ende feſt zuſchlieſſet, daß dadurch alle Communication mit der äuſſern Luft gehoben

(a) Man beſehe Hauksbees Phyſ. Mechan. Exper. pag. 81.

ben wird, hernach aber das Pulver vermittelſt eines Brennglaſes in der Röhre anzündet: ſo wird das Waſſer plötzlich wie das Queckſilber bey dem vorigen Experiment zurück treten, und darinne beſtändig tiefer ſtehen bleiben, als vor der Entzündung des Pulvers. Dieſer Unterſcheid wird auch um ſo viel gröſſer ſeyn, je mehr Pulver angezündet wird, und je enger die Röhre iſt. Hieraus wird alſo auch der andere Fall unſers Satzes auſſer Zweifel geſetzt, daß die Loßbrennung des Pulvers auch in der Luft eine fortdaurende elaſtiſche flüßige Materie hervor bringe.

Zuſatz.

Man hat ſchon ſeit der Zeit des berühmten Boyle wahrgenommen, daß viele Materien durch die Gährung, und andere chymiſche Operationen, ein fluidum elaſticum, welches in vielen Stücken der natürlichen Luft ſehr ähnlich kommt, hervorbringen. Man hat auch gleicher Weiſe befunden, daß andere Vermiſchungen in verſchiedenen Umſtänden einen Theil der umliegenden Luft in ſich ſchlucken und gleichſam verzehren. Inſonderheit aber hat man beobachtet, daß alle verbrennliche Cörper, und alle ſchweflichte Dämpfe, einen groſſen Theil der Luft zerſtören, und ſolche entweder in ſich verſchlingen, oder zum wenigſten

ſten ihrer Elaſticität berauben. Dieſe Hervorbringung und Verzehrung der Luft in chymiſchen Proceſſen iſt neulich ſehr gründlich und glücklich von dem Hrn. Hales in ſeiner Vegetable Statics unterſuchet worden. Aus dieſen Gründen folget nun, daß in dem letztern Experiment der ſchweflichte Rauch, welcher bey Entzündung des Pulvers entſtehet, etwas von der in der Röhre zurück gelaſſenen Luft verzehren müſſe. Dahero iſt nöthig, daß man bey dieſem Experiment ſo wenig Luft in der Röhre zurück laſſe, als möglich iſt, damit die Richtigkeit des Experiments durch die verſchluckte Luft, wann dieſelbe der hervorgebrachten elaſtiſchen Materie beynahe gleich käme, nicht unterbrochen werde.

Hierzu kommt noch ein anderer Umſtand, weswegen es rathſam iſt, in dem letztern Experiment ſehr wenig Luft in der Röhre zu laſſen. Dieſer iſt die Würkung des Feuers, als wodurch die Elaſticität der zurückgebliebenen Luft ſehr ſtarck vermehret wird; welcher folglich nebſt der neu hervorgebrachten elaſtiſchen Materie die Röhre nicht wiederſtehen, ſondern zerſpringen würde.

Anmerkung.

Die erſtere Urſache, welche unſer Autor anführet, weswegen man ſo wenig Luft

als möglich, oben in der Röhre laſſen ſolle, iſt ſchwehr einzuſehen. Denn da vor der Entzündung der Raum in der Röhre über dem Waſſer theils mit Luft, theils mit der Materie des Pulvers, erfüllet geweſen, ſo muß ſich nach der Entzündung daſelbſt noch die vorige Luft, nebſt dem dadurch hervorgebrachten Fluido elaſtico weniger der von dem Dampf verzehrten Luft befinden. Folglich wird der Ueberſchuß des Raums im letztern Fall dieſes Fluidum elaſticum, weniger der verzehrten Luft, und auch noch weniger dem Raum, welchen vorher das Pulver eingenommen, enthalten. Dahero dieſer Ueberſchuß, worauf die Sichtbarkeit des Experiments beruhet, einerley ſeyn müßte, obgleich anfänglich viel oder wenig Luft in der Röhre gelaſſen worden. Unter dieſen Umſtänden würde alſo die angeführte Urſache ungültig ſeyn; oder man müßte behaupten, daß die Dämpfe um ſo viel weniger Luft verzehren, je weniger zurück gelaſſen würde: in welchem Falle dieſe Urſache noch einiger maſſen beſtehen könnte. Man könnte aber gleichwohl noch dagegen einwenden, ob die Dämpfe nicht in Ermanglung genugſamer Luft, die elaſtiſche flüßige Materie, ſo aus der Loßbrennung des Pulvers entſtanden, ſelbſt angreiffen, und davon einen Theil verzehren würde? angeſehen dieſe Materie mit der Luft

eine

eine ſo ſehr groſſe Aehnlichkeit hat; und in dieſem Fall müßte das Experiment eben ſo ungewiß bleiben, als wenn man viel Luft in der Röhre gelaſſen hätte. Weil aber dieſer Umſtand den gegenwärtigen Beweis nicht entkräfftet, ſo iſt unnöthig ſich dabey länger aufzuhalten. Wollte man aber die würkliche Quantitæt der aus dem Pulver entſtandenen elaſtiſchen Materie auf dieſe Art beſtimmen, ſo würde die gemeldte Verzehrung der Luft nicht ſonderlich hinderlich fallen, wenn man nur ſogleich die Würkung im Waſſer bemerkte, indem vermuthlich dieſelbe Verzehrung nicht in einem Augenblick vor ſich gehet, ſondern einige Zeit erfordert.

II. Satz.

Enthaltend eine ausführlichere Erklärung der Umſtände, welche bey der Loßbrennung des Pulvers, ſowohl in der Luft, als in einem Luft-leeren Raum, bey den beyden vorhergemeldten Experimenten beobachtet werden.

Wenn eine genugſame Quantitæt Pulver unter einem Recipienten, woraus

aus die Luft völlig gepumpt worden, vermittelſt eines glüenden Eiſens angezündet wird, ſo fällt der Index mercurialis augenblicklich, ſteigt aber auch ſogleich wiederum hinauf, und bleibet, nach einigen wenigen Oscillationen, deren keine auſſer der erſten ſehr merklich iſt, auf einer Höhe, ſo weit geringer iſt, als vor der Loßbrennung, dem Anſehen nach ſtill ſtehen: und dieſes iſt auch der Punct, worauf wir in unſern Experimenten hauptſächlich geſehen. Wenn aber gleich das Queckſilber dieſen ſcheinbaren Ruhe-Punct erreichet, ſo fährt daſſelbe dennoch noch eine geraume Zeit fort zu ſteigen, obgleich ſo langſam, daß man keinen Unterſcheid ſo bald merken kann. Unter deſſen geſchicht dieſes unvermerkliche Steigen je länger je langſamer, und hört auch endlich völlig auf, dergeſtalt, daß daſſelbe bey einem Punct, ſo niedriger iſt, als wo es vor der Entzündung des Pulvers geſtanden, gänzlich feſt ſtehen bleibt.

Faſt eben dieſe Umſtände ereignen ſich, wenn Pulver wie im zweyten Experiment beſchrieben worden, in einer Röhre, ohne vorher die Luft ausgezogen zu haben, angezündet wird.

Alle dieſe Begebenheiten rühren nun von den verſchiedenen Veränderungen her, welche in dem aus der Entzündung des Pulvers entſtandenen Fluido elaſtico vorgehen. Der

erſte plötzliche Fall des Queckſilbers wird verurſachet von der Gewalt dieſer flüßigen Materie, ſo lange die Flamme dauret, als wodurch die Ausdehnungs-Kraft derſelben noch vielmehr vermehret wird. So bald aber die Flamme und zugleich die heftige Erhitzung dieſer Materie aufhöret, ſo wird auch die Elaſticitæt derſelben wiederum vermindert: welches, da es in ſehr kurzer Zeit geſchieht, ſo ſteiget auch das Queckſilber ſehr bald nach dem erſten Fall wiederum herauf, welches Steigen ſo lange dauret, biß die elaſtiſche Materie mit dem Recipienten einerley Grad der Wärme erreichet; und alsdenn ſcheinet der Mercurius ſtill zu ſtehen. Daß aber dieſelbe noch nachgehends unvermerkt höher kommt, rühret theils von der darauf folgenden allmähligen Abkühlung des Recipienten, als welcher durch die Entzündung des Pulvers auch einiger maſſen erhitzet worden, her; theils aber inſonderheit von der Verzehrung eines Theils der Luft, ſo durch die ſchweflichten Dämpfe, wie oben angemerkt worden, geſchieht, wodurch folglich die Drückung derſelben auf den Mercurium vermindert wird.

Zuſatz.

In den folgenden Propoſitionen wird unwiederſprechlich dargethan werden, daß die

die Gewalt des Schießpulvers nichts anders ſey, als die Ausdehnungskraft dieſer flüßigen Materie, welche durch die Entzündung des Pulvers in den angeführten Experimenten gezeuget worden. Wir werden auch über dieſes zeigen, daß dieſe flüßige Materie in ihren Würkungen einerley Geſetze mit andern elaſtiſchen Materien, und inſonderheit mit der Luft, beobachtet. Dergeſtalt, daß was auch dieſe Gewalt immer für beſondere Eigenſchafften haben mag, die Würkung doch einerley ſeyn würde, wenn man an ſtatt derſelben eine gleiche Quantitæt Luft ſetzen ſollte: wofern nehmlich dieſe Luft in eben denſelben Raum eingeſchloſſen, und auf eben den Grad erhitzet würde, welchen jene flüßige Materie bey der Entzündung des Pulvers erhält. Hr. Hales hat auch ſo gar befunden, daß diejenigen elaſtiſchen Fluida, welche durch aller Gattung Chymiſche Proceſſe erzeuget werden, mit der Luft einerley Schwehre haben, und dieſes hat er inſonderheit an derjenigen, welche aus dem Weinſtein entſtehet, ſehr deutlich gewieſen. Er hat auch ferner gefunden, daß dieſe elaſtiſchen flüßigen Materien von der Wärme ausgedehnet, von der Kälte aber zuſammen gezogen werden, und daß dieſelben mit der Luft einerley Kraft erfordern, um in einen kleinern Raum zuſammen gedrückt zu werden, daß auch über dieſes

ſes dieſelben, wenn ſie von den ſchweflichten Dämpfen gereiniget werden, welches geſchieht, wenn man dieſelben durch das Waſſer gehen läßt, nicht nur viele Monathe, ſondern auch Jahre in einerley Zuſtand verbleiben, ohne einen merklichen Theil ihrer Elaſticitæt zu verlieren. Wegen dieſer und noch anderer Umſtände hat er alſo nicht gezweifelt, alle dieſe auf ſolche Art erzeugten elaſtiſchen Fluida für eine würkliche und natürliche Luft zu halten. Wenn nun dieſe Meynung bey allen ſtatt findet, ſo muß dieſelbe inſonderheit bey derjenigen, welche aus dem Pulver entſpringet, gelten; maſſen dieſelbe einig und allein aus dem Salpeter herkommt, indem weder der Schwefel noch die Kohlen ſolche in ſich enthalten. Es iſt aber bekannt, daß der Salpeter nichts anders iſt, als eine mit Luft vermengte ſaltzigte Erde. Denn eben daſſelbe Stück Erde, wenn ſolches der Luft auf eine vortheilhafte Art ausgeſetzt wird, kann beſtändig immer neuen Salpeter hervor bringen. Ob aber gleich dieſe Meynung, daß die durch Entzündung des Pulvers erzeugte ſubtile elaſtiſche Materie nichts anders als eine natürliche Luft iſt, der Wahrheit vollkommen gemäß ſcheinet; ſo iſts doch zu unſerm Vorhaben einerley, ob dieſelbe wahr oder falſch iſt. Denn es iſt uns genug, daß wir wiſſen, daß eine ſolche

che elaſtiſche Materie vorhanden iſt, von welcher die Würkungen des Pulvers ihren Urſprung haben. Dieſelbe mag nun Luft ſeyn, oder nicht, ſo behalten unſere Schlüſſe doch eben dieſelbe Kraft; indem dieſelben auf die Eigenſchaften, welche die Experimenten klärlich ausweiſen, und nicht auf bloſſe Speculationen über die Natur derſelben gegründet ſind.

Anmerkung.

Man kann ſich alſo das Pulver als eine ſolche Materie vorſtellen, welche eine über die maſſen ſtark zuſammen gedrückte Luft in ihren Theilgen eingeſchloſſen hält, und dabey ſo beſchaffen iſt, daß dieſe Behältniſſe durch die Entzündung plötzlich geöfnet, und die eingeſchloſſene Luft in Freyheit geſetzt wird, ſich auszudehnen. Denn auf ſolche Art müſſen eben diejenigen Würkungen entſtehen, welche bey den obenangeführten Experimenten wahrgenommen worden: ſo bald nehmlich dieſe eingeſchloſſene und ſehr ſtark zuſammen gepreßte Luft durch die plötzliche Entzündung von ihren Banden befreyet wird, ſo erhält dieſelbe durch die groſſe Hitze des Feuers einen ſtarken Zuwachs ihrer Ausdehnunskraft, und treibet folglich im erſten Experiment das Queckſilber, im andern aber das Waſſer viel weiter zurück, als die bloſſe Ausdehnungs-

kraft

kraft zu verrichten vermögend wäre; da aber dieſe groſſe Erhitzung gleichſam nur einen Augenblick dauret, ſo läſſt auch dieſe groſſe Elaſticität ſo gleich wiederum nach, und verurſachet alſo, daß das Queckſilber und Waſſer gleich nach dem erſten Fall wiederum in die Höhe ſteigt. Weil aber hierauf noch einige Zeit das Aufſteigen ſehr langſam fortdauret, und die Urſache davon ſowohl in der Verzehrung der Luft, welche von den ſchweflichten Dämpfen des Pulvers verurſachet wird, als in der allmähligen Abweichung des Recipienten verborgen liegt: ſo ſiehet man, daß dieſe Verzehrung ſehr langſam vor ſich gehe, und alſo die hierüber angeſtellten Experimenten nicht unrichtig mache, wie ſchon bey dem erſten Satz angemerket worden. Da alſo nicht nur eben dieſelbe Würkung erfolget, wenn man annimmt, daß in dem Pulver eine ſehr heftig zuſammen gepreßte Luft befindlich iſt, ſondern auch die aus deſſen Entzündung würklich hervorgebrachte ſubtile elaſtiſche Materie alle übrige Eigenſchaften der Luft vollkommen beſitzet; ſo hat man um ſo viel weniger Urſache zu zweifeln, daß dieſelbe nicht in der That Luft ſeyn ſolte: da aus der Erfahrung genugſam bekannt, daß die Luft ein aus allen elaſtiſchen Ausdünſtungen der irdiſchen Cörper vermiſchtes Weſen ſey, dahero man jederzeit eine jegliche flüßige Materie,

welche mit der Luft einerley Schwehre und einerley Elaſticität hat, ohne zu fehlen für eine wahrhafte Luft halten kan. Man kan hieraus auch eine beſondere Art von Veränderung abnehmen, welche in der Luft beſtändig vorgeht. Denn da durch die Gährung, wie bey der Loßbrennung des Pulvers geſchieht, die in den Cörpern eingeſchloſſene zuſammen gepreßte Luft hervor bricht, und ſich mit der offenen Luft vereiniget; ſo giebt es wiederum ſolche Cörper, welche die Luft in ſich ſchlucken, und in ihre poros zuſammen zu drucken vermögend ſind, worinne dieſelbe ſo lange bleibt, biß ſie Gelegenheit findet, wiederum heraus zu brechen. Und auf eben dieſe Art kann man begreiffen, wie der Salpeter und andere Cörper, ſo eine ſolche zuſammen gepreßte Luft in ihren Poris eingeſchloſſen halten, nach und nach erzeuget werden.

III. Satz.

Die Elaſticität oder Ausdehnungs-Kraft der aus dem Pulver erzeugten flüſſigen Materie iſt, wann die übrigen Umſtände einerley ſind, ihrer Dichte oder Zuſammenpreſſung proportional.

Dieſes folget hieraus, daß wenn man unter eben demſelben Recipienten zweymahl

ſo

ſo viel Pulver anzündet, der Mercurius in der gläſernen Röhre auch zweymahl ſo tief herab ſinkt. Da aber aus einer doppelten Quantität Pulver zweymahl ſo viel von dieſer elaſtiſchen Flüßigkeit erzeuget wird, ſo muß dieſelbe in dem von Luft gereinigten Recipienten zweymahl ſo dichte ſeyn. Weil nun ihre Elaſticität durch den Fall des Mercurii angezeigt wird; ſo iſt hieraus klar, daß mit einer doppelten Dichte auch eine doppelte Elaſticität verknüpfet iſt. Wenn auch gleiche Portionen Pulver in verſchiedenen Recipienten von ungleicher Gröſſe angezündet werden, auf eben die Art, wie oben beſchrieben worden; ſo wird der Fall des Mercurii accurat um ſo viel gröſſer ſeyn, je kleiner der Recipient geweſen. Je kleiner aber der im Recipienten befindliche Raum iſt, je dichter muß die aus dem Pulver erzeugte Materie ſeyn; und alſo iſt auch in dieſem Fall die Elaſticität der Dichte proportional.

Weil man aber in den gewöhnlichen Experimenten von dieſer Art genöthiget iſt, ſehr wenig Pulver zu gebrauchen, und es dahero nicht möglich iſt, die wahre Proportion zwiſchen der Dichte, und der damit verknüpften Ausdehnungs-Kraft, auf das genauſte zu bemerken: ſo nahm ich einen ziemlich groſſen Recipienten, welcher ungefehr 520 Cubiſche Zoll hielt, und ließ auf ein darunter geſetztes

glüendes Eiſen auf einmahl ein Drachma Pulver, nachdem die Luft völlig ausgepumpet worden, fallen; worauf das Queckſilber in dem Indice mercuriali accurat 2 Zoll tief fiel. Hernach glüete ich das Eiſen zum zweyten mahl, und ließ, nachdem die Luft wieder wie vorher ausgezogen worden, 2 Drachmas Pulver darauf fallen, wodurch der Mercurius um 3 $\frac{3}{4}$ Zoll herab ſunk. Es fiel aber etwas wenig vom Pulver neben das Eiſen, welches, weil der Boden des Recipienten etwas feucht war, nicht Feuer faſſete; und dieſes ſcheinet die wahre Urſache zu ſeyn, warum das Queckſilber im letztern Fall nicht accurat zweymahl tiefer fiel, als im erſtern. Wenn alſo im letztern Fall alles Pulver entzündet worden wäre, ſo würde der Mercurius um einen viertel Zoll tiefer, das iſt, in allem auf 4 Zoll gefallen ſeyn, woraus wiederum erhellet, daß die Elaſticität dieſer aus dem Pulver erzeugten Materie ihrer Dichte proportional ſey.

Anmerkung.

Aus dieſen Experimenten erhellet ziemlich klar, daß wenn die aus dem Pulver erzeugte elaſtiſche Materie in einem zweymahl, oder drey mahl, oder viermahl kleinern Raum eingeſchloſſen wird, ihre Elaſticität auch 2. 3 oder 4 mahl gröſſer werde. Denn ungeachtet man

man noch zweifeln könnte, ob ſich dieſe Propoſition in der That ſo verhalte, oder ob dieſelbe nur beynahe ſtatt finde, immaßen durch dieſe Experimente eine geringe Abweichung von dieſer Regel nicht beobachtet werden könnte; ſo hat man doch dieſe Propoſition durch eine andere Art Verſuche in der Luft richtig befunden. Da nun dieſe ſubtile Materie von der Luft nicht unterſchieden iſt, ſo hat man auch keine Urſache, an der Wahrheit dieſer Propoſition zu zweifeln. Dieſes verſtehet ſich aber nur, wenn der Unterſcheid zwiſchen den verſchiedenen Zuſammendrückungen, deren Elaſticität man unterſuchen will, nicht allzugroß iſt. Denn ob man gleich verſichert ſeyn kann, daß wenn die gewöhnliche Luft in einen zehen mahl kleinern Raum gebracht wird, ihre Elaſticität auch ziemlich genau zehen mahl gröſſer werde; ſo folget daraus doch noch nicht, daß eben dieſe Propoſition auch bey den ſtärkſten Zuſammendrückungen unverändert bleibe, indem es gar wohl möglich wäre, daß zum Exempel eine hundert mahl dichtere Luft etwas mehr oder weniger, als hundert mahl elaſtiſcher wäre. Und dahero wird hierdurch die oben angeführte Muthmaſſung des Hrn. Bernoulli, welcher glaubt, daß eine 1000 mahl dichtere Luft vielleicht eine 10000 mahl gröſſere Elaſticität haben könne, noch keineswegs beſtritten. Weil ſich nun in

dem Pulver eine ſo ſehr zuſammen gepreßte Luft befindet, deren Dichte die Dichte der natürlichen Luft etliche 100 mahl übertrift, ſo bleibet noch ſehr zweifelhaft, ob die Elaſticität derſelben accurat eben ſo vielmahl gröſſer ſey, als der natürlichen. Dahero kann man nicht ſagen, daß dieſer Satz des Autoris ohne Einſchränkung mit der Wahrheit übereinſtimme: ſondern, wenn der angeführte Beweis gelten ſoll, ſo müſſte man den Satz dergeſtalt einſchräncken, daß die Elaſticität der Dichte der Luft nur alsdenn proportional ſey, wenn ſich in der verſchiedenen Dichte kein allzugroſſer Unterſcheid befindet.

IV. Satz.

Die Elaſticität und Menge dieſer ſubtilen Materie, welche aus einer gegebenen Quantität Pulver gezeuget wird, genau zu beſtimmen.

Weil die verſchiedenen Arten von Pulver auch verſchiedene Quantitäten von dieſer ſubtilen Materie, nach dem Unterſcheid ihrer Güte, hervorbringen, ſo iſt nöthig, ehe ſich etwas in dieſem Stück beſtimmen läſſt, daß man ſich von der Art desjenigen Pulvers, welches man bey der Unterſuchung brauchen will,

will, verſichere. Ich habe zu dieſem Ende diejenige Sorte erwehlet, welche zum Gebrauch der Regierung bereitet zu werden pflegt; als wobey, kraft eines Contracts, beſtändig einerley Proportion der Materialien beybehalten werden muß. Dieſe Art iſt alſo zu Anſtellung der Verſuche weit bequemer, als die andern Arten, welche nach eines jeden Gutdünken gemacht werden.

Nachdem alſo die Art des Pulvers, welches zu dieſen Experimenten gebraucht werden ſoll, feſtgeſetzt worden, ſo müſſen wir noch dieſe nachfolgende zwey Grundſätze, welche in dem Zuſatz des zweyten Satzes erinnert worden, voraus ſetzen. Erſtlich, daß die Elaſticität dieſer ſubtilen Materie durch die Hitze vermehret, durch die Kälte aber vermindert werde, nach eben den Geſetzen, welche man bey der Luft wahrnimmt. Zweytens, daß die Dichte dieſer Materie, und folglich auch ihre Schwehre, einerley ſey mit einer gleichen Quantität Luft, welche eben den Grad der Elaſticität und Wärme beſitzt.

Aus dem in dem vorigen Satz angeführten Experiment erhellet alſo, daß ein Drachma oder $\frac{1}{16}$ Untz Avoïr du poiſe, oder 27 Gran Troy Gewicht Pulver, das Queckſilber um zwey Zoll fallen macht, da ſolches vorher beynahe 30 Zoll hoch geſtanden. Wenn man alſo 15 mahl mehr Pulver, nehmlich 410 gran Troy

Gewicht

Gewicht genommen hätte, ſo würde das Queckſilber gänzlich hinab gefallen, und alſo die im Recipienten befindliche ſubtile materie mit dem Druck der natürlichen Luft im Gleichgewicht geſtanden ſeyn, folglich mit der Luft, in der wir leben, einerley Elaſticität gehabt haben. Der Raum des Recipienten hielt in ſeiner Ausmeſſung 520 cubiſche Zoll, woraus folget, daß 410 gran Pulver durch ihre Entzündung 520 cubiſche Zoll einer ſubtilen Materie hervorbringen, welche mit der ordentlichen Luft einerley Grad der Elaſticität haben. Folglich wird eine ganze Untze Pulver ungefehr 575 cubiſche Zoll von einer ſolchen ſubtilen Materie erzeugen.

Um aber von der Dichte dieſer ſubtilen Materie urtheilen zu können, ſo iſt zu merken, daß ein Theil der jetzt gefundenen Elaſticität von der Hitze des in Recipienten befindlichen glüenden Eiſens verurſachet worden. Weilen nun die gemeine Wärme des Recipienten merklich kleiner geweſen, als des ſiedenden Waſſers, welches Grad der Wärme die Elaſticität der Luft ungefehr um den dritten Theil zu vermehren pflegt: ſo habe ich aus allen Umſtänden geſchloſſen, daß der aus dieſem Grund entſtandene Zuwachs der Elaſticität den fünften Theil möchte beygetragen haben. Wenn alſo der Recipient mit der äuſſeren Luft einerley Grad der Wärme gehabt

hätte,

hätte, ſo würde das Queckſilber, an ſtatt 2 Zoll, nur um $1\frac{3}{5}$ Zoll haben fallen müſſen. Man muß daher auch die obgefundenen 575 Zoll um den fünften Theil vermindern, welches noch 460 cubiſche Zoll gibt. Eine ſolche Quantität von dieſer ſubtilen elaſtiſchen Materie, welche mit der Luft einerley Grad der Elaſticität und Dichte hat, iſt derowegen in einer Untze Pulver enthalten, und wird daraus durch die Entzündung hervorgebracht. Nun aber wägen 460 Cubiſche Zoll gemeine Luft ungefehr 131 Gran, und da eine Unze, dergleichen ich gebraucht habe, 437 Gran hält, ſo trägt dieſe im Pulver befindliche ſubtile Materie am Gewicht den $\frac{131}{437}$ Theil, oder beynahe $\frac{3}{10}$ des ganzen Gewichts des Pulvers aus.

Wenn man die Quantität dieſer ſubtilen Materie, in Anſehung des Raums, welchen das Pulver einnimmt, zu wiſſen verlangt, ſo iſt zu merken, daß 1 Unze, und 1 Drachm. oder 17 Drachm. Avoir du poiſe Pulver, wenn daſſelbe wohl zuſammen gedruckt wird, 2 Cubiſche Zoll ausfüllen. Nach obiger Rechnung aber müſſen 17 Drachm. und alſo 2 Cubiſche Zoll Pulver, $488\frac{3}{4}$ cubiſche Zoll einer ſolchen ſubtilen Materie, welche der Luft gleich iſt, in ſich enthalten. Dahero iſt in einem cubiſchen Zoll Pulver ſo viel von dieſer Materie eingeſchloſſen, welche, wenn ſie ſich ſo weit ausdehnet, biß ſie mit der natürlichen Luft einerley

Dichte und Elaſticität erhält, einen Raum von 244 cubiſchen Zollen ausfüllen wird.

Um aber dieſe Beſtimmung noch mehr zu bekräftigen, ſo habe ich zu verſchiedenen mahlen eine Drachmam Pulver in einem Luft-leeren Recipienten, welcher 470 cubiſche Zoll hielt, vermittelſt eines Brennglaſes verbrennet. Dieſe Verſuche waren etwas mühſamer, als die vorigen, in welchen das Pulver durch Hülfe eines glüenden Eiſens angezündet worden. Denn es dauret bißweilen ſehr lange, ehe das Pulver Feuer fangen will, in welcher Zeit bißweilen Luft in den Recipienten hineindringen, und die folgende Ausmeſſung unrichtig machen kan. Ueber dieſes blieb auch gemeiniglich wohl der vierte Theil des Pulvers unentzündet, und wurde im Recipienten herum zerſtreuet. Um alſo hierinne eine Gewißheit zu erlangen, ſo ſammlete ich die unverbrennten Pulverkörner zuſammen, wog dieſelben, und vermehrte den geſchehenen Fall des Queckſilbers nach dieſer Proportion, damit derſelbe ſich bey einem jeglichen Experiment auf eine gantze Drachmam Pulver ſchickte. Solchergeſtalt fand ich bey dem erſten Experiment $2\frac{1}{10}$; bey dem andern $1\frac{8}{10}$; bey dem dritten $2\frac{1}{10}$ und bey dem vierten $1\frac{85}{100}$ Zoll. Hiervon nahm ich ein Mittel, und ſchloß, daß der von einer Drachma Pulver verurſachte

Fall

Fall des Queckſilbers ſeyn müßte $1\frac{96}{100}$ Zoll, für den Recipienten, welcher 470 cubiſche Zoll hielt. Hieraus folget, daß eine Drachma Pulver in dem vorher gebrauchten Recipienten von 520 cubiſchen Zollen das Queckſilber nur $1\frac{77}{100}$ Zoll würde haben fallen machen. Was nun in dieſen Experimenten wegen der im Recipienten entſtandenen Hitze muß abgezogen werden, iſt ſehr geringe. Denn nachdem ich ein klein Thermometer unter den Recipienten geſetzet, ſo fand ich, daß die Hitze nicht gröſſer war, als die gewöhnliche Sommer-Wärme, welche die Luft gemeiniglich um den zwölften Theil mehr ausdehnet. Wenn man nun $1\frac{77}{100}$ um den zwölften Theil vermindert, ſo kommen $1\frac{67}{100}$ Zoll heraus, welches ſehr wenig von $1\frac{3}{5}$ oder $1\frac{60}{100}$ Zoll, die vorher gefunden worden, unterſchieden iſt. Dahero der vorhergemachte Schluß gültig bleibt, daß ſich die in einer jeglichen Quantität Pulver enthaltene ſubtile Materie, wenn dieſelbe ſich ſo weit ausdehnet, biß ſie mit der natürlichen Luft einerley Dichte erhält, einen 244 mahl gröſſern Raum einnimmt, als das Pulver, woraus dieſelbe entſtanden.

Dieſe Verhältniß ſtimmet auch ſehr wohl mit dem Experiment überein, welches Hauksbee in ſeinem Phyſ. Mech. Experiments p. 81. anführet. Denn er fand, daß

ein

ein gran Pulver, durch die Entzündung einen cubiſchen Zoll von der elaſtiſchen und der Luft ähnlichen Materie hervor bringe. Wenn man aber die Verhältniß des Raums, welchen das Pulver einnimmt, zu dem Raum, welchen die daraus erzeugte ſubtile Materie, nachdem dieſelbe mit der natürlichen Luft einerley Dichte erreichet, erfüllet, zu wiſſen verlangt, ſo wird dieſelbe von Hauksbée angegeben, wie 1 zu 232; welche Abweichung von der unſrigen ſo geringe iſt, daß dieſelbe bloß allein von dem Unterſcheid des Pulvers mag hergekommen ſeyn. Hieraus können wir auch den Schluß ziehen, daß die äuſſere Luft in der Erzeugung dieſer ſubtilen Materie aus dem Pulver keine Veränderung verurſache. Denn wann wir des Hauskbées Verſuche mit unſern eigenen vergleichen, ſo erhellet, daß aus dem Pulver eben ſo viel dergleichen ſubtile Materie in der Luft, als in einem Luft-leeren Raum, hervor gebracht worden.

Wenn alſo dieſe aus dem Pulver erzeugte ſubtile Materie ſich nicht ausdehnen könnte, ſondern in eben dem Raum, welchen vorher das Pulver eingenommen, eingeſchloſſen bliebe; ſo würde dieſelbe 244 mahl dichter ſeyn, und folglich auch eine 244 mahl gröſſere Elaſticität haben, als die natürliche Luft, wenn dieſelbe nehmlich mit der Luft auch einerley Grad der Wärme haben ſolte. Allein,

da

da dieſelbe durch die Entzündung sehr erhitzet wird, ſo muß auch in dieſem Zuſtande ihre Elaſticität noch weit gröſſer ſeyn.

Hieraus folget alſo unſtreitig, daß, wenn eine Quantität Pulver in einem verſchloſſenen Raum, welcher damit völlig angefüllet wird, entzündet werde, die Seiten dieſes Raums im erſten Augenblick mit einer Gewalt gedruckt werden müſſen, welche weit mehr, als 244 mahl gröſſer iſt, als der Druck der natürlichen Luft, wegen des groſſen Grads der Erhitzung, worinne ſich dieſe Materie gleich nach der Entzündung befindet. Wie groß aber die Vermehrung der von dieſer Hitze entſtandenen Elaſticität eigentlich ſey, ſoll in dem folgenden Satze unterſuchet werden.

Anmerkung.

Es kan hier erſtlich wegen des Gewichts, welches der Autor bey ſeinen Verſuchen gebrauchet, ein Zweifel entſtehen. Denn er thut von zweyerley Arten, welche in Engelland gebräuchlich ſind, Meldung, nehmlich des Troy Gewichts, und des Avoir du poiſe Gewichts. Das erſtere wird zu Abwägung des Goldes, Silbers, und anderer koſtbaren Waaren, gebraucht: davon pflegt ein Pfund in 12 Untzen eingetheilt zu werden, deren eine ſich zur Pariſer Untze verhält wie 480 zu $472\frac{1}{2}$; und hält folglich eine ſolche Untze $585\frac{1}{7}$ Pa-

Pariſer Gran. Das Avoir du poiſe Gewicht wird bey groben Waaren gebraucht, und ein Pfund davon in 16 Untzen eingetheilet, eine Untze aber weiter nach des Eiſenſchmieds Tractat de Ponderibus & menſuris veterum in 8 Drachmas, und 24 Scrupel: und hält eine ſolche Untze 534 Pariſer Gran. In den hier angeführten Experimenten nennet aber Hr. Robins den ſechszehnten Theil einer Untze eine Drachmam, daß alſo nach ihm eine Drachma nur halb ſo groß, als nach dem Eiſenſchmidt wäre. Wir können aber hierinne, wegen der in andern Stücken hervorleuchtenden Accurateſſe keinen Irrthum vermuthen; und da die Eintheilung und Benennung der Gewichte willkührlich iſt, auch alle in Engellund übliche Arten uns vielleicht nicht bekannt ſind: ſo können wir dasjenige, was unſer Autor von Drachmis ſagt, gar wohl von halben Drachmis verſtehen. Wenn aber die Experimenten ihre Richtigkeit haben, wie wir daran nicht zweifeln wollen, ſo braucht die Sache weiter auch keiner beſondern Art von Maß oder Gewicht. Denn wann wir uns einen Raum von einem cubiſchen Schuh vorſtellen, welcher völlig mit demjenigen Pulver, ſo unſer Autor Gouvernements-Pulver nennet, angefüllet iſt; ſo iſt darinne ſo viel von der hier beſchriebenen elaſtiſchen ſubtilen Materie enthalten, welche,

biß

biß ſie mit der natürlichen Luft einerley Dichte erhält, einen Raum von 244 cubiſchen Schuhen einzunehmen vermögend iſt. Und da dieſe Materie, ſo lange ſie ſich in dem Pulver ſo ſehr zuſammen gepreßt befindet, einen Theil des Gewichts derſelben ausmacht, ſo beträgt, wie wir geſehen, dieſer Theil $\frac{3}{10}$ des Gewichts. Dahero ſind je in 10 Pfund Pulver 3 Pfund zuſammen gepreßte Luft enthalten.

Ferner iſt hier zu merken, daß ob gleich die aus dem Pulver in einem verſchloſſenen Raum erzeugte Luft, 244 mahl dichter iſt, als die natürliche Luft, dennoch aus dem vorigen noch nicht folgt, daß die Elaſticität derſelben auch 244 mahl gröſſer ſey, als der natürlichen: indem wie ſchon gemeldet, aus den darüber angeſtellten Experimenten nicht mehr folgt, als daß dieſe Proportion ſtatt finde, wann die Luft nicht allzu ſtark zuſammen gepreßt wird. Es könnte alſo dieſem ungeachtet gar wohl ſeyn, daß eine 244 mahl dichtere Luft eine mehr als 300 mahl ſtärkere Ausdehnungs-Kraft beſäſſe; welcher Zweifel durch andere Experimente ausgemacht werden muß. Im übrigen, da auch die Dichte der natürlichen Luft in den verſchiedenen Jahres-Zeiten ziemlich veränderlich iſt, ſo hätte auch bey einem jeglichen Experiment der Grad der Wärme bemerket werden können. Weil man aber

zu

zu einer ſo vollkommenen Erkenntniß der Gewalt des Pulvers nicht gelangen kan, daß man nöthig hätte, auf ſolche Kleinigkeiten Acht zu haben; ſo iſt dieſe Unterlaſſung wohl zu entſchuldigen.

V. Satz.

Den Zuwachs der Elaſticität der Luft zu beſtimmen, wann dieſelbe auf den Grad des glüenden Eiſens erhitzet wird.

Um dieſes zu beſtimmen, nahm ich ein Stück von einem Musketen-Lauf, ungefehr 6 Zoll lang, und ließ daſſelbe an einem Ende völlig zuſchlieſſen, das andere Ende aber ſpitzig ausziehen, daß die Oefnung im lichten nicht mehr als $\frac{1}{8}$ Zoll austrug. Dieſe Röhre ließ ich bey einem Schmidt gantz roth glüend machen, und tauchte dieſelbe mit dem offenen Ende abwerts gekehret in ein Gefäß voll Waſſer, ſo lange, biß ſie völlig abgekühlet war. Hierauf nahm ich dieſelbe mit aller Behutſamkeit wiederum aus dem Waſſer, und wog das Waſſer, welches in währender Abkühlung hinein getreten war, auf das genauſte. In drey verſchiedenen nach

nach einander angeſtellten Verſuchen, betrug das Gewicht dieſes Waſſers 610, 595 und 600 Gran: die ganze Röhre aber hielt 796 Gran Waſſer. Dahero in dieſen Experimenten noch ſo viel Luft in der Röhre geblieben, als 186, 201, und 196 Gran Waſſer einnehmen, und dieſes war auch ohne Zweifel alle Luft, welche in der Röhre, ſo lange dieſelbe glüete, befindlich war. Folglich verhält ſich die Elaſticitæt der Luft, wenn dieſelbe auf den äuſſerſten Grad des rothglüenden Eiſens erhitzet wird, zur Elaſticitæt eben derſelben Luft, wenn ſie mit der natürlichen Luft einerley Grad der Wärme angenommen, wie der gantze Innhalt der Röhre 796, zu dem vor der abgekühlten Luft eingenommenen Theil, der in den drey angeſtellten Verſuchen war 186, 201, und 196: und wenn wir dazwiſchen ein Mittel nehmen, wie 796 zu 194$\frac{1}{3}$, oder bey nahe, wie 4 zu 1.

Die Hitze, welche der Röhre bey dieſen Verſuchen gegeben wurde, war derjenige Grad, welchen die Schmiede die weiſſe Hitze zu nennen pflegen. Uebrigens muß man hierbey verhüten, daß bey dem Ablöſchen der Röhre keine wäſſerigte Dünſte hinein dringen, und die darinne noch befindliche Luft heraus treiben, wodurch das ganze Experiment un-

unrichtig gemacht würde. Zu dieſem Ende ließ ich einen eiſernen Drath machen, welcher in die Oefnung der Röhre genau paßte, und damit verſtopfte ich jederzeit die Röhre, ehe ich ſie aus dem Feuer nahm, und ließ auch denſelben ſo lang darinne, biß die Abkühlung im Waſſer geſchehen war. Hierauf zog ich erſt unter dem Waſſer dieſen Drath heraus, damit das Waſſer herein gehen, und den von Luft entledigten Raum anfüllen konnte.

Anmerkung.

Da die Luft, welche die Röhre, ſo lange ſie glüend war, gänzlich erfüllte, nach der Abkühlung nur noch den vierdten Theil einnahm; ſo folget hieraus unſtreitig, daß wenn die Luft in einem verſchlöſſenen Raum biß auf den Grad des glüenden Eiſens erhitzet wird, ihre Elaſticitæt vier mahl ſo groß ſeyn werde, als vorher, und daß dieſelbe alſo mit der natürlichen Luft nicht eher im Gleichgewichte ſeyn könne, als biß ſie ſich in einen 4 mahl gröſſeren Raum ausgebreitet. Ob nun gleich dieſes bey der natürlichen Luft ſeine völlige Richtigkeit haben mag, ſo hat man doch noch groſſe Urſache zu zweifeln, ob eine etliche hundert mahl dichtere Luft, dergleichen im Pulver eingeſchloſſen iſt, gleichfalls eine 4 mahl gröſſere Elaſticitæt bekomme, wenn

dieſelbe

dieſelbe auf eben den Grad erhitzet wird. Da es alſo noch ungewiß ſcheinet, ob eine Luft, welche etliche hundert mahl dichter iſt, als die natürliche, mit derſelben aber einerley Grad der Wärme hat, auch accurat eben ſo vielmahl mehr elaſtiſch ſey; ſo ſcheinet noch vielmehr ungewiß zu ſeyn, ob die Elaſticitæt einer ſo dichten Luft, wenn dieſelbe auf den Grad des glüenden Eiſens erhitzet wird, juſt 4 mahl gröſſer werde, weil man dieſe Vermehrung bey der gewöhnlichen Luft wahrgenommen: weswegen bey den folgenden Unterſuchungen nöthig ſeyn wird, wohl auf dieſe Umſtände Achtung zu geben, damit nicht alles als gewiß und bewieſen angenommen werde, woran man noch wichtige Urſachen zu zweifeln haben kan.

VI. Satz.

Zu beſtimmen, um wie viel die Elaſticität der ſubtilen Materie, welche aus dem Pulver erzeuget wird, noch durch die Hitze, womit die Entzündung begleitet wird, vermehret werde.

Weil dieſe ſubtile elaſtiſche Materie mit der Luft eine ſolche Aehnlichkeit

 hat,

hat, daß beydes Elaſticität und Dichte durch die Wärme und Kälte auf eine gleiche Art verändert werden; wann wir ſetzen, daß bey Entzündung des Pulvers eine ſo groſſe Hitze entſtehet, welche derjenigen, ſo an dem glüenden Eiſen verſpühret wird, gleich kommt: ſo muß die Elaſticität der aus dem Pulver erzeugten ſubtilen Materie im erſten Augenblicke der Entzündung viel gröſſer ſeyn, als nachgehends, wann dieſelbe ſchon mit der äuſſeren Luft auf einerley Grad der Wärme gekommen; und das in der proportion wie 796 zu $194\frac{1}{3}$ oder bey nahe wie 4 zu 1. das iſt, im erſten Augenblicke mußte die Elaſticität dieſer ſubtilen Materie wegen der Hitze 4 mahl gröſſer ſeyn, als ſie in Anſehung ihrer bloſſen Dichte ſeyn würde.

Daß aber die Hitze, welche bey Entzündung einer merklichen Menge Pulvers entſtehet, nicht geringer iſt, als eines glüenden Eiſens, ſolches iſt klar aus dem Anſehen der Flamme, und aus der Natur der Materien, woraus das Pulver beſteht. Denn dieſes Feuer iſt ohne Zweifel eben ſo kräftig als gemeines Feuer; und da bekannt iſt, daß ein jegliches Feuer hinreichend iſt, Eiſen zum Glüen zu bringen, ſo kan auch dem Feuer ſelbſt ein gleicher Grad der Hitze nicht abgeſprochen werden.

Wann wir alſo annehmen, daß die Flamme, welche bey Entzündung des Pulvers entſteht,

ſteht, keine geringere Hitze als glüendes Eiſen bey ſich führe, und daß die Elaſticität der aus dem Pulver entſtandenen ſubtilen Materie davon nach der Verhältniß wie $194\frac{1}{3}$ zu 796 vermehret werde, wie in dem vorigen Satz gefunden worden: ſo folget hieraus, daß da dieſe Materie, ſo lange ſie in eben dem Raum eingeſchloſſen bleibt, 244mahl dichter iſt, als die gemeinere Luft, ihre Elaſticität nicht nur 244mahl, ſondern wegen der Erhitzung $\frac{2388}{583}$ mahl 244 mahl, das iſt $999\frac{1}{3}$ mahl gröſſer ſeyn müſſe, als die Elaſticität der gemeinen Luft. Welche Vermehrung aus vorher angeführten Gründen genugſam erhellet.

Hieraus kan alſo die wahre Gröſſe der Gewalt des Pulvers im erſten Augenblick der Entzündung angezeiget werden. Denn, da dieſe ſubtile Materie, welche daraus erzeuget wird, eine elaſtiſche Kraft hat, ſo $999\frac{1}{3}$ oder nach einer vollen Zahl 1000 mahl gröſſer iſt, als der gemeinen Luft, die gemeine Luft aber auf eine gegebene Fläche einen Druck ausübet, welcher dem Gewicht der Athmosphære gleich iſt, als mit welcher die Elaſticität im Gleichgewicht ſteht: ſo muß die Gewalt des entzündeten Pulvers im erſten Augenblick, ehe ſich dieſelbe ausdehnet, 1000 mahl gröſſer ſeyn, als der Druck der Athmosphære; und folglich muß dieſe Gewalt, welche auf eine Flä-

che von einem Quadrat-Zoll ausgeübet wird, über 6 Tonnen am Gewicht betragen. Dieſe Gewalt aber nimmt gleich ab, ſo bald ſich dieſe elaſtiſche Materie mehr ausdehnet, und ihre Erhitzung vermindert wird, wie in den vorigen Sätzen gezeiget worden.

Zuſatz.

Ob wir hier gleich angenommen haben, daß die Hitze des Pulvers, wann daſſelbe in einer ziemlichen Menge angezündet wird, der Hitze des Eiſens, wann daſſelbe glüend roth gemacht wird, oder dem Anfang der weiſſen Hitze gleich komme, welche Beſtimmung noch im folgenden durch manche Experimente bekräfftiget werden wird; ſo iſt doch kein Zweifel, daß das Feuer, welches bey der Entzündung entſtehet, gleich allen andern Feuern nicht etwas variiren ſollte, je nachdem ſich dabey mehr oder weniger verbrennliche Materie befindet: und es iſt leicht abzunehmen, daß, nach der Quantität des Pulvers, welche zugleich angezündet wird, die Flamme alle verſchiedene Grade der Hitze, nehmlich von demjenigen, welcher das Eiſen glüend roth macht, biß zu demjenigen, welcher die Metallen in Glas zu verwandeln vermögend iſt, haben könne. Allein da die zu dieſem letztern Ende erforderte Menge Pulver ſo groß iſt, daß der Fall, da ſo viel Pulver auf einmahl angezündet werden

ſollte,

ſollte, im Kriegsweſen niemahls vorkommt, ſo werden wir durch unſere folgende Experimente finden, daß wir uns nicht weit von der Wahrheit entfernen, wenn wir annehmen, daß die Hitze, welche bey den gewöhnlichen Quantitæten Pulver, ſo zugleich angezündet zu werden pflegen, entſtehet, beynahe einerley ſey mit der gröſten Hitze, welche das roth glüende Eiſen haben kann: Wann wir nur in unſern Unterſuchungen dieſen Grad der Hitze, bey gröſſeren Quantitäten Pulver etwas vermehren, bey kleinern aber etwas vermindern.

Anmerkung.

Vielleicht werden ſich einige wundern, daß eine jede Flamme einen eben ſo groſſen Grad der Hitze in ſich haben ſoll, als glüendes Eiſen, angeſehen man die Hand ohne Schaden geſchwind durch das Feuer ziehen, kein glüendes Eiſen aber ohne Gefahr anrühren kann. Es iſt aber hierbey zu merken, daß ungeachtet zwey Cörper einerley Grad der Wärme haben, uns dennoch derjenige, welcher dichter iſt, dem Gefühl nach viel wärmer vorkomme, als der dünnere. Eine gleiche Bewandniß hat es auch mit der Kälte. Denn es iſt jedermann bekannt, daß uns im Winter das Waſſer, oder ein Eiſen, welches lange in der Kälte gelegen, viel kälter vorkomme, als die Luft, obgleich nach Anzeige des Thermometers

meters bey allen einerley Grad der Kälte befindlich iſt. Die Urſache hiervon iſt auch leicht zu begreiffen. Denn, wenn wir einen Cörper anrühren, deſſen Grad der Wärme oder Kälte merklich von dem Grad unſers Gliedes unterſchieden iſt: ſo iſt unſere Empfindung um ſo viel ſtärker, je mehr Theilchen des Cörpers uns berühren, indem ein jegliches Theilchen eine Aenderung in unſerm Gliede verurſachet. Weil nun ein dichterer Cörper in eben demſelben Raum mehr Theilchen enthält, ſo wird auch die Empfindung, ſo aus deſſen Berührung in uns entſteht, viel ſtärker, und dahero kommt uns ein kaltes Eiſen viel kälter vor, als Waſſer oder Luft, ob ſich gleich in beyden einerley Grad der Kälte befindet. Hieraus wird man nun leicht verſtehen, warum uns ein glüendes Eiſen heiſſer ſcheine, als das Feuer. Wenn man aber ferner bedenket, daß das Eiſen ſeine ganze Hitze von dem Feuer erhalten, ſo muß man auch zugeben, daß eben derſelbe Grad der Hitze im Feuer ſtecke, uns aber nur deßwegen nicht ſo heftig ſcheine; weil die Flamme ein ſehr rarer oder dünner Cörper iſt. Ob aber gleich die Flamme einen ſo hohen Grad der Hitze in ſich hat, ſo wird doch einige Zeit erfordert, ehe ſie ſolche einem Cörper mittheilen kann, und zwar um ſo viel mehr, je gröſſer und je dichter der Cörper iſt,

den man ins Feuer legt. Da nun die oben gemeldte elaſtiſche Materie ſehr dünne iſt, ſo iſt leicht zu erachten, daß dieſelbe gleichſam in einem Augenblick eben den Grad der Hitze annehmen müſſe, welchen die Flamme hat: daß dieſer Grad aber ſehr heftig ſeyn müſſe, läßt ſich daraus abnehmen, daß eine Canone, wenn aus derſelben etliche mahl hintereinander geſchoſſen worden, einen ſolchen Grad der Hitze bekommt, daß man genöthiget iſt, dieſelbe mit Waſſer abzukühlen. Da nun bey einem jeden Schuß die Flamme, von welcher dieſe Wärme entſteht, nur einen Augenblick dauret, ſo ſieht man wohl, daß dieſe Hitze ſehr groß ſeyn müſſe, um einem Stück in ſo kurzer Zeit einen ſo merklichen Grad der Wärme mittheilen zu können. Im übrigen ſind in der hier befindlichen Beſtimmung zwey Sätze, unter dem Schein, als wenn dieſelben ſchon bewieſen wären, angenommen worden, an welchen man gleichwohl noch groſſe Urſache zu zweifeln haben kann, wie ſchon vorher angemerket worden. Erſtlich iſt nehmlich noch ungewiß, ob eine ſo ſehr zuſammen gepreßte Luft, welche 244 mahl dichter iſt als die natürliche, auch accurat 244 mahl mehr elaſtiſch ſey. Hernach iſt auch noch nicht ausgemacht, ob eine ſo dichte Luft von der Hitze eines glüenden Eiſens gleichfalls eine 4 mahl gröſſere Elaſticitæt erhalte, weil ſolches

bey der natürlichen, und auch nicht allzuſehr zuſammen gepreßten Luft, wahrgenommen worden. Es wird allſo rathſam ſeyn, dieſe Sätze nur ſo lange als richtig anzunehmen, biß aus der Vergleichung der folgenden Experimenten mit der hierauf gegründeten Theorie erhellen wird, ob dieſelben mit der Wahrheit beſtehen können oder nicht. Es wird alſo darauf ankommen, ob man vermittelſt dieſer Sätze im Stande ſeyn wird, alle aus der Erfahrung erkannte Würkungen des Pulvers zu erklären, wenn man dieſe beyden Sätze als gewiß annimmt, oder ob dieſelben entweder eine allzugroſſe oder allzukleine Würkung anzeigen werden. Nach des Hrn. Prof. Daniel Bernoulli Meynung müßte dieſe vom Autore beſtimmte Kraft des Pulvers viel zu klein ſeyn, diejenigen Würkungen, welche uns die Erfahrung vorlegt, hervorzubringen; wir haben aber ſchon bemerket, daß derſelbe die Reſiſtenz der Luft in ſeinen Berechnungen nicht ſo groß geſetzt, als der Autor dieſelbe zu ſeyn behauptet, dahero man noch einige Hoffnung haben kann, daß die obgedachten beyden Sätze dem ungeachtet der Wahrheit noch gemäß ſeyn könnten. Dieſes ſoll alſo in den folgenden Anmerkungen mit mehrerem Fleiß unterſuchet werden.

VII. Satz.

VII. Satz.

Wenn die Länge und Weite eines Stückes, nebſt der Schwehre der Kugel, und der Ladung des Pulvers, bekannt ſind, die Geſchwindigkeit zu finden, mit welcher die Kugel aus dem Stücke herausgetrieben wird; es wird aber auch die Elaſticitæt des Pulvers im erſten Augenblicke der Entzündung für bekannt angenommen.

Um dieſe Frage aufzulöſen, werden wir uns der beyden folgenden Grund-Sätze bedienen.

I. Daß die Würkung des Pulvers auf die Kugel aufhöre, ſo bald die Kugel aus dem Stück heraus getrieben worden.

II. Daß alles Pulver der Ladung entzündet und in eine elaſtiſche Materie verwandelt werde, ehe die Kugel merklich von ihrer erſten Stelle verrückt worden.

Wir werden dieſe beyden Articul im beygefügten Zuſatz ausführlich beweiſen: inzwiſchen aber dieſelben als gewiß annehmen, aus welchen

welchen die nachfolgende Auflöſung hergeleitet wird.

Fig. I. Es ſey A B die Axe der Canone, A der Grund und B die Oeffnung des hohlen Cylinders oder der Seele, C D der Diameter derſelben, und C D E G der Theil, welcher mit der Ladung des Pulvers angefüllt worden. Ferner ſetze man, daß die Kugel mit ihrem hintern Theil auf dem Pulver in E G aufliege, ſo wird der Druck, welchen die Kugel nach der Entzündung empfängt, auf einen Circul geſchehen, deſſen Diameter dem Diameter der Kugel gleich iſt. Dahero die Kraft, womit die Kugel in der Direction FB fortgeſtoſſen wird, aus ihrem Diameter leicht beſtimmt wird. Nun ziehe man die Linie F G perpendicular auf F B, und A I derſelben parallel, und beſchreibe durch das Punct H eine Hyperbel KHNQ zwiſchen den Aſymtoten A I und A B. Wenn man ſich nun die Kraft, mit welcher die Kugel in F fortgetrieben wird, durch die Linie F H vorſtellet, ſo wird die Linie M N die Kraft ausdrücken, womit die Kugel, wenn ſie biß in M fortgerücket, nach der Direction M B geſtoſſen wird. Denn wenn ſich die aus dem Pulver erzeugte elaſtiſche Materie biß in M ausdehnet, ſo wird ſich ihre Elaſticitæt zu derjenigen, welche ſie anfänglich, da ſie noch im Raum A F eingeſchloſſen,

ſchloſſen war, verhalten, wie die Linie AF zu AM, das iſt wie MN zu FH, wie aus der Natur der Hyperbel bekannt iſt. Dieſe Linien zeigen zwar eigentlich die Verhältniß der Dichte der ſubtilen Materie; wir haben aber im zweyten Satz dargethan, daß die Elaſticität mit der Dichte einerley Proportion halte. Dahero wann FH die Gewalt, welche die Kugel in F forttreibet, andeutet, ſo wird MN die Gewalt, welche auf die Kugel in M würket, anzeigen.

Da wir nun die Gewalt in F bekannt ſetzen, und die Schwehre der Kugel gleichfals gegeben iſt, ſo iſt auch die Verhältniß der Kraft, womit die Kugel an einem jeglichen Ort in dem Stück fortgeſtoſſen wird, zu ihrem Gewicht bekannt. Man nehme alſo FH : FL wie die fortſtoſſende Gewalt in F zum Gewicht der Kugel, und ziehe die Linie LP parallel mit FB, und alsdenn wird ſich in einem jeglichen Punct M die Applicate der Hyperbel MN zum Theil MR verhalten, wie die an dieſem Ort befindliche Kraft zum Gewicht der Kugel. Folglich wird Kraft der 39ten Prop. Lib. 1. Newt. Princ. Math. Phil. Nat. die hyperboliſche Area FHQB das Quadrat der Geſchwindigkeit, mit welcher die Kugel von der Gewalt des Pulvers aus der Canone geſchoſſen wird, vorſtellen, die rechtlinichte Area aber FLPp wird auf gleiche Weiſe das Quadrat der Geſchwin-

ſchwindigkeit ausdrücken, mit welcher die Kugel ausgetrieben werden würde, wenn die forttreibende Gewalt allenthalben der Schwehre der Kugel gleich wäre; und alſo da dieſe beyden Figuren bekannt ſind, ſo wird auch die Verhältniß zwiſchen dieſen Geſchwindigkeiten bekannt ſeyn. Die letztere Geſchwindigkeit aber, welche die Kugel in ihrer Bewegung durch die Linie FB bekommen würde, wenn dieſelbe beſtändig von einer ihrer Schwehre gleichen Gewalt fortgeſtoſſen würde, iſt eben diejenige, welche die Kugel, wenn ſie aus einer Höhe, ſo der Linie FB gleich iſt, frey herunter fallen ſollte, bekommen würde. Da nun dieſe Geſchwindigkeit bekannt iſt, ſo wird dieſelbe zu derjenigen Geſchwindigkeit, mit welcher die Kugel von der Gewalt des Pulvers würklich aus der Canone getrieben wird, ſich verhalten, wie die Radix quadrata aus den Rectangulo FLPB zur Quadrat Wurzel aus der Hyperboliſchen Figur FHQB, aus welcher Proportion folglich dieſe geſuchte Geſchwindigkeit leicht beſtimmet werden kann.

Um dieſe Auflöſung durch ein Exempel zu erläutern, ſo laßt uns die Länge des hohlen Cylinders AB von 45 Zollen annehmen: der Diameter DC, oder vielmehr der Diameter der Kugel $\frac{3}{4}$ Zoll: und die mit Pulver angefüllte Länge AF ſey $2\frac{5}{8}$ Zoll. Hieraus wollen

wollen wir nun die Geſchwindigkeit, womit eine bleyerne Kugel unter den angeführten Bedingungen aus dem Lauf AB heraus getrieben wird, ſuchen.

Aus dem vorigen Satz iſt erſtlich klar, daß die Kraft des Pulvers im erſten Augenblick der Entzündung, welche auf die Kugel würket 1000 mahl gröſſer iſt, als der Druck der ganzen Athmosphære. Der mittlere Druck der Athmosphær aber gleichet dem Gewicht einer Waſſer-Säule, welche 33 Schuh hoch iſt. Da ſich nun die Schwehre des Bleyes zur Schwehre des Waſſers verhält, wie 11, 345 zu 1: ſo muß der Druck der Athmoſphær dem Gewicht eines bleyern Cylinders, ſo 34, 9 Zoll lang iſt, gleich kommen. Dieſe Zahl mit 1000 multipliciret, giebt einen Cylinder, ſo 34900 Zoll hoch, deſſen Gewicht folglich der Kraft des Pulvers im erſten Augenblick nach der Entzündung gleich iſt. Die bleyerne Kugel hält aber $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter, und iſt folglich einem Cylinder gleich, deſſen Höhe auf eben der Baſi ſeyn wird $\frac{1}{2}$ Zoll. Dahero iſt die erſte Kraft des Pulvers auf die Kugel 2 mahl 34900, das iſt, 69800 mahl gröſſer, als das Gewicht der Kugel. Wann wir alſo $FL = 1$ ſetzen, ſo wird $FH = 69800$. Ferner iſt $FB : FA = 45 - 2\frac{5}{8} : 2\frac{5}{8}$ das iſt wie 339 zu 21, und alſo das Rectangulum FLPB zum

zum Rectangulo AFHS wie 339 zu 21 × 69800, das iſt, wie 1 zu 4324. Aus der bekannten Eigenſchaft aber der Hyperbel, Kraft welcher die ſpatia der Hyperbel durch die Logarithmos ausgedruckt werden können, folget, daß das Rectangulum AFHS ſich zur Area FHQB verhalte, wie die Decimal-fraction 0, 43429 zum logarithmo des Bruchs $\frac{AB}{AF} = \frac{360}{21}$. Der Logarithmus hiervon aber iſt = 1, 2340579, dahero ſich das Rectangulum FLPB zur hyperboliſchen Area FHQB verhalten wird, wie 0, 43429 zu 4324 × 1, 2340579, das iſt, wie 1 zu 12263, und folglich werden die Quadrat Wurzeln daraus ſeyn, wie 1 zu 110, 7, und dieſe Verhältniß wird ſeyn zwiſchen der Geſchwindigkeit, welche die Kugel wenn ſie aus einer Höhe von FB oder von 42 $\frac{3}{8}$ Zollen frey herunter fiel, bekommen würde, und der Geſchwindigkeit, mit welcher dieſelbe würklich aus dem Lauf AB vom Pulver heraus getrieben wird. Wenn aber ein ſchwehrer Cörper 42 $\frac{3}{8}$ Zoll hoch herunter fällt, ſo erlangt er eine ſolche Geſchwindigkeit, womit er in Stand geſetzt wird, in einer Secunde 15, 07 Schuh weit zu lauffen; dahero iſt die bleyerne Kugel, von welcher hier die Rede iſt, indem ſie bey B heraus getrieben wird, im

Stande

Stand in einer Secunde 15, 07 × 110, 7 das iſt 1668 Schue zurück zu legen. So groß iſt demnach die Bewegung, welche der bleyernen Kugel von dem Pulver nach dem Grundſatze der hier feſtgeſetzten Theorie eingedruckt wird.

Auf gleiche Weiſe kan auch die Rechnung für einen jeglichen andern Fall angeſtellet werden. Wenn zum Exempel nicht der gantze Raum AF, welcher zwiſchen dem Boden des Stücks und der Kugel befindlich iſt, mit Pulver angefüllet, ſondern nur ein Theil deſſelben, die Kugel aber gleichwohl anfänglich in F geſetzt würde; ſo müßte man die Linie HF, und folglich auch den Platz FHQB um eben ſo viel kleiner annehmen, als der ganze Raum AF gröſſer iſt, als der Theil deſſelben, welcher mit Pulver angefüllt worden. Sollte das Calibre des Stücks, oder der Diameter der Kugel, gröſſer oder kleiner ſeyn, die Linien AB und AF aber die vorige Länge behalten, ſo würde ſo wohl die Quantität des Pulvers, als die Superficies der Kugel, auf welche das Pulver würket, nach dem Quadrat des Diameters gröſſer oder kleiner werden. Weswegen die Linie FH, welche der abſoluten Gewalt des Pulvers durch die Schwehre der Kugel dividirt proportional iſt, um ſo viel gröſſer oder kleiner angenommen werden muß,

ſo viel mahl der Diameter der Kugel kleiner oder gröſſer iſt. Wenn die Länge AF, welche ſich zwiſchen dem Boden des Stückes und der Kugel befindet, gröſſer oder kleiner wird, ſo wird auch das Rectangulum in der Hyperbola AFHS, und zugleich die Area, ſo zwiſchen zwey Applicatis, welche eben dieſelbe Verhältniß unter ſich haben, in eben der Proportion gröſſer oder kleiner. Aus allem dieſem folget alſo, daß die Area FHQB, welche das Quadrat der Geſchwindigkeit, ſo der Kugel eingedrückt wird, vorſtellt, proportional ſeyn wird, directe dem Logarithmo des Bruchs $\frac{AB}{AF}$ (wo AB die Länge des gantzen Laufs, AF aber die Länge des hinter der Kugel befindlichen Theils andeutet), über dieſes auch directe dem Theil des Raums AF, ſo mit Pulver angefüllt iſt, und der Länge des Raums AF ſelbſt, reciproce aber dem Diameter der Kugel. Da wir nun die Geſchwindigkeit einer gegebenen Kugel, ſo aus einem gegebenen Lauf von einer gegebenen Quantitæt Pulver, welche hinter der Kugel einen gegebenen Raum einnim̃t, ausgeſchoſſen wird, beſtim̃et haben: ſo kann durch dieſe Verhältniſſe in einem jeglichen andern Fall die Geſchwindigkeit, womit die Kugel heraus geſchoſſen wird, leicht beſtimmet werden. Hierbey iſt zu merken, daß wir in dem hier angebrachten Exempel

den

den Diameter der Kugel $\frac{3}{4}$ Zoll angenommen haben, dahero der Diameter der Mündung etwas gröſſer, und die Quantitæt des Pulvers, welches den Raum DEGC ausfüllet, exact 12 Drachmas ſeyn wird; den geringen Vorſchlag von Hanf mit eingeſchloſſen.

Zuſatz.

In dieſer Auflöſung haben wir die zwey folgenden Sätze als richtig angenommen.

1. Daß die Gewalt des Pulvers auf die Kugel aufhöre, ſo bald dieſelbe aus dem Stücke gefahren.

2. Daß alles Pulver von der Ladung ſich entzünde, ehe die Kugel merklich von ihrer Stelle verrückt worden.

Dieſe beyden Sätze liegt uns alſo hier ob, mit mehrerem zu beweiſen.

Der erſte wird verhoffentlich klar genug ſcheinen, wenn man betrachtet, wie plötzlich ſich die Flamme auf allen Seiten, kraft ihrer Elaſticität, ausbreitet, wenn ſie einmahl in die offene Luft heraus gedrungen. Als denn wird alſo ihre Kraft ſogleich dergeſtalt zerſtreuet, daß die Kugel von derſelben nicht mehr merklich fortgetrieben werden kan.

Der zweyte Satz ſcheinet in der That nicht ſo ausgemacht zu ſeyn, indem derſelbe von den meiſten, welche davon geſchrieben, beſtritten wird. Dem ungeachtet aber iſt derſelbe nicht

weniger gewiß. Zum Beweis hiervon könnte vielleicht genung ſeyn, wenn man nur bedenkt, wie groß die Zuſammendruckung der Flamme gleich anfänglich ſeyn muß. Wenn man nun auf dieſen Umſtand Acht giebt, und zugleich erwegt, wie leicht die Flamme zwiſchen den Pulverkörnern durchdringen kann, ſo wird man leicht erachten, daß kein einiges Korn nur die geringſte Zeit unentzündet bleiben kann; da ein jedes mit einer ſo heftigen Flamme umgeben iſt. Damit aber dieſer ſo wichtige Punct nicht auf bloſſen Vernunft-Schlüſſen beruhe, ſo habe ich darüber folgende Experimente angeſtellt. Denn ich ſchloß, daß, wenn ſich das Pulver nicht zugleich, ſondern nach und nach entzündete, ein ſchwehrer Cörper, welcher vor das Pulver geſetzt würde, als 2 oder 3 Kugeln ſtatt einer, auch eine gröſſere Kraft vom Pulver ausſtehen müßte, indem dazu mehr Zeit, ehe derſelbe durch die ganze Länge des Stücks fortgetrieben wird, erfordert würde, und ſich folglich in dieſer längern Zeit mehr Pulver entzünden könnte. Daß aber 2 oder 3 Kugeln, welche zugleich geladen werden, keiner gröſſern Gewalt ausgeſetzt ſind, als nur eine, ſolches habe ich aus der Erfahrung befunden. Denn nachdem ich mit eben der Ladung eine, zwey, und drey Kugeln nach einander geſchoſſen, ſo habe ich durch eine Methode, welche nachgehends beſchrieben

ben wird, gefunden, daß ihre Geſchwindigkeiten beynahe umgekehrt wie die Quadrat-Wurzeln aus ihren Gewichtern waren. Denn da eine willkührliche Ladung einer Kugel mit einer Geſchwindigkeit von 1700 Schuh in einer Secunde heraus trieb, ſo theilte eben dieſelbe Ladung zwey zuſammen geladenen Kugeln eine Geſchwindigkeit von 1250 biß 1300 Fuß in einer Secunde, und drey Kugeln eine Geſchwindigkeit von 1050 biß 1110 Schuh in einer Secunde mit. Woraus erhellet, daß die Kraft des Pulvers einerley Gewalt ausübet, es mag ein ſchwehrerer oder ein leichterer Cörper davor geſetzt werden. Denn, alle Mathematici ſtimmen hierinn mit einander überein, daß wenn zwey Cörper von verſchiedener Schwehre, von einerley Kraft, durch einen gleichen Raum fortgeſtoſſen werden, ihre Geſchwindigkeiten umgekehrt oder reciproce ſeyn müßen, wie die Quadrat-Wurzeln als ihrem Gewicht. Nach dieſer Regel hätten zwar die 2 und 3 Kugeln nur eine Geſchwindigkeit von 1200 und 980 Schuh in einer Secunde bekommen ſollen: allein ich glaube dennoch nicht, daß daran die allmählige Entzündung des Pulvers Schuld geweſen, ſondern ſolches kam ohne Zweifel daher, daß die Flamme zwiſchen der erſten Kugel und den Seiten des Stücks hervorbrach, und insbeſondere auf die zweyte Kugel würkte, und der-

ſelben den beobachteten Zuwachs der Geſchwindigkeit mittheilte.

Dieſer Unterſcheid war auch in vielen andern Experimenten nicht einmahl zu merken, und die Geſchwindigkeiten ſchienen accurat den Quadrat-Wurzeln aus der Schwehre der fortgeſtoſſenen Körper reciproce proportional zu ſeyn. Wo aber dieſer Unterſcheid am gröſten geweſen, da hat er nimmer über ein Achtel des gantzen ausgetragen. Wenn aber die gemeine Meynung wahr wäre, daß ſich anfänglich nur ein kleiner Theil des Pulvers entzündete, das übrige aber erſt hernach, wenn die Kugel ſchon fortgerückt, und daß auch ein beträchtlicher Theil Pulver ſo gar unentzündet bleibe; ſo hätte die Geſchwindigkeit, welche drey Kugeln bekommen, gar viel gröſſer ſeyn müſſen, als wir gefunden haben, indem ſich 3. auf einander geladene Kugeln bey nahe zwey mahl länger im Lauf aufhalten, als nur eine, dahero nach der gemeinen Meynung in dieſer doppelten Zeit eine viel gröſſere Portion Pulver hätte entzündet, und folglich eine viel gröſſere Gewalt hervorgebracht werden müſſen, als bey einer einzeln Kugel, welches doch allen Experimenten entgegen läufft.

Die Wahrheit dieſes Satzes aber wird noch feſter erwieſen werden, wenn im folgenden erhellen wird, daß die hierauf gegründeten

ten Regeln die wahren Grade der Geſchwindigkeit anzeigen, die Kugel mag aus einem langen, oder aus einem kurzen Rohr, geſchoſſen werden, welche Uebereinſtimmung nicht Platz finden könnte, wenn ſich das Pulver nicht auf einmahl entzündete.

Was ferner die Pulverkörner anlangt, welche öfters unentzündet aus der Canone geſtoſſen werden ſollen, und welche man als die ſtärkſte Probe anzuführen pflegt, daß ſich das Pulver nicht auf einmahl entzünde: ſo hat meines Erachtens Diego Uffano, ein in der Artillerie ſehr erfahrner Mann, ſchon die wahre Urſache davon gegeben: Welche darinne beſteht, daß öfters etwas Pulver im vordern Theil der Canone liegen bleibt, welches mit dem **Ladeſtock** nicht hinter die Kugel geſtoſſen, und folglich unentzündet wiederum heraus geſchmiſſen wird. (a) Dieſes kann auch ſowohl in kleinen Gewehren, als in Canonen, ſchwehrlich vermieden werden, inſonderheit wenn ſchon etliche Schüſſe daraus geſchehen ſind. Unterdeſſen will ich doch nicht läugnen, daß ſich nicht bisweilen auch im beſten Pulver einige Körner finden ſollten, welche dem übrigen Weſen des Pulvers ſo ungleich ſind, daß dieſelben, ungeachtet ſie rings herum mit Feuer umgeben ſind, dennoch nicht

(a) Man beſehe ſeine Dialog. 20.

Feuer fangen, und alſo unentzündet aus der Canone heraus getrieben werden; dergleichen ich ſelbſt mehrmahlen wahrgenommen. Dem ſey aber wie ihm wolle, ſo kann doch die Wahrheit dieſes Satzes deswegen nicht gänzlich in Zweifel gezogen werden.

Nachdem alſo hier gezeiget worden, wie man die Geſchwindigkeit, welche einer Kugel von der Gewalt des Pulvers eingedruckt wird, aus den hier feſt geſetzten Grund-Sätzen berechnen ſoll; ſo werde ich im folgenden darthun, daß die würcklichen Geſchwindigkeiten, welche Kugeln von verſchiedener Gröſſe, ſo aus verſchiedenen Stücken mit verſchiedenen Quantitæten Pulver geſchoſſen werden, erhalten, mit unſern Berechnungen völlig überein kommen, und daß folglich alles dasjenige, ſo bisher von der Gewalt des Pulvers vorgebracht worden, die Würkung dieſer erſtaunlichen Kraft ungezweifelt beſtätige.

Damit man aber dieſe Geſchwindigkeit einer Kugel, welche aus einem Gewehr geſchoſſen wird, mit derjenigen, welche die Rechnung giebt, vergleichen könne, ſo iſt unumgänglich nöthig, die würkliche Geſchwindigkeit, womit eine Kugel aus einer Canone, oder einem andern Gewehr heraus getrieben wird, durch ein Experiment ausmeſſen zu können, welches gleichwohl auf keine bisher bekannte Art bewerkſtelliget werden kann. Die Mittel deren

ren ſich andere bisher zu dieſem Ende bedienet haben, waren, daß man entweder die Zeit, in welcher die Kugel durch eine gegebene Diſtantz geht, wohl beobachten, oder die Weite des Schuſſes unter einer gegebenen Elevation bemerken, und hieraus nach den gewöhnlichen Geſetzen, welche ſich auf die Paraboliſche Bewegung gründen, die Geſchwindigkeit ausrechnen ſoll. Die erſtere Methode iſt aber dieſer unüberwindlichen Schwierigkeit unterworfen, daß die Bewegung der Kugeln gemeiniglich ſo ſchnell, und allſo die Zeit ſo kurz iſt, daß der geringſte Fehler, ſo in Ausmeſſung der Zeit begangen wird, in der Geſchwindigkeit einen ſehr groſſen Fehler von 200 biß 600 Schuh in einer Secunde verurſachen kann. Die andere Methode iſt gänzlich unrichtig und falſch, wegen der Reſiſtenz der Luft, (welcher auch noch die erſte unterworfen iſt), die ſo groß ſeyn kann, daß man öfters nicht einmahl den zehnten Theil der wahren Geſchwindigkeit der Kugel auf dieſe Art heraus bringt.

Um nun dieſen Schwierigkeiten zu begegnen, ſo habe ich eine neue Manier erfunden, die wahre Geſchwindigkeit einer jeglichen Kugel durch ein Experiment ausfündig zu machen; und dieſes auf einen ſolchen Grad der Gewißheit, (welcher nach Belieben noch mehr vermehret werden kann,) daß bey einer

Kugel, welche 1700 Schuh in einer Secunde läufft, der Fehler nimmer den fünfhundertſten Theil austrägt; welches ohne eine beſondere Sorgfalt in Verfertigung der dazu erforderten Machine geſchehen kan. Die Beſchreibung und der Gebrauch dieſes Inſtruments wird uns alſo die Materie zum folgenden Satz darreichen.

I. Anmerkung.

Der Autor hat die Geſchwindigkeit, womit eine Kugel aus einem Stück heraus getrieben wird, allhier auf eine geometriſche Art beſtimmet, damit auch ſolche Leute, welche in der Algeber nicht bewandert ſind, dieſelbe verſtehen können: für diejenigen aber, welche die algebraiſchen Formuln zu gebrauchen wiſſen, wird ohne Zweifel auch eine ſolche Solution deutlicher ſeyn. Um alſo ſowohl dieſen ein Genügen zu leiſten, als den Grund zu andern Unterſuchungen zu legen, ſo wollen wir hier eben dieſes Problema algebraiſch ſolviren.

1. Es ſey alſo die ganze Länge des Stückes $AB = a$
2. Die Länge des Raums $AF = b$ welchen wir entweder ganz oder nur zum Theil mit Pulver angefüllt ſetzen.
3. Der Diameter der Kugel ſey $= c$
4. Sey die Materie, woraus die Kugel beſteht

ſteht, *n* mahl dichter oder ſchwehrer, als das Waſſer.

5. Sey die Elaſticität des Pulvers im Raum AF im erſten Augenblicke nach der Entzündung *m* mahl gröſſer, als die Elaſticität der Luft.

Wenn alſo der ganze Raum AF mit Pulver angefüllt iſt, ſo wird nach dem Autore ſeyn $m = 1000$: iſt aber nur ein Theil deſſelben mit Pulver angefüllt, ſo muß der Werth von *m* auch um ſo viel kleiner angenommen werden.

Laſſt uns nun ſetzen, die Kugel ſey ſchon biß in M fortgetrieben worden, und nennen den Weg $FM = x$. Ferner ſey die Geſchwindigkeit der Kugel in M gleich derjenigen, welche ein Cörper, ſo aus einer Höhe $= v$ frey herunter fällt, erhält. Denn wenn dieſe Höhe *v* bekannt iſt, ſo iſt auch leicht die wahre Geſchwindigkeit der Kugel anzuzeigen. Man drucke nehmlich dieſe Höhe *v* in tauſendſten Theilen eines Rheinländiſchen Schuhes aus, und ſuche aus der Zahl dieſer Theile die Quadrat-Wurzel, ſolche multiplicire man mit 250, ſo weiſet das Product, wie viel ſolche tauſendſte Theile eines Schuhes von der Kugel in einer Secunde zurück gelegt werden würden, wann dieſelbe einerley Geſchwindigkeit behalten ſollte.

Weilen

Weil ſich nun der Druck des Pulvers in M zu dem in F verhalten wird, wie AF zu AM, das iſt wie b zu $b+x$, ſo wird der Druck in M ſich zum Druck der Athmosphære verhalten, wie $\frac{mb}{b+x}$ zu 1. Wenn wir nun annehmen, daß der Druck der Athmosphære einer Waſſer-Säule, ſo 32 Schuh hoch, gleiche, ſo iſt es eben ſo viel, als wenn die Kugel von dem Gewicht einer Waſſer-Säule ſo $\frac{32\,mb}{b+x}$ Schuh hoch iſt, fortgetrieben würde: Wann aber die Kugel ſelbſt von Waſſer wäre, ſo würde ſie einem gleich dicken Cylinder, deſſen Höhe $= \frac{2}{3}c$, gleichen, folglich da dieſelbe n mahl ſchwehrer als Waſſer geſetzt wird, ſo wird ihr Gewicht einer Waſſer-Säule, welcher Höhe $= \frac{2}{3}nc$ gleich ſeyn. Dahero wird ſich die forttreibende Gewalt zum Gewicht der Kugel verhalten, wie $\frac{32\,mb}{b+x}$ zu $\frac{2}{3}nc$ oder wie $\frac{48\,mb}{nc(b+x)}$ zu 1. Aus den Grundſätzen der Mechanic wird man alſo dieſe Æquation ziehen:

$$dv = \frac{48\,mb}{nc\,(b+x)}\,dx$$

deren

deren Integrale ſeyn wird:

$$v = \frac{48\,mb}{nc}\, l\, \frac{b+x}{b}.$$

wo $l\,\frac{b+x}{b}$ den Logarithmum hyperbolicum von dem Bruch $\frac{b+x}{b}$ andeutet. Es entſtehen aber die Logarithmi hyperbolici aus den gemeinen, welche man in den Tabulis findet, wenn man dieſe entweder durch 2,302585 multiplicirt, oder durch 0,43429448 dividirt. Laſſt uns nun $x =$ FB, und alſo $b + x =$ AB $= a$ ſetzen, ſo finden wir die Höhe, aus welcher ein fallender Cörper eben diejenige Geſchwindigkeit bekömmt, mit welcher die Kugel zum Stück hinaus getrieben wird, nehmlich

$$v = \frac{48\,mb}{nc}\, l\, \frac{a}{b}$$

welche in Schuhen ausgedrückt wird. Will man aber ſich der in den gewöhnlichen Tabulis befindlichen Logarithmorum bedienen, ſo muß man dieſelben erſt mit 2, 302585 multipliciren; wenn alſo $l\,\frac{a}{b}$ den gemeinen Logarithmum von $\frac{a}{b}$ andeuten ſoll, ſo wird

$v =$

$$v = \frac{110,52408\ mb}{nc}\, l\, \frac{a}{b} \text{ Schuh}$$

folglich in tauſendſten Theilen eines Rheinländiſchen Schuhes

$$v = \frac{110524,08\ mb}{nc}\, l\, \frac{a}{b}$$

dahero wird die Kugel eine ſolche Geſchwindigkeit erhalten, womit ſie in einer Secunde einen Weg von $250 \sqrt{\frac{110524,08\ mb}{nc}\, l\, \frac{a}{b}}$ tauſendſten Theilen eines Schuhes, oder von $\frac{1}{4} \sqrt{\frac{110524,08\ mb}{nc}\, l\, \frac{a}{b}}$ Schuhen das iſt von $\sqrt{\frac{6907\frac{3}{4}\ mb}{nc}\, l\, \frac{a}{b}}$ Rheinländiſchen Schuhen durchlauffen kann.

Hier iſt nun $m = 1000$, wenn der ganze hintere Raum AF $= b$ mit Pulver angefüllt iſt; ſollte aber nur ein Theil deſſelben, deſſen Länge wir $= f$ ſetzen wollen, mit Pulver angefüllt ſeyn: ſo wird $m = \frac{1000 f}{b}$ folglich wird die Bewegung der Kugel in einer Secunde $\sqrt{\frac{6907750\ f}{nc}\, l\, \frac{a}{b}}$ Schuh austragen.

Alſo

Alſo iſt das Quadrat der Geſchwindigkeit, womit die Kugel zum Stück herausgetrieben wird, directe wie der Logarithmus der Zahl $\frac{a}{b}$ oder $\frac{AB}{AF}$, und die Länge des Raums, ſo mit Pulver angefüllt iſt, f, umgekehrt aber wie der Diameter der Kugel c, und ihre Dichte n: bey welcher Proportion ſich der Autor etwas verſehen, indem er zuletzt noch die Länge des Raums hinter der Kugel $AF = b$ hinzuſetzet.

Laſt uns nun hieraus für das vom Autore angeführte Exempel die Geſchwindigkeit der Kugel ausrechnen.

Es wird alſo ſeyn:

$a = 45$ Zoll

$f = b = 2\frac{5}{8}$ Zoll

$c = \frac{3}{4}$ Zoll

$n = 11,345$, weil die Kugel von Bley iſt, alſo $\frac{a}{b} = \frac{120}{7}$; $l\,\frac{a}{b} = 1,\ 2340832$

$\frac{f}{c} = \frac{7}{2}$; und $\frac{f}{nc} = \frac{7}{22,69}$ dahero ſeyn wird $l\,\frac{f}{nc} = 9,4892635$. Wenn wir alſo die obige Formul durch Logarithmos ausrechnen, ſo kommt

$$l\ 1,2340832 = 0,0913447$$

$$l\ \frac{7}{22,69} = 9,4892635$$

$$l\ 6907750 = 6,8393366$$

davon die Helfte 6, 4199448

giebt 3, 2099724

welches der Logarithmus iſt von 1625. Weswegen die Kugel mit ihrer Geſchwindigkeit in einer Secunde einen Weg von 1625 Rheinländiſchen Schuhen durchläuft: welche Zahl von des Autoris Ausrechnung nur deswegen unterſchieden iſt, weil wir hier Rheinländiſche Schuhe brauchen, da der Autor nach Engliſchen rechnet; und weil wir die Athmosphære einer Waſſer-Säule, ſo 32 Schuh hoch, gleich geſetzt haben, da der Autor 33 angenommen.

II. Anmerkung.

Es ſind bey dieſer Auflöſung verſchiedene Umſtände aus der Acht gelaſſen worden, welche, obſie gleich meiſtentheils ſehr geringe ſind und wenig austragen, dennoch alle die vorher beſtimmte Geſchwindigkeit der Kugel vermindern, und alſo insgeſammt nicht wohl übergangen werden können. Man kann auch ſogleich ſehen, daß die gefundene Formul, wodurch die Geſchwindigkeit der Kugel ausgedruckt

ausgedruckt worden, nach aller Schärfe mit der Wahrheit nicht beſtehen kann; denn aus derſelben müßte folgen, daß je länger das Rohr oder die Länge AB $= a$ wäre, die Kugel deſto geſchwinder heraus getrieben werden ſollte, welches doch mit der Erfahrung ſtreitet: indem bekannt iſt, daß eine allzulange Canone die Kugel nicht ſo weit treibt, als eine kürzere. Derowegen wird nöthig ſeyn, dieſe aus der Acht gelaſſenen Umſtände in einige Betrachtung zu ziehen, und zu unterſuchen, wie viel durch dieſelben die vorher beſtimmte Geſchwindigkeit der Kugel vermindert wird.

Erſtlich iſt nun der Gegendruck der äuſſern Luft nicht mit in die Rechnung gebracht worden. Denn, ſo lange ſich die Kugel in der Höhlung FB befindet, ſo wird dieſelbe von der äuſſern Luft zurück geſtoſſen. Dieſe Kraft iſt gleich einer Waſſer-Säule, deren Höhe 32 Schuh beträgt, wie wir angenommen. Da nun die Kugel einer Waſſer-Säule gleicht, deren Länge $= \frac{2}{3} nc$; ſo wird die zurückſtoſſende Kraft ſich zum Gewicht der Kugel verhalten, wie 32 zu $\frac{2}{3} nc$, das iſt, wie $\frac{48}{nc}$ zu 1: und alſo wird hieraus dieſe Æquation entſpringen.

$$dv = \frac{48\, mb}{nc\,(b+x)}\, dx - \frac{48\, dx}{nc}$$

und ferner $v = \frac{48\,mb}{nc\,(b+x)}\,dx - \frac{48\,x}{nc}$

Setzt man nun $x = BF = a - b$, damit die Geſchwindigkeit, womit die Kugel aus dem Stück herausgetrieben wird, heraus komme, ſo wird:

$$v = \frac{48\,mb}{nc}\; l\,\frac{a}{b} - \frac{48\,(a-b)}{nc} \text{ Schuh.}$$

Zweytens iſt auch nicht auf die Reſiſtentz der Luft geſehen worden, welche zwar in dem kurtzen Raum FB nicht viel austragen kan, ob dieſelbe gleich wegen der ſchnellen Bewegung nicht geringe iſt. Um aber dieſelbe doch in die Rechnung zu bringen, ſo iſt zu merken, daß, wenn die Kugel forne gantz platt wäre, dieſelbe gleich ſeyn würde dem Druck einer Luft-Säule, deren Höhe $= v$, und folglich einer Waſſer-Säule, deren Höhe $= \frac{v}{864}$, wenn wir das Waſſer 864 mahl ſchwehrer annehmen, als die Luft. Die Ründung der Kugel aber macht, daß dieſe Reſiſtentz nur halb ſo groß wird, und dahero einer Waſſer-Säule gleichet, deren Höhe $= \frac{v}{1728}$: Dieſe Reſiſtentz wird ſich alſo zur Schwehre der Kugel verhalten, wie $\frac{v}{1728}$ zu $\frac{2}{3}\,nc$, oder

wie

wie $\frac{v}{1152\,nc}$ zu 1. Folglich wird man dieſe Æquation bekommen

$$dv = \frac{48\,mb\,dx}{nc\,(b+x)} - \frac{48\,dx}{nc} - \frac{v\,dx}{1152\,nc} \text{ oder}$$

$$dv + \frac{v\,dx}{1152\,nc} = \frac{48\,mb\,dx}{nc\,(b+x)} - \frac{48\,dx}{nc}$$

Um davon das Integrale zu finden, ſo ſetze man e für die Zahl, deren Logarithmus hyperbolicus gleich iſt 1, oder $e = 2,718281828$, und multiplicire die gefundene Differential-æquation mit $e^{x:1152\,nc}$: oder man ſetze der Kürze halber $1152\,nc = g$, und multiplicire mit $e^{x:g}$ ſo bekommt man

$$e^{x:g}\left(dv + \frac{v\,dx}{g}\right) = \frac{48\,mb\,e^{x:g}\,dx}{nc\,(b+x)} - \frac{48\,e^{x:g}\,dx}{nc}$$

wovon das Integrale iſt:

$$e^{x:g}\,v = \frac{48\,mb}{nc}\int\frac{e^{x:g}\,dx}{b+x} - \frac{48\,g}{nc}\left(e^{x:g} - 1\right)$$

oder

$$v = \frac{48\,mb}{nc} e^{-x:g} \int \frac{e^{x:g}\,dx}{b+x} - \frac{48\,g}{nc}\left(1 - e^{-x:g}\right)$$

Weil nun der Bruch $\frac{x}{g}$ ſehr klein iſt, ſo iſt bey nahe

$$e^{x:g} = 1 + \frac{x}{g} + \frac{xx}{2gg} \text{ und}$$

$$e^{-x:g} = 1 - \frac{x}{g} + \frac{xx}{2gg}$$

daher $\int \frac{e^{x:g}\,dx}{b+x} = \int \frac{dx}{b+x} + \int \frac{xdx}{g(b+x)}$

$$+ \int \frac{xx\,dx}{2gg(b+x)} = l\,\frac{b+x}{b} + \frac{x}{g} - \frac{b}{g}$$

$$l\,\frac{b+x}{b} + \frac{xx}{4gg} - \frac{bx}{2gg} + \frac{bb}{2gg}\,l\,\frac{b+x}{b}.$$

folglich wird:

$$v = \frac{48\,mb}{nc}\left(\left(1 - \frac{(b+x)}{g} + \frac{(b+x)^2}{2gg}\right)\right.$$

$$\left. l\,\frac{b+x}{b} + \frac{x}{g} - \frac{bx}{2gg} - \frac{3xx}{4gg}\right)$$

$$- \frac{48\,x}{nc}\left(1 - \frac{x}{2g}\right)$$

Laßt

Laßt uns nun ſetzen $x = a - b$, damit die Geſchwindigkeit, womit die Kugel aus dem Stück geſchoſſen wird, heraus komme, ſo wird:

$$v = \frac{48\,mb}{nc}\left(1 - \frac{a}{g} + \frac{aa}{2\,gg}\right) l\,\frac{a}{b}$$

$$+ \frac{48\,mb\,(a-b)}{ncg}\left(1 - \frac{(3a-b)}{4g}\right)$$

$$- \frac{48\,(a-b)}{nc}\left(1 - \frac{(a-b)}{2g}\right)$$

oder wenn man die allzukleinen Terminos, welche nichts merkliches austragen, auſſen läßt, ſo wird

$$v = \frac{48\,mb}{nc}\left(1 - \frac{a}{g}\right) l\frac{a}{b} +$$

$$+ \frac{48\,mb\,(a-b)}{ncg} - \frac{48\,(a-b)}{nc}$$ Schuh.

Hieraus können wir nun berechnen, wie viel die ſowohl von dem Gegendruck, als der Reſiſtentz der Luft herrührende Verminderung der Geſchwindigkeit austrage, in dem obigen Exempel; da iſt $a = 45$; $b = 2\frac{5}{8}$; $c = \frac{3}{4}$; $n = 11,345$; $nc = 8,509$ $m = 1000$; $g = 1152$ $nc = 9802,37$; $48\,mb = 126000$ und $\frac{48\,mb}{nc} = 14808$. Der gemeine Lo-

 garithmus

garithmus von $\frac{a}{b}$ iſt 1,2340832, welcher mit 2,302585 multiplicirt werden muß, um den hyperboliſchen Logarithmum $l\frac{a}{b}$ zu bekommen, welcher ſeyn wird = 2,8415816. Hieraus folget

$$\frac{48\,mb}{nc}\,l\frac{a}{b} = 42078,1$$

$$\frac{48\,mb}{nc}\,\frac{a}{g}\,l\frac{a}{b} = 193,1$$

$$41885,0$$

$$\frac{48\,mb\,(a-b)}{ncg} = 0,035$$

$$\frac{48\,(a-b)}{nc} = 239,04$$

alſo $v = 41646$ Schuh.

Dieſe Schuh verwandle man in tauſendſte Theile, ſo kommen 41646000, woraus Radix quadrata gibt: 6453, davon der 4te Theil 1618 weiſt, wie viel Schuh die Kugel mit ihrer Geſchwindigkeit in einer Secunde laufft. Da wir nun vorher 1625 Schuh gefunden, ſo iſt klar, daß dieſe zwey Umſtände nur 7 Schuh austragen. Dahero dieſelben von dem Auto-

Autore ohne Fehler wohl haben negligirt werden können.

III. Anmerkung.

Auſſer dem Druck und der Reſiſtenz der Luft giebt es noch zwo andere Urſachen, welche die Geſchwindigkeit der Kugel verringern, wenn wir auch mit dem Autore annehmen, daß ſich alles Pulver im Stücke auf einmahl entzündet: wogegen gleichwohl noch verſchiedene Einwürfe zu machen ſind, welche hernach vorgebracht werden ſollen. Dieſe zwo neuen Urſachen ſcheinen auch einen weit gröſſern Einfluß auf die Bewegung der Kugel zu haben, dahero dieſelben um ſo viel weniger übergangen werden können. Die erſtere beſtehet in der Friction, kraft welcher ſich die Kugel an der innern Wand des Laufs reibet, und dadurch einen Abgang in der Bewegung leidet. In den kleinern Schießgewehren, als Mußketen und gezogenen Röhren, in welche die Kugeln mit groſſer Gewalt hinein geſtoſſen werden müſſen, iſt dieſe Friction ohne Zweifel ſehr groß. Sollte dieſelbe der Schwehre der Kugel gleich ſeyn, ſo müßte man die vorhergefundene Höhe v um BF $= a - b$ vermindern, welches aber in Anſehung des ſehr groſſen Werths des v nichts austragen würde: ja wenn auch die Friction 100 mahl gröſſer

wäre, als die Schwehre der Kugel, ſo würde man noch die 100 ($a - b$) in Anſehung des v ohne merklichen Fehler negligiren können. Bey Canonen würde alſo die Friction noch viel weniger austragen müſſen; weil die Kugeln nicht mit Gewalt hinein geſtoſſen werden, ſondern noch zwiſchen den innern Wänden und der Kugel ein Spiel-Raum bleibt, dahero die Friction nicht einmahl der Schwehre der Kugel gleich ſeyn kann. Es iſt aber dem ungeachtet zu vermuthen, daß entweder die Friction, oder eine andere ähnliche Urſache in den Stücken der Bewegung der Kugel weit ſtärker entgegen ſtehen. Denn da die Kugel, ſo bald ſie aus dem Stück heraus getrieben worden, noch alle Hinderniſſe ihrer Bewegung, nur allein die Friction ausgenommen, antrifft, welchen dieſelbe noch in der Canone ausgeſetzt geweſen, ſo könnte eine allzugroſſe Länge der Canone der Bewegung der Kugel nicht hinderlich ſeyn, wie doch die Erfahrung bezeugen ſoll, wenn die Kugel nicht in der Canone einen Wiederſtand anträffe, ſo auſſer derſelben verſchwindet. Dieſer mag nun von der Friction, oder von einer andern Urſache, herrühren, ſo müßte dieſelbe doch ziemlich bebeträchtlich ſeyn, wenn dadurch in einer allzulangen Canone die forttreibende Gewalt des Pulvers überwogen werden ſollte. Hiervon

läßt

läßt ſich nun, ehe genugſame Experimente über die vortheilhafteſte Länge der Canonen mit allem Fleiß anſtellet worden, nichts beſtimmen. Allem Anſehen nach wird aber die Länge der Canonen vielmehr durch die Menage, als aus dieſem Grunde, beſtimmt. Und wenn man fragt, warum die Stücke nicht länger gemacht werden, als der Gebrauch mit ſich bringt; ſo ſcheinet wohl hiervon nicht dieſes die Urſache zu ſeyn, damit die Kugel eine deſto geſchwindere Bewegung erhalte: ſondern vielmehr, weil der Vortheil, den man dadurch an der Geſchwindigkeit würklich erhält, die gröſſern Unkoſten, und die gröſſeren Unbequemlichkeiten, welche die längern Canonen erfordern, bey weitem nicht erſetzte. Denn laßt uns ſetzen, daß im oben ausgeführten Exempel die Länge des Laufs, welche 45 Zoll geweſen, auf 50 Zoll vermehret werde, ſo würde $\frac{a}{b} = \frac{50}{2,625}$ an ſtatt $\frac{45}{2,625}$ und folglich $l\,\frac{a}{b} = 1,2798407$ an ſtatt 1, 2340832. Alſo würde, ohne auf einen Wiederſtand zu ſehen, das Quadrat der Geſchwindigkeit um $\frac{37}{1000}$ und die Geſchwindigkeit ſelbſt um $\frac{18}{1000}$ das iſt um ihren $\frac{1}{55}$ Theil vermehret werden. In vielen Fällen würde es alſo der Mühe nicht lohnen

um dieſer geringen Vermehrung willen, den obigen Lauf um 5 Zoll länger zu machen. Um dieſer Urſache willen werden wir uns alſo von der Wahrheit nicht merklich entfernen, wenn wir abſonderlich bey Canonen die Friction gar nicht in Betrachtung ziehen.

Die andere Urſache, von welcher hier Meldung gethan werden ſoll, hat einen weit gröſſeren Einfluß auf die Bewegung der Kugel. Weil, indem die Kugel durch den Lauf der Canone fortgetrieben wird, nicht nur durch das Zündloch, ſondern auch zwiſchen der Kugel und der inneren Wand der Canone, die elaſtiſche Luft beſtändig herausbläſet; ſo wird die Elaſticität derſelben in der Canone immer kleiner, als dieſelbe hier in der Auflöſung angeſetzt worden. Denn, da dieſelbe wegen der groſſen Elaſticität mit einer weit gröſſeren Geſchwindigkeit, als die Kugel ſelbſt immer haben kan, durch die gedachten Oeffnungen herausführt, ſo iſt dieſer Verluſt der forttreibenden Kraft ziemlich beträchtlich, und muß nothwendig verurſachen, daß die Kugel eine kleinere Geſchwindigkeit erhält, als die obige Rechnung ausweiſet. Um die Würkung dieſer Verminderung zu beſtimmen, muß man die Geſchwindigkeit wiſſen, mit welcher die in der Canone zuſammen gedruckte Luft ſo wohl durch das Zündloch, als neben der Kugel, herausfährt, welcher Unterſuchung wir im folgenden vorzunehmen Gelegenheit

haben

haben werden. Wir können inzwiſchen aus einem Exempel, ſo der Herr Prof. Daniel Bernoulli in ſeiner Hydrodynamic pag. 241. berechnet, ſo viel anführen, daß da derſelbe, um die würkliche Geſchwindigkeit der Kugel herauszubringen ohne auf dieſen Abgang der forttreibenden Kraft zu ſehen, genöthiget worden, die erſte Elaſticität der im Pulver eingeſchloſſenen Luft 6004 mahl gröſſer anzuſetzen, als den Druck der Athmosphær; er in eben dem Fall, nachdem er dieſen erwehnten Abgang in Betrachtung gezogen, die anfängliche Elaſticität 10000 mahl gröſſer hat annehmen müſſen. Ungeachtet nun dieſes aus ſolchen Principiis hergeleitet worden, welche der Herr Robins nicht zugibt; ſo kan man doch daraus ſo viel erſehen, daß dieſer Umſtand eine merkliche Veränderung in der obigen Beſtimmung der Geſchwindigkeit verurſachen müſſe. Dahero, wenn in den folgenden Experimentis die würkliche Geſchwindigkeit mit der ausgerechneten übereinſtimmt, ſo iſt dieſes ein unbetrügliches Zeichen, daß die forttreibende Kraft viel gröſſer geweſen, als in der Rechnung angenommen worden, und daß folglich die erſte Elaſticität der aus der Entzündung des Pulvers erzeugten Luft weit mehr, als tauſend mal gröſſer ſey, als die Elaſticität der natürlichen Luft.

IV. Anmer-

IV. Anmerkung.

Dieſes ſind aber doch noch nicht alle Urſachen, weswegen die durch die Rechnung gefundene Geſchwindigkeit der Kugel verringert werden muß; wir können zu den ſchon allbereit erzehlten vieren noch drey neue hinzufügen. Erſtlich, wenn ſich die elaſtiſche Materie ſchon würklich ausdehnet, ſo müſſen ſich alle Theile derſelben vorwerts bewegen, und das um ſo viel geſchwinder, je weiter dieſelben von dem Boden A. entfernet ſind. Denn die forderſten Theile, welche die Kugel berühren, haben mit derſelben einerley Geſchwindigkeit, diejenigen aber ſo dem Boden näher ſind, eine kleinere. Da nun die Bewegung der vorderſten immer ſchneller wird, ſo muß auch die Bewegung der übrigen nach Proportion immer geſchwinder werden. Ein jeglicher Theil aber dieſer Elaſtiſchen Materie wird von der hintern Luft vorwärts, von der vordern aber rückwärts geſtoſſen, dahero nothwendig der Druck der hintern ſtärker ſeyn muß, als der vordern, ſonſten würde die Geſchwindigkeit dieſes Theils nicht zunehmen. Hieraus folget alſo, daß die Elaſticität der hinter der Kugel befindlichen Luft, nicht allenthalben gleich groß ſey, ſondern daß dieſelbe bey dem Boden in A gröſſer ſeyn müſſe, als an der Kugel, und dahero wird die Kugel mit einer kleineren Kraft fortgeſtoſſen, als

in der Rechnung angenommen worden: da man geſetzt, daß die Luft hinter der Kugel allenthalben eine gleiche Ausdehnungs-Kraft habe. Dieſer Unterſcheid muß um ſo viel gröſſer ſeyn, je dichter die Luft hinter der Kugel iſt. Weil aber doch die Dichte derſelben ſehr geringe iſt, ſo wollen wir gerne zugeben, daß daher keine merkliche Verringerung in der Geſchwindigkeit der Kugel entſtehen könne.

Aus eben dieſem Grunde wird auch die zweyte Urſache, welche wir anzuführen haben, eben ſo wenig merklich ſeyn. Man hat in der Rechnung angenommen, daß die ganze Kraft des Pulvers allein auf die Forttreibung der Kugel angewandt werde: weil aber auch die Theilchen des Pulvers, und der daraus erzeugten Luft, ſelbſt in Bewegung geſetzt werden müſſen, ſo wird dazu ein geringer Theil der Kraft erfordert, welcher folglich von derjenigen, ſo auf die Kugel würket, abgezogen werden muß; aus welchem Grunde alſo die Bewegung der Kugel wiederum vermindert wird. Dieſe Urſache entſpringet zwar mit der vorher gemeldten aus einer Quelle, nehmlich aus der Inertia oder Materialität der Luft, und wenn man die vorige in die Rechnung bringen kan, ſo wird auch dieſe darein eingeſchloſſen. Inzwiſchen kan man ſich doch von ihrer Würkung einen deutlichern Begrif machen, wenn man ſich dieſelbe auf dieſe zweyfache Art, wie hier geſchehen, vorſtellt.

Es

Es iſt aber ein Glück, daß die aus dieſem Grunde entſpringende Würkung nicht merklich iſt; denn es würde ſchwehr und vielleicht unmöglich ſeyn, dieſelbe aus den bekannten Grundſätzen der Mechanic genau zu beſtimmen. Man geräth dabey in ſolche verwirrte Differential Æquationen, daß man nicht Mittel ſieht, dieſelben aufzulöſen, oder daraus etwas zuverläßiges zu ſchlieſſen.

Die dritte Urſache iſt eben der zweyte Grundſatz, welchen der Autor als richtig annimmt, und völlig erwieſen zu haben glaubet; daß ſich nehmlich alles Pulver im erſten Augenblick zugleich entzünde. Man findet aber ſehr viel Urſachen, das Gegentheil zu behaupten, und die Beweitshümer des Autoris ſelbſt ſind ſo beſchaffen, daß man daraus an der Richtigkeit zu zweifeln Anlaß nehmen kan. Der Autor führet den erſten Grund her aus der groſſen Hitze, und der Geſchwindigkeit der Flamme, womit dieſelbe zwiſchen den Pulverkörnen durchfährt. Aber dieſes iſt eben die Frage, ob gleich im erſten Augenblick ſo viel Pulver entzündet werde, daß die Flamme zwiſchen allen Körnern durchſtreichen könne. Hernach, da dieſe Communication durch die Bewegung geſchicht, ſo muß nothwendig dazu eine Zeit erfordert werden, und kömt alſo hier nur die Frage vor, in wie langer Zeit ſich vom erſten Anfang der Entzündung an alles Pulver entzünde.

de. Niemand wird läugnen, daß dieſes nicht in ſehr kurzer Zeit geſchehe: allein die Kugel fährt auch ſo geſchwind zur Canone heraus, daß die geringſte Zeit hier ſchon ſehr beträchtlich iſt. Gemeiniglich wird die Kugel in einem hundertſten Theil einer Secunde aus dem Lauf hinausgetrieben. Wenn alſo nur $\frac{1}{100}$ Secunde zur völligen Entzündung des Pulvers erfordert würde, welches doch gewiß eine ſehr kurze Zeit iſt, ſo würde die Kugel ſchon die Mündung der Canone erreicht haben, indem ſich das letzte Pulver entzündete; folglich würde dadurch die forttreibende Gewalt des Pulvers gar merklich verringert werden. Solte nach des Hrn. Robins Sinn die gänzliche Entzündung in noch kürzerer Zeit, als in $\frac{1}{200}$ Secunde, oder gar in $\frac{1}{1000}$ Secunde vor ſich gehen, welches doch kaum, inſonderheit bey groſſen Ladungen, glaublich ſcheint, ſo müſte doch noch der Effect davon merklich ſeyn. So leicht auch das Pulver Feuer fängt, ſo wird doch dazu einige Zeit erfordert, und das bey einer Art des Pulvers mehr, als bey der andern. Deswegen iſt auch nach des Autoris eigenem Bericht das gekörnte Pulver dem Meel-Pulver vorgezogen worden, weil jenes ſich geſchwinder entzündet, als dieſes. Da nun das Meel-Pulver einige Zeit erfordert, ehe die an einem Orte geſchehene Entzündung

zündung ſich allenthalben mittheilet, ſo kann der Vortheil des gekörnten in nichts anders beſtehen, als daß zur gänzlichen Entzündung eine viel kürzere Zeit hinlänglich ſey. So kurz aber auch dieſe Zeit angeſetzet wird, ſo iſt dieſelbe doch immer vermögend, eine merkliche Aenderung in der forttreibenden Kraft zu verurſachen. Wir haben hier oben nur $\frac{1}{100}$ Secunde angenommen für die Zeit, in welcher die Kugel aus dem Stück getrieben wird. Allein dieſe Zeit iſt noch zu lang nach den Experimenten, wodurch Herr Robins ſelbſt die würkliche Geſchwindigkeit, womit eine Kugel aus einem Schieß-Gewehr getrieben wird, beſtimmet hat. Er findet, daß dieſe Geſchwindigkeit in einer Secunde einen Weg von 1500 biß 2000 Schuh durchlauffen könne. Weil nun dieſe Geſchwindigkeit der Kugel im Lauf des Gewehrs eingedruckt worden, welcher ungefehr $3\frac{1}{2}$ Schuh lang geweſen; ſo müſte die Kugel, wenn ſie im erſten Augenblick dieſe ganze Geſchwindigkeit erhalten hätte, nur $\frac{3\frac{1}{2}}{1500}$ oder $\frac{3\frac{1}{2}}{2000}$ Secunde, das iſt nach einem Mittel $\frac{1}{500}$ Secunde im Lauf zugebracht haben. Solte aber der Kugel dieſe Geſchwindigkeit nach einer gleichförmig vermehrten Bewegung, dergleichen in den fallenden Cör-

pern

pern wahrgenommen wird, mitgetheilet worden ſeyn, ſo würde dieſelbe zweymahl ſo lang, das iſt $\frac{1}{250}$ Secunden im Lauf verweilet haben. Da nun die forttreibende Kraft anfänglich viel ſtärker iſt, und nach und nach abnimmt; ſo muß die wahre Zeit kürzer ſeyn, als $\frac{1}{250}''$. länger aber als $\frac{1}{500}''$, und alſo ungefehr $\frac{1}{375}$ Secunde austragen, welche Zeit ſo kurz iſt, daß ſo geſchwind man ſich auch die gänzliche Entzündung des Pulvers vorſtellt, dieſelbe doch nicht viel geſchwinder, als in einer $\frac{1}{375}$ Secunde geſchehen kann, weswegen dieſer Umſtand um ſo viel weniger aus der Acht gelaſſen werden kann.

Was der Autor ferner ſagt, daß die Pulver-Körner, welche öfters aus den Canonen noch unentzündet herausgetrieben werden, dem Setz-Kolben ausgewichen, und nicht hinter die Kugel zu liegen gekommen, ungeachtet ſolches ſeine völlige Richtigkeit haben mag, beweiſet doch noch keineswegs, daß die gänzliche Entzündung in einem Augenblicke vor ſich gehe, und ganz und gar keine Zeit erfordere. Dann geſetzt auch, daß ſich alles Pulver entzündete, ehe die Kugel zur Mündung

heraus fährt, und alſo die ganzen Körner, ſo öfters vor der Canone gefunden werden, nicht hinter der Kugel geweſen wären; ſo folget doch noch keinesweges, daß die Zeit der gänzlichen Entzündung in Anſehung derjenigen, ſo die Kugel durch die Canone getrieben wird, vor nichts zu achten ſey. Ueber dieſes kann es auch ſeyn, daß eine gute Partie Pulver noch auſſer der Mündung Feuer fängt, und alſo nichts zur Forttreibung der Kugel beyträgt, ungeachtet dieſe Körner nicht unentzündet herunter fallen. Denn da das Feuer noch auſſer der Mündung heftig genug iſt, ſo kann auch alsdenn noch ein Theil des Pulvers, welches wegen der allzukurzen Zeit in dem Lauf unentzündet geblieben, von der Flamme verzehrt werden. Ferner geſteht der Autor ſelbſt, daß er öfters im Pulver einige Körner wahrgenommen, welche einige Zeit die Gewalt der Flamme ausgehalten, ehe ſie ſich entzündet haben. Da er nun dieſe Zeit hat wahrnehmen können, ſo muß dieſelbe merklich, und alſo gewiß länger, als $\frac{1}{100}$ Secunde geweſen ſeyn. Wenn es alſo ſolche Körner giebt, welche die Gewalt der Flamme länger, als $\frac{1}{100}$ Secunde aushalten können, ſo muß es noch vielmehr dergleichen geben, welche zu ihrer

rer Entzündung nur $\frac{1}{300}$ Secunde erfordern. Dahero auch dieſer Beweisthum, welchen der Autor zu Behauptung ſeines Satzes anführet, vielmehr das Gegentheil beſtätiget.

Die ſtärkſte Probe des Autoris aber beſteht darinn, daß die Ausrechnungen, welche aus dieſem Satz hergeleitet werden, mit der Erfahrung vollkommen übereinſtimmen. Wir haben aber ſchon dargethan, wie viel Umſtände in dieſer Ausrechnung nicht ſind in Betrachtung gezogen worden, davon doch einige keine geringe Aenderung verurſachen; und daß dahero die Uebereinſtimmung der Rechnung mit der Erfahrung zu dieſem Ende nicht ohne groſſe Behutſamkeit angeführet werden kann. Weil der Autor auf den Abgang der forttreibenden Kraft, welche durch das Zündloch und neben der Kugel geſchieht, nicht geſehen, und ſich folglich aus dieſem Grunde ſchon ein Unterſcheid zwiſchen der Theorie und der Experienz äuſſern müßte; ſo könnte es vielleicht wohl ſeyn, daß die allmählige Entzündung des Pulvers dieſen Unterſcheid wieder zernichtete. Denn da die Kraft des Pulvers nicht allein wegen der erfolgten Ausdehnung abnimmt, worauf doch in der Rechnung allein geſehen worden, ſondern auch wegen des Verluſts, welchen die eingeſchloſſene elaſtiſche Luft durch das Zünd-

loch und den Spiel Raum leidet, ſo müſte die Verminderung der Kraft gröſſer ſeyn, als in der Theorie angenommen worden. Wenn ſich nun das Pulver allmählig entzündet, ſo erhält dadurch die forttreibende Kraft einen beſtändigen Zuwachs, wodurch der vorige Abgang erſetzet wird; dergeſtalt, daß auf dieſe Art wiederum eben dieſelbe Proportion im Abnehmen der Kraft ſtatt finden kann, welche in der Theorie angenommen worden. Auf dieſe Art könnte alſo dieſe Theorie, aller angeführten Umſtände ungeachtet, mit der Experientz wiederum vereiniget werden, wenn man nur die Kraft des im erſten Augenblick entzündeten Pulvers um ſo viel gröſſer anſetzt. Denn, wenn nur ein Theil des Pulvers, ſo im erſten Anfang Feuer fängt, ſtark genug iſt, eben die Würkung hervor zu bringen, welche nach der Theorie von der ganzen Ladung herkommen ſolte; ſo muß auch die elaſtiſche Kraft deſſelben Theils eben ſo groß ſeyn, als die, welche dem ganzen zugeſchrieben worden. Wenn alſo die elaſtiſche Kraft der natürlichen Luft durch 1 angedeutet wird; ſo muß die elaſtiſche Kraft der aus der Entzündung des Pulvers erzeugten Luft ſo vielmahl gröſſer ſeyn als 1000, ſo vielmahl der im erſten Anfang entzündete Theil des Pulvers kleiner iſt als die ganze Ladung. Unter dieſer Bedingung kann alſo die Theorie des Autoris mit

der Experientz beſtehen, wann der Zuwachs der forttreibenden Gewalt, ſo dieſelbe durch die allmählige Entzündung des Pulvers erhält, dem Abgang, welcher wegen des Zündlochs und Spielraums entſtehet, immer beynahe gleich kommt, welche Erſetzung vielleicht bey der Art des Pulvers, ſo der Autor gebraucht, ungefehr mag eingetroffen haben. Hiedurch aber leidet der erſte Punkt des Verfaſſers, wodurch er die elaſtiſche Kraft des Pulvers beſtimmt, und 1000 mahl gröſſer als den Druck der Atmosphær angeſetzet hat, einen groſſen Stoß, indem dieſelbe Kraft in dieſem Fall, wann die Rechnungen mit der Experientz übereintreffen, viel gröſſer ſeyn muß. Wenn ſich alſo der Autor um ſeinen Satz, daß ſich alles Pulver in einem Augenblick zugleich entzünde, auf die Uebereinſtimmung der hierauf gegründeten Rechnung mit der Experientz berufft, ſo iſt ſo ferne, daß dadurch ſeine Meynung bekräftiget werde, daß dadurch vielmehr dieſelbe umgeſtoſſen wird.

Damit wir aber dieſer angeführten Experientz nicht allein bloſſe Gründe und Vernunft-Schlüſſe entgegen ſetzen, ſo wollen wir auch Erfahrungen beyfügen, wodurch augenſcheinlich erhellet, daß die gänzliche Entzündung des Pulvers nicht in einem Augenblick vor ſich gehe. Ich berufſe mich hierbey auf viele Experimente, welche der ſel. General

neral Günther zu St. Petersburg A. 1728. in Beyſeyn verſchiedener Mitglieder der daſigen Academie, unter welchen ich mich auch befunden, hat anſtellen laſſen. Unter andern wurde dazu ein Stück, deſſen Seele $7\frac{7}{10}$ Engliſche Schuh lang war, gebraucht, und aus demſelben mit verſchiedenen Ladungen Vertical-Schüſſe gethan. Man bemerkte jedes mahl die Zeit nach einem Pendulo, innerhalb welcher die Kugel nach dem Schuß wieder herunter fiel: und aus derſelben hat der Herr Bernoulli die Geſchwindigkeit berechnet, mit welcher die Kugel aus dem Stück getrieben worden. Ungeachtet nun derſelbe hierzu die Newtonianiſche Theorie von der Reſiſtentz der Luft gebrauchet, ſo hindert doch ſolches zum gegenwärtigen Vorhaben nichts. Er hat alſo gefunden, daß die Kugel in einem Luftleeren Raum nachdem man 1, 4, und 8 Loth Pulver geladen, hätte 541, 13694, 58750 Schuh hoch ſteigen müſſen. Hierauf wurde von dieſer Canone ein Stück abgeſägt, deſſen Länge $1\frac{7}{10}$ Schuh, und folglich die Seele der Canone noch accurat 6 Schuh lang war. Nach dieſer Verkürzung wurden wiederum mit den vorigen Ladungen von 1, 4, und 8. Loth Pulver Vertical Schüſſe gethan, und da fand ſich, daß die Kugel in einem Luftleeren Raum nur auf 274, 2404 und 6604 Schuh hoch geſtiegen ſeyn würde. Bey der Ladung

von

von 8 Lothen würde alſo die Kugel aus der ganzen Canone beynahe 9 mahl höher geſtiegen ſeyn, als aus der abgekürzten: dahero die Geſchwindigkeit, womit die Kugel im erſten Fall ausgetrieben worden, ungefehr dreymahl gröſſer geweſen als im letztern. Nach des Hrn. Robins Theorie aber hätte dieſer Unterſcheid kaum zu merken ſeyn müſſen. Hieraus iſt alſo klar, daß vor der Abkürzung der Canone ſich noch eine gute und ſo gar die gröſte Portion Pulver erſt alsdann müſſe entzündet haben, als die Kugel den letzten Schuh in der Seele der Canone durchlauffen. Eben dieſer Schluß folget auch aus den kleinern Ladungen, jedoch iſt der Unterſcheid ſo groß nicht, und eben hieraus erhellet, daß je gröſſer die Ladnng iſt, je mehr Zeit erfordert werde, ehe ſich alles Pulver entzünde: welcher Umſtand an ſich ſelbſt begreiflich genug iſt.

Die gezogenen Röhre, welche wie bekannt viel weiter ſchieſſen, als ungezogene, reichen uns auch eine ſehr wichtige Probe dar, daß ſich das Pulver nicht auf einmahl entzünde. Denn, ſollte alles Pulver auf einmahl in Brand gerathen, ſo müßte nothwendig ein gezogenes Rohr bey weitem nicht ſo weit ſchieſſen als ein ungezogenes. Man betrachte nur den groſſen Wiederſtand, welchen eine Kugel in einem gezogenen Rohr zu überwinden hat, ohne darauf zu ſehen,

daß zugleich der Kugel eine Bewegung um die Axe mitgetheilet wird, wozu auch eine Kraft erfordert wird, ſo wird man hieran nicht den geringſten Zweifel hegen können. Dennoch aber wird die Kugel aus einem gezogenen Rohr ungeachtet dieſes groſſen Wiederſtandes mit einer gröſſern Geſchwindigkeit heraus geſchoſſen, als aus einem gemeinen, wenn die übrigen Umſtände einerley ſind. Es muß alſo in einem gezogenen Rohr nothwendig eine weit gröſſere Kraft vorhanden ſeyn, als in einem gemeinen, welche nicht nur den groſſen Wiederſtand zu überwinden, ſondern auch noch dazu der Kugel eine ſchnellere Bewegung mitzutheilen hinlänglich iſt. Die Gewalt aber rührt einig und allein vom Pulver her, und in beyden Fällen iſt die Ladung einerley: dahero keine andere Urſache übrig bleibt, als daß ſich in dem gezogenen Rohr die ganze Ladung oder zum wenigſten der gröſte Theil derſelben entzünde, da in dem gemeinen Rohr nur ein geringer Theil Feuer fängt, ehe die Kugel heraus getrieben wird. Dieſes letzte Argument ſcheinet noch der Sache den gröſten Nachdruck zu geben, und ſo gar nicht nur zu beweiſen, daß ſich das Pulver nicht auf einmahl entzünde, ſondern auch, daß ſich gemeiniglich nur eine ſehr kleine Portion des Pulvers entzünde, ehe die Kugel aus der Canone heraus getrieben wird.

Aus

Aus dieſen Urſachen, wird die oben erwehnte Meynung des Hrn. Prof. Dan. Bernoulli je länger je wahrſcheinlicher, daß die aus dem Pulver erzeugte Elaſtiſche Materie im erſten Moment eine Ausdehnungs-Kraft habe, welche beynahe 10000 mahl gröſſer iſt, als der Druck der Atmosphære, ungeachtet unſer Autor dieſelbe nur 1000 mahl gröſſer angibt.

VIII. Satz.

Die Geſchwindigkeit, mit welcher ſich eine Kugel in einer jeglichen Diſtanz von dem Stück beweget, durch die Erfahrung zu beſtimmen.

Die leichteſte Art, um dieſes zu bewerkſtelligen, geſchicht vermittelſt des Inſtruments, welches beygehender Figur (*Fig.2.*) vorſtellet, allwo ABCD ein mit drey Füſſen verſehenes Geſtell andeutet, damit ſolches allenthalben auf der Erde feſtgeſtellet werden könne; dergleichen Machinen zu Abwägung und Aufhebung ſchwehrer Laſten gebraucht zu werden pflegen. An zweyen von dieſen Stützen B und C ſind ſtarke Aerme R und S befeſtiget, auf welchen das Pendulum EFGHIK vermittelſt des Queerbalkens EF ruhet; welcher

auf den Aermen R und S dergeſtalt aufflieget, daß ſich der Körper GHIK um denſelben frey bewegen, und gleich einem Pendulo oscilliren kan. Der Körper dieſes Penduli iſt von Eiſen gemacht, und hat unten eine ziemliche Breite, welche in der 2ten Figur nicht zum Vorſchein kommt, insbeſondere aber in der 3ten Figur vorgeſtellet wird, als A. Auf dieſe breite eiſerne Platte A wird, ein ſtarkes und dickes hölzernes Brett GHIK (Fig. 2.) durch Hülfe einiger Schrauben befeſtiget. Gleich unter dieſem Pendulo befindet ſich wiederum ein Queerbalken OP, ſo an den beyden Stützen B und C, welche das Pendulum tragen, feſt gemacht iſt. An dieſem Balken iſt ein Inſtrument MNV befeſtiget, ſo mit zwey ſtählernen Ränden, welche nach der Linie VN aufeinander paſſen, wie die Reißfedern gemacht zu werden pflegen, verſehen iſt. Dieſe zwey Rände können nach Belieben durch Hülfe der Schraube Z mehr oder weniger zuſammen gedruckt werden. Ferner iſt am Ende des Penduli unten ein ſchmales Band LN angeheftet, welches zwiſchen denſelben ſtählernen Ränden durchgezogen wird, und durch eine Oeffnung am untern Theil des beſchriebenen Inſtruments frey herabhängt.

Nachdem nun dieſe Maſchine beſchriebener maſſen zugerüſtet worden, ſo unterſuche man ſowohl das Gewicht des ganzen Pendu-

li, als ſein Centrum gravitatis, nebſt dem Centro oscillationis deſſelben, damit die Entfernung dieſer zweyen Punkte von der Axe EF, um welche das Pendulum beweglich iſt, bekannt werde. Hieraus wird man ferner beſtimmen können, wie eine groſſe Bewegung dieſem Pendulo mitgetheilet werden muß, wenn auf daſſelbe eine Kugel, deren Gewicht bekannt iſt, mit einer gegebenen Geſchwindigkeit in einem gegebenen Punkt aufſtößt. Dahero, wenn das Pendulum vor dem Stoß ſtill geſtanden, ſo wird man anzeigen können, was vor einen groſſen Schwung das Pendulum von einem ſolchen Stoß bekommen, und wie weit daſſelbe von ſeinem Ruheſtand gebracht werden müſſe. Wenn alſo hinwiederum dieſe Entfernung des Penduli von ſeinem Ruheſtand bekannt iſt, welcher von dem Anſtoß einer Kugel, deren Schwehre bekannt, in einem gegebenen Punkt verurſachet worden, ſo läßt ſich daraus die Geſchwindigkeit, womit die Kugel darauf geſtoſſen, beſtimmen.

Derowegen, wenn eine Kugel von einer bekannten Schwehre gegen das Pendulum anſtößt, und die Gröſſe des Schwungs, welchen das Pendulum durch dieſen Stoß empfängt, genau beobachtet wird, ſo kan man daraus die Geſchwindigkett, welche die Kugel bey dem Stoß gehabt, anzeigen.

Die

Die Gröſſe des Schwungs aber, welcher in dem Pendulo von dem Stoß verurſachet wird, kan ſehr genau durch Hülfe des Bandes LN, gemeſſen werden. Man darf zu dieſem Ende nur die beyden ſtählernen Schärfen VN, zwiſchen welchen das Band durchgeht, vermittelſt der Schraube Z dergeſtalt ſpannen, daß das Band zwar frey und leicht, jedoch nicht ohne einen geringen Wiederſtand durchgezogen werden könne. Ehe nun das Pendulum in Bewegung gebracht wird, ſo ziehe man das Band ſo ſtark an, daß daſſelbe zwiſchen dem Pendulo und VN geſpannt, dennoch aber das Pendulum ſelbſt dadurch nicht aus ſeinem Ruheſtand gebracht werde; und ſtecke bey VN eine Stecknadel darein. Alsdenn laſſe man eine Kugel an das Pendulum ſtoſſen, welches dadurch zurükgetrieben und einen Theil des Bandes bey VN durchziehen wird, aus welchem durchgezogenen Theil deſſen Länge von der Stecknadel an gemeſſen wird, man ſo fort den Bogen, welchen das Pendulum im erſten Schwung beſchrieben, ausmeſſen kan.

Die Rechnung aber, wodurch die Geſchwindigkeit der Kugel aus der beobachteten Ausweichung des Penduli nach dem Stoß beſtimmet wird, erfordert eine weitere Erklärung. Zu dieſem Ende wollen wir nach demjenigen Pendulo, deſſen wir uns bey unſern Experimenten

menten bedienet haben, die Rechnung anſtellen, welche dienen wird, um alle andere Fälle berechnen zu können.

Das Gewicht dieſes ganzen Penduli, Eiſen und Holz alles zuſammen genommen, war 56 Pf. 3 Unzen. Sein Centrum gravitatis war von der Axe EF entfernet 52 Zoll, und dieſes Pendulum machte 200 kleine Schwingungen in einer Zeit von 253 Secunden: woraus folgt, daß das Centrum Oscillation: von der Axe EF entfernet geweſen $62\frac{2}{3}$ Zoll. Ferner war das Centrum des hölzernen Brets GHIK von eben derſelben Axe 66 Zoll entfernet.

Nun ſage man: wie ſich verhält 66×66 zu $62\frac{2}{3} \times 52$, ſo verhält ſich das Gewicht des Penduli 56 Pf. 3 Unz. zu 42 Pf. $\frac{1}{2}$ Unzen. Aus der Mechanic iſt aber bekannt, daß wenn das Pendulum im Centro des hölzernen Brets GHIK geſtoſſen wird, der Stoß eben den Wiederſtand finde, als wenn das jetzt gefundene Gewicht von 42 Pf. $\frac{1}{2}$ Unz. in dieſem Punkt concentrirt, der übrige Theil des Penduli aber gänzlich zernichtet wäre. Wenn wir nun ſetzen, daß das Gewicht der Kugel, welche auf dieſes Pendulum ſtoſſen ſoll, $\frac{1}{12}$ Pf. oder $\frac{1}{504}$ des gefundenen Gewichts von 42 Pf. $\frac{1}{2}$ Unz. ſey, ſo wird nach den Geſetzen der Bewegung, welche bey dem Stoß zweyer Cörper, ſo nicht von einander zurückprellen

prellen, beobachtet werden, die Geſchwindigkeit nach dem Stoß $\frac{1}{505}$ der Geſchwindigkeit, mit welcher die Kugel angeſtoſſen, austragen. Wenn man alſo die Geſchwindigkeit des Punkts am Pendulo, wo die Kugel angeſtoſſen, weiß, ſo darf man dieſelbe nur mit 505 multipliciren, um die Geſchwindigkeit der Kugel vor dem Stoß zu bekommen.

Die Geſchwindigkeit aber des Anſtoß-Punkts nach dem Stoß läßt ſich leicht aus der Sehne des Bogens, wodurch derſelbe getrieben worden, beſtimmen. Denn es iſt ein bekannter Satz, daß alle hangende Cörper durch ihre ſchwingende Bewegung, zu eben derjenigen Höhe gelangen, zu welcher ſie kommen würden, wenn ſie aus ihrem unterſten Punkt mit eben der Geſchwindigkeit, ſo dieſer Punkt hatte, gerade aufwerts geworfen würden. Derowegen, wenn man den ſinum verſum dieſes aufſteigenden Bogens weiß, welcher aus der Sehne und dem Radio leicht gefunden wird, ſo iſt dieſer ſinus verſus ſelbſt die perpendicular Höhe, auf welche ein Cörper, ſo mit der Geſchwindigkeit des geſtoſſenen Punkts aufwerts geworfen wird, gelangt: wie groß folglich die Geſchwindigkeit ſey, iſt aus der Lehre von den fallenden Cörpern leicht auszurechnen.

Es war zum Exempel die Sehne des Bogens, durch welchen das Pendulum nach dem

Stoß geſtiegen, und welche aus dem Band gemeſſen worden, öfters $17\frac{1}{4}$ Zoll lang. Die Diſtanz des unterſten Endes L, wo das Band befeſtiget iſt, von der Axe EF war $71\frac{1}{8}$ Zoll. Daher nach der Regul Detri zu den Zahlen $71\frac{1}{8}$: 66 = $17\frac{1}{4}$ die vierte Proportional geſucht werden muß, welche 16 iſt, und die Länge der Sehne des Bogens, welchen das Centrum des Brets GHIK beſchrieben, anzeigt. Hierauf findet man den ſinum verſum des Bogens, deſſen Sehne iſt 16 Zoll, und der Radius 66 Zoll, gleich 1, 93939. Die Geſchwindigkeit, mit welcher ein Cörper zu dieſer Höhe zu ſteigen vermögend iſt, oder welches einerley, welche ein Cörper, ſo aus der Höhe von 1, 93939 Zoll herunterfällt, erlangt, beträgt $3\frac{1}{4}$ Schuh in einer Secunde.

Um nun hieraus die Geſchwindigkeit zu beſtimmen, mit welcher die Kugel auf das Centrum des Holzes geſtoſſen, als das Pendulum in ſeinem daher verurſachten Schwung das Band um $17\frac{1}{4}$ Zoll durch das obbeſchriebene Inſtrument NU weiter durchgezogen, ſo hat man nichts mehr nöthig, als die gefundene Zahl von $3\frac{1}{4}$ Schuh mit 505 zu multipliciren. Denn das Product 1641 deutet an, wie viel Schuh die Kugel mit ihrer Geſchwindigkeit, welche ſie bey dem Stoß gehabt, in einer Secunde

nach

nach einer gleichförmigen Bewegung durchlaufen würde. Denn wir haben gefunden, daß das Punct des Bretts, wo die Kugel angeſtoſſen, eine Geſchwindigkeit habe von $3\frac{1}{4}$ Schuh in einer Secunde; wir haben aber auch vorher erwieſen, daß die Geſchwindigkeit der Kugel 505 mahl gröſſer ſeyn müſſe. Wenn alſo eine Kugel, ſo $\frac{1}{12}$ Pfund wiegt, auf das Mittelpunct des hölzernen Brets GHIK geſchoſſen wird, und dadurch das Band um $17\frac{1}{4}$ Zoll fortgezogen wird, ſo beträgt die Geſchwindigkeit der Kugel 1641 Schuh in einer Secunde. Da nun die Länge des Bands, welche durch das Inſtrument bey NU durchgezogen wird, ohne Fehler die Sehne des Bogens, welchen das unterſte Ende des Penduli beſchreibt, giebt, indem das Band dergeſtalt angemacht iſt, daß der Unterſcheid nicht merklich ſeyn kann; dieſe Sehnen aber, wie bekannt mit den Geſchwindigkeiten, welche dem Pendulo durch den Stoß mitgetheilet werden, einerley Verhältniß haben, ſo iſt klar, daß die Theile des Bandes, ſo bey verſchiedenen Stöſſen in NU durchgezogen werden, den Geſchwindigkeiten der aufſtoſſenden Kugel proportional ſind. Dahero verhält ſich auch die Länge von $17\frac{1}{4}$ Zoll, zur Länge des in einem gegebenen Fall durchgezogenen Bandes, wie 1641 Schuh zur Anzahl der

Schuhen

Schuhen, welche die Kugel im gegebenen Fall mit ihrer Geſchwindigkeit in einer Secunde durchzulaufen vermögend iſt.

Hieraus erſieht man alſo überhaupt, wie durch Hülfe dieſes Inſtruments die Geſchwindigkeit einer jeglichen Kugel erkannt werden kann. Damit aber diejenigen, welche Luſt haben, dergleichen Experimente ſelbſt anzuſtellen, um ſo viel weniger Schwierigkeiten antreffen mögen, ſo will ich hier noch einige Handgriffe beyfügen, welche man dabey ſo wohl zu beſſerem Fortgang der Experimenten, als zur eigenen Sicherheit in Acht zu nehmen hat.

Ich muß alſo für das erſte, damit man das hölzerne Bret GHIK nicht als ein unnöthiges Stück der Maſchine anſehe, anzeigen, daß wenn eine mit voller Ladung geſchoſſene Kugel unmittelbar gerade gegen das Eiſen anſtoſſen ſollte, ſo würde die Kugel durch den Schlag zerſplittern, und dieſe Splitter mit ſolcher Heftigkeit zurück ſpringen, daß ſie in das umſtehende Holzwerk hinein fahren würden. Der damit verknüpften Gefahr nicht zu gedenken, ſo würde auch das Pendulum die Geſchwindigkeit der Kugel, wegen des Rückprellens, worauf die Rechnung nicht gerichtet iſt, nicht richtig zu erkennen geben.

Das Gewicht des ganzen Penduli, und die Dicke des Brets, muß auch einiger maſſen nach der Gröſſe der Kugeln, welche gebraucht werden, eingerichtet ſeyn. Das Pendulum, ſo hier beſchrieben worden, kann zu allen Kugeln, welche unter drey biß 4 Unzen wägen, ſicher beybehalten werden, wenn nur für die ſchwerſten die Dicke des Brets 7 biß 8 Zoll angenommen wird. Das Büchene Holz iſt zu dieſem Ende das tüchtigſte.

Es iſt auch gefährlich, auf der Seite des Penduli zu ſtehen, wenn das Bret nicht ſo dicke iſt, daß die Kugel, ehe ſie auf das Eiſen kommt, den gröſten Theil ihrer Kraft verliehrt. Denn, wenn dieſelbe mit einer noch groſſen Gewalt auf das Eiſen ſtößt; ſo dringen die Splitter von dem Bley, welche durch das Holz nicht zurück ſpringen können, zwiſchen dem Holz und Eiſen durch, und fliegen noch ziemlich weit herum.

Weil man kein ander Mittel hat, das Holz auf dem Eiſen zu befeſtigen, als durch Schrauben, davon die Köpfe auf dem Bret hervorſtehen; ſo kann es geſchehen, daß bißweilen eine Kugel auf eine ſolche Schraube zu treffen kommt, in welchem Fall die Splitter davon allenthalben herum geſchmiſſen werden.

Wenn

Wenn ferner in dieſen Experimenten ſo wenig Pulver gebraucht wird, daß die davon der Kugel mitgetheilte Geſchwindigkeit nicht über 400 biß 500 Schuh in einer Secunde austrägt; ſo bleibt die Kugel im Holz nicht ſtecken, ſondern ſpringt zurück, und das, wenn das Holz ſehr hart iſt, mit einer ſehr groſſen Geſchwindigkeit. Ich habe dieſe rückprellende Geſchwindigkeit niemahls mit Fleiß unterſucht; ich habe aber öfters geſehen, daß die Kugel von den umligenden Körpern, worauf ſie gefahren, iſt verſehret worden.

Um nun dieſe Gefahr zu vermeiden, wobey in Philoſophiſchen Unterſuchen keine Ehre erlangt werden kann, ſo iſt am ſicherſten, den Lauf, womit man ſchieſſen will, auf ein ſtarkes und ſchwehres Geſtell zu befeſtigen, und denſelben mit einer nicht allzugeſchwind brennenden Zünd-Röhre abzufeuern. Der Lauf muß nach der ganzen Länge wohl befeſtiget werden; es kann auch kein Mußketen-Lauf, ſo nach den gewöhnlichen Dimenſionen geſchmiedet worden, dieſe hier erzehlten Experimente, ohne zu berſten, lange aushalten, wie ich zu meinem Schaden mehrmahlen erfahren. Der Lauf, worauf ich mich am meiſten habe verlaſſen können, und welchen ich zu dieſem Ende ausdrücklich habe verfertigen laſſen, iſt bey nahe oben ſo ſtark als unten,

und ſeine Dicke iſt faſt allenthalben dem Diameter ſeiner Höhlung gleich.

Man muß auch das Pulver zu dieſen Experimenten auf das genauſte abwägen, und wohl acht haben, daß nichts davon im Laden vor der Kugel zurück bleibe; dahero ein ſolcher Lauf eben, wie eine Canone, geladet werden muß. Der Vorſchlag wird am füglichſten von Hanf genommen, und muß allemahl gleich ſchwer ſeyn; immer aber ſo geringe, als nur möglich iſt, um das Pulver in ſeinen gehörigen Platz einzuſchränken. Wenn auch ein Raum zwiſchen der Kugel und dem Pulver ledig gelaſſen werden ſoll, ſo muß die Länge deſſelben ſorgfältig abgemeſſen werden; indem darauf die Geſchwindigkeit der Kugel, und die Stärke des Schuſſes, ſehr viel beruhet; ungeachtet ſonſten weder die Kugel noch die Ladung verändert wird. Man muß auch den Lauf zum wenigſten ſo weit von dem Pendulo entfernen, daß die Gewalt der Flamme darauf nicht würken kann, welches bey einem gemeinen Lauf, ſo mit ½ Untze Pulver geladen wird, geſchieht, wenn dieſe Entfernung nur über 16 biß 18 Schuh iſt. Bey ſtärkeren Ladungen aber reichet die Gewalt der Flamme weiter, und habe ich gefunden, daß ſich dieſelbe über 25 Schuh weit erſtrecket hat. Deswegen habe ich immer dieſe Diſtanz von 18 biß 25 Fuß erwehlet.

erwehlet. Was auſſer dieſem noch mehr hierbey zu beobachten iſt, ſolches wird ſich füglicher in der Erzehlung und Beſchreibung der Experimente, welche ich angeſtellt, anbringen laſſen, wozu ich mich alſo wende.

I. Anmerkung.

Die Art, welche unſer Autor beſchreibet, um die Geſchwindigkeit einer Kugel durch Verſuche zu beſtimmen, iſt ohne Zweifel eine von den ſinnreichſten und nützlichſten Erfindungen in der Artillerie; indem alles dasjenige, was man bißher darüber zu beſtimmen im Stande geweſen, ſehr ungewiß und unrichtig iſt. Die Beſchreibung der Maſchine iſt ſo deutlich, daß man ſolche leicht für einen jeglichen Fall darnach verfertigen laſſen kann; wie aber aus den damit angeſtellten Experimenten die wahre Geſchwindigkeit der Kugel ausgefunden werden ſoll, verdienet eine weitere Erläuterung. Für das erſte hat man das Gewicht des ganzen Penduli zu wiſſen nöthig, welches durch die gewöhnliche Abwägung leicht gefunden wird. Nur iſt hiebey zu merken, daß zu dem Cörper des Penduli nicht nur der untere Theil, ſondern alles, ſo mit demſelben zugleich in Bewegung geſetzt wird, gerechnet werden

 müſſe,

müſſe, und folglich dazu auch das Gewicht des Horizontal-Balkens EF gehöre. Ferner muß dieſer Balken EF, oder vielmehr die Linie, nach welcher derſelbe auf den Armen R und S auflieget, vollkommen horizontal ſeyn. Denn dieſe Linie ſtellt die Axe vor, um welche das Pendulum ſich beweget, und von welcher die Entfernungen ſo wohl des Centri gravitatis, als des Centri oscillationis geſucht werden müſſen. Man ſuche zu dieſem Ende vor allen Dingen die Diſtanz des unterſten Bords HI, wo das Band LMW befeſtigt iſt, von der gedachten Axe, als welche zu Berechnung der Geſchwindigkeit der geſchoſſenen Kugel gleichfalls nöthig iſt. Um hernach die Diſtanz des Centri gravitatis des ganzen Penduli von eben derſelben Axe zu finden; ſo hebe man vermittelſt des Bands LMW oder eines ſtärkern, wenn ſolches nöthig erachtet wird, das Pendulum ſo weit in die Höhe, biß daſſelbe horizontal zu liegen komme. Fig. 4. Zu dieſem Ende ziehe man das Band über eine Rolle M, welche an einem ſolchen Orte befeſtiget, daß das Stück des Bandes LM perpendicular ſtehe. Wenn das Pendulum GIHK in die Horizontal-Lage gebracht worden, alsdenn hänge man an das andere Ende des Bandes in W ein ſo groſſes Gewicht, als zu Erhaltung des Penduli in der

der Horizontal-Lage erfordert wird. Wenn dieſes Gewicht gefunden, ſo wird ſich daſſelbe zum Gewicht des Penduli verhalten; wie die Diſtanz des Centri gravitatis von der Axe, zur Diſtanz des Puncts L von der Axe; wie aus der Static bekannt iſt. Wenn alſo das Gewicht des ganzen Penduli geſetzt wird $= P$; das Gewicht, ſo bey dieſer Unterſuchung in W angehängt werden muß $= Q$, die Diſtanz des Puncts L von der Axe E F nehmlich D L $= a$, und das Centrum Gravitatis des ganzen Penduli in Q angenommen, und die Diſtanz D Q $= g$ genennet wird; ſo muß nach den Regeln der Statik ſeyn: $Q : P = g : a$, oder $Pg = Qa$; woraus gefunden wird $g = \frac{Qa}{P}$. Es ſey ferner S das Centrum oscillationis des Penduli, und D S $= f$, ſo wird f die Länge eines einfachen Penduli andeuten, welches mit dem vorgelegten ſeine Schwingungen in einerley Zeit verichtet. Dahero um dieſe Diſtanz D S $= f$ zu finden, ſo muß man ſuchen, in wie langer Zeit das Pendulum eine Oscillation abſolvire. Zu dieſem Ende bringe man dieſes Pendulum in einen kleinen Schwung, dergeſtalt, daß die Oscillationes nicht über 5 biß 6 Grad beyderſeits ausweichen; weil dieſelben ſonſten nicht alle von einerley Dauer ſeyn würden,

den, und zehle nach einer guten Uhr, wie viel Oscillationen dieſes Pendulum in 1, 2 oder 3 Minuten mache. Der Autor hat hierzu eine Zeit von 200 Schwingungen genommen, dahero wollen wir hier zum Exempel 3 Minuten oder 180″ annehmen. Es ſey nun n die Zahl der Oscillationen, welche das Pendulum in der Zeit von 3 Minuten verrichtet. Da nun ein einfaches Pendulum ſo 3, 16625 Rheinländiſche Schuh lang iſt, durch ſeine Schwingungen accurat Secunden weiſet; ſo würde dieſes Pendulum in 3 Minuten 180 Schwingungen verrichten. Es ſind aber die Zeiten, in welchen zwey einfache Pendula von verſchiedener Länge ihre Oscillationen machen, wie die Quadrat-Wurzeln aus ihrer Länge. Derowegen, da ein Pendulum ſo 3, 16625 Schuh lang iſt, eine Oscillation in 1″, das geſuchte Pendulum aber, deſſen Länge wir $= f$ ſetzen, eine Oscillation in $\frac{180}{n}$″ abſolvirt, ſo wird ſeyn $1 : \frac{180}{n} = \sqrt{3,16625} : \sqrt{f}$, und alſo $f = \frac{32400 \cdot 3,16625}{nn}$ Rheinl. Schuh. Das iſt $f = \frac{102586\frac{1}{2}}{nn}$

Solcher-

Solchergeſtalt wird alſo die Länge *f* leicht in Rheinländiſchen Schuhen gefunden, welches Maaß in Mechaniſchen Rechnungen vor andern Maaſſen einen nicht geringen Vorzug hat; weil ein frey herabfallender Cörper in einer Secunde accurat 15625 tauſendſte Theile Rheinländiſchen Schuhes beſchreibt, und dieſe Zahl 15625 eine Quadrat-Zahl iſt, deren Radix 125 in den Rechnungen ſehr vortheilhaft angebracht wird. Aus dem Rheinländiſchen Maaß kann aber entweder das Pariſiſche, oder das Engliſche leicht heraus gebracht werden, indem 1, 035 Rheinländiſche Schuh einen Pariſer Schuh und 0, 970 Rheinländiſche Schuh einen Engliſchen Schuh betragen. In dem Exempel des Autoris machte das Pendulum in 253 Secunden, 200 Oscillationen, folglich geſchahe eine Oscillation in $\frac{253}{200}''$, woraus dieſe Proportion entſteht:

$$1 : \frac{253}{200} = \sqrt{3,16625} : \sqrt{f}$$

daher wird $f = \frac{253 . 253 . 3,16625}{40000}$

$= 5,0667$ Schuh: oder nach Engliſchem Maaß wird $f = 5$ Sch. $2\frac{2}{3}$ Zoll $= 62\frac{2}{3}$ Zoll wie der Autor gefunden.

II. Anmerkung.

Nachdem die Natur des Penduli auf dieſe Art unterſuchet und erkannt worden, ſo iſt man im Stande, damit die Experimente anzuſtellen, und dadurch die Geſchwindigkeit einer jeglichen Kugel zu beſtimmen. (*Fig.* 5.) Es ſey alſo das Gewicht des ganzen Penduli $= P$, die Länge $DL = a$; das Centrum gravitatis des Penduli in Q und $DQ = g$; das Centrum oſcillationis des Penduli in S und $DS = f$, welche Quantitäten auf die vorher beſchriebene Weiſe gefunden werden. Laſſt uns nun ſetzen, daß eine Kugel gegen dieſes Pendulum auf den Punkt V geſchoſſen, und von dieſem Stoß das Pendulum biß in Dl fortgeſtoſſen worden, wovon die Sehne Ll durch das Band angezeiget wird. Man bemerke alſo zuförderſt die Diſtanz DV, welche ſey $= b$; ferner ſey das Gewicht der Kugel $= p$; und die Sehne $Ll = k$. woraus nach der Anweiſung des Autoris die Geſchwindigkeit der Kugel folgender Geſtalt gefunden wird. Man ſtelle nehmlich dieſe Regul Detri an: wie ſich verhält das Quadrat von DV oder b^2 zum Product DQ. DS oder fg, alſo das Gewicht des Penduli P, zu einem andern Gewicht, welches ſeyn wird $= \frac{fg}{bb}$ P. Der

Stoß

Stoß des Penduli wird alſo eben ſo beſchaffen ſeyn, als wann an ſtatt des ganzen Penduli in V ein Gewicht $= \frac{fg}{bb}$ P befindlich wäre, und den Stoß aushielte. Weil nun die Kugel nicht zurück prellet, ſo wird die Mittheilung der Bewegung nach den Geſetzen der weichen Cörper geſchehen. Wann die Geſchwindigkeit der Kugel, welche in V anſtößt, derjenigen gleich geſetzt wird, welche ein ſchwerer Cörper durch den Fall aus der Höhe $= v$ erhält, und folglich der Quadrat-Wurzel daraus $\sqrt{v}$ proportional iſt, ſo war die Gröſſe ihrer Bewegung vor dem Stoß $= p\sqrt{v}$, welche alſo auch nach dem Stoß unverändert bleibet. Dahero wird die Geſchwindigkeit des Punkts V nach dem Stoß ſeyn $= \frac{p\sqrt{v}}{p+\frac{fg}{bb}\mathrm{P}} = \frac{bbp\sqrt{v}}{fg\mathrm{P}+bbp}$: mit welcher daſſelbe in dem darauf folgenden Schwung zu einer Höhe $= \frac{b^4p^2v}{(fg\mathrm{P}+bbp)^2}$ ſteigen wird. Da nun die Sehne L $l = k$ durch die Erfahrung bekannt iſt, ſo ſteiget das Punkt, L in der That durch die Höhe $\mathrm{LP} = \frac{\mathrm{L}l.\mathrm{L}l}{2\mathrm{DL}} = \frac{kk}{2a}$: folglich ſteiget das

Punkt

Punkt V durch eine Höhe welche ſich zu jener verhält, wie $DV = b$ zu $DL = a$, und iſt alſo $= \frac{bkk}{2aa}$: Woraus dieſe Vergleichung entſpringt $\frac{b^4 p^2 v}{(fgP + bbp)^2} = \frac{bkk}{2aa}$, und wird alſo $v = \frac{kk(fgP + bbp)^2}{2aab^3 pp}$, und $\sqrt{v} = \frac{k(fgP + bbp)}{abp\sqrt{2b}} = \frac{fgP + bbp}{abp}$. $\frac{k}{\sqrt{2b}}$. Hieraus wird nun die wahre Geſchwindigkeit folgender Geſtalt gefunden. Da ein frey herab fallender Cörper in einer Secunde durch eine Höhe von 15625 tauſendſten Theilchen eines Rheinländiſchen Schues herab fällt, und mit der dadurch erhaltenen Geſchwindigkeit in einer Secunde einen Weg von 31250 ſolcher Theilchen durchläuft; die Geſchwindigkeiten aber, welche ein Cörper aus verſchiedenen Höhen erlangt, den Quadrat Wurzeln daraus proportional ſind: ſo wird ſich verhalten $\sqrt{15625} : \sqrt{v} = 31250$ zu dem Wege, welchen die Kugel mit ihrer Geſchwindigkeit, ſo aus der Höhe v entſpringt, zurück legt. Dahero dieſer Weg

ſeyn

ſeyn wird $= \frac{31250\, Vv}{V\, 15625} = 250\, Vv.$ tauſendſten Theilchen eines Rheinl. Schues: wenn nehmlich v in eben dergleichen Theilchen ausgedruckt wird. Weil nun $\frac{fgP+bbp}{abp}$ eine bloſſe Zahl giebt, und es hierbey nicht darauf ankommt, was man ſich bey den Buchſtaben a, f, g, b P und p für eines Maaſſes bedienet, ſo hat man nur nöthig k und b, oder den Bruch $\frac{k}{V\, 2b}$ in ſolchen Theilchen auszudrücken; und alsdann wird die Geſchwindigkeit der Kugel in einer Secunde ſo viel tauſendſte Theilchen eines Rheinl. Schuhes, als dieſe Zahl $\frac{250\,(fgP+bbp)}{abp} \cdot \frac{k}{V\, 2b}$ ausweiſet, oder ſo viel Rheinl. Schuhe, als dieſe Zahl $\frac{fgP+bbp}{abp} \cdot \frac{k}{4V\, 2b}$ anzeiget, austragen. Zur Rechnung wird dieſe Form $\left(\frac{fg}{ab} \cdot \frac{P}{p} + \frac{b}{a}\right) \frac{k}{4V\, 2b}$ bequemer ſeyn,

welche

welche, wann der Bruch $\frac{k}{\sqrt{2b}}$ in tauſendſten Theilchen eines Rheinl. Schues ausgedrückt wird, anzeigt, wie viel Rheinl. Schuh die Kugel mit ihrer Geſchwindigkeit in einer Secunde durchzulauffen im Stande iſt. In dem von dem Autore angeführten Exempel iſt nun

$P = 56\frac{3}{16}$ ℔ $\quad$ folglich $\frac{P}{p} = 674\frac{1}{4}$

$p = \frac{1}{12}$ ℔

$a = 71\frac{1}{8}$ Zoll
$f = 62\frac{2}{3}$ Zoll
$g = 52$ Zoll
$h = 66$ Zoll
$k = 17\frac{1}{4}$ Zoll

(Engl.)

$h = 5335$, $k = 1395$ Rheinl. Sch. tauſendl.

Alſo iſt $\frac{fg}{ab} = \frac{62\frac{2}{3} \cdot 52}{71\frac{1}{8} \cdot 66} = \frac{3258\frac{2}{3}}{4694\frac{1}{4}}$

und $\frac{fg}{ab} \cdot \frac{P}{p} = 468,053$

$\frac{h}{a} = 0,928$

$\frac{fg}{ab} \cdot \frac{P}{p} + \frac{h}{a} = 468,981$

Ferner

Ferner iſt $2h = 10670$, und die Rechnung wird folgender Geſtalt durch die Logarithmos vollendet werden:

$$
\begin{array}{rcr}
l\,2h & = & 4,0281644 \\
l\,\sqrt{2h} & = & 2,0140822 \\
l\,4 & = & 0,6020600 \\
\hline
l\,4\sqrt{2h} & = & 2,6161422 \\
\text{von } l\,k & = & 3,1445742 \\
\hline
 & & 0,5284320 \\
\text{Addir. } l\left(\frac{fg}{ab}\cdot\frac{P}{p}+\frac{b}{a}\right) & = & 2,6711544 \\
\hline
 & & 3,1995864
\end{array}
$$

Die gehörige Zahl iſt alſo $=$ 1583, 385

und weiſet, daß die Kugel mit ihrer Geſchwindigkeit in einer Secunde 1583 Rheinl. Schuh durchzulauffen vermögend iſt. Da nun 970 Rheinl. Schuh 1000 Engl. Schuh betragen; ſo macht dieſe Geſchwindigkeit 1632 Engl. Schuh in einer Secunde; welches von der Rechnung des Autoris nur um 9 Schuh differiret, dergleichen Unterſcheid in dieſem Werk nicht zu achten iſt. In der That muß auch die wahre Geſchwindigkeit der Kugel etwas gröſſer ſeyn, als dieſe Rechnung anzeigt; weil die Reſiſtentz der Luft verurſachet, daß das Pendulum nicht ſo hoch aufgehoben wird, als ſolches kraft der eingedrückten Geſchwindigkeit geſchehen müſſte. Wie viel aber

dieſe

dieſe Hinderniße austragen könne, wollen wir hernach unterſuchen, wann wir den Grund dieſer von dem Autore angegebenen Regel um die Geſchwindigkeit der Kugel zu berechnen, werden angezeigt haben.

III. Anmerkung.

Der Beweis der Regel, welche der Autor giebt, um die Geſchwindigkeit der Kugel aus der Würkung des Stoſſes zu berechnen, findet ſich an ſo wenig Orten ausgeführt, daß derſelbe den meiſten Leſern völlig unbekannt ſeyn wird. Derowegen wird nicht undienlich ſeyn, dieſe ſonſt ziemlich dunkle Materie, ſo viel unſer gegenwärtiges Vorhaben verſtattet, zu erläutern. Dieſelbe gehöret nun zu der Lehre von der Veränderung der Bewegung, welche durch den Stoß zweyer an einander ſtoſſenden Cörper verurſachet wird; wovon die Regeln, wann beyde Cörper dergeſtalt gerade auf einander ſtoſſen, daß die Linie, welche auf den Ort, wo ſich dieſelben berühren, perpendicular gezogen wird, durch eines jeden Centrum gravitatis durchgehet, genugſam bekannt, und in den meiſten mechaniſchen Büchern anzutreffen ſind: die Cörper mögen mit einer elaſtiſchen Kraft begabt ſeyn oder nicht. Wo aber dieſer Umſtand nicht ſtatt findet, da läſſt ſich auch durch

dieſe

dieſe bekannten Regeln die Veränderung, ſo bey dem Stoß vorgehet, nicht beſtimmen. In dem gegenwärtigen Fall aber kommt noch dieſes hinzu, daß der eine Cörper, nehmlich das Pendulum, worauf der Stoß geſchieht, nicht frey, ſondern um eine Axe beweglich iſt, welcher Umſtand bey dieſer Unterſuchung inſonderheit in Erwegung gezogen werden muß. Um aber eine jede Veränderung, welche in einem um eine Axe beweglichen Cörper vorgeht, zu beſtimmen; ſo hat man auf das Momentum Inertiæ deſſelben zu ſehen, welches erhalten wird, wann man ein jegliches Theilchen des Cörpers durch das Quadrat ſeiner Diſtantz von der Axe multiplicirt, und alle dieſe Producte zuſammen addirt: da man, wenn der Cörper frey beweglich iſt, ſeine Inertiam oder das Gewicht ſelbſt zu nehmen pflegt. Ferner muß auch bey dieſer Bewegung um eine Axe nicht die darauf würkende Kraft ſelbſt, ſondern derſelben Momentum in Betrachtung gezogen werden, welches entſteht, wenn man die Kraft durch die Perpendicular-Diſtantz ihrer Direction von der Axe multiplicirt. Dieſes Momentum der Kraft durch das obige Momentum inertiæ dividirt, giebt die abſolute Vim acceleratricem der Bewegung um die Axe: und wenn dieſer Bruch durch die Diſtantz eines beliebigen Punkts

M   von

von der Axe multiplicirt wird, ſo kommt die Vis acceleratrix dieſes Punkts heraus. Dahingegen bey einem frey beweglichen Cörper die Kraft durch die Inertiam oder das Gewicht deſſelben dividirt, die Vim acceleratricem zugeben pflegt. Weil nun die Diſtantz des Centri oſcillationis S von der Axe nehmlich DS = f heraus kommt, wenn man alle Theilchen des Penduli durch die Quadrate ihrer Diſtantzen von der Axe multiplicirt, und die Summe aller dieſer Producten, das iſt das Momentum inertiæ, durch das Product des Gewichts des ganzen Penduli P in die Diſtanz des Centri gravitatis von der Axe DQ = g, nehmlich durch Pg dividiret, ſo iſt das Momentum Inertiæ = Pfg, und wird folglich auf dieſe Art leicht gefunden. Man pflegt gemeiniglich in Beſtimmung der Veränderung, welche durch den Stoß zweyer Körper verurſachet wird, nicht auf die Zeit zu ſehen, in welcher dieſelbe hervor gebracht wird, und viele ſcheinen in den Gedanken zu ſtehen, als wenn dieſe Veränderung plötzlich geſchähe, und keine Zeit erfordere. Daß aber dieſe Meynung der Wahrheit entgegen ſey, könnte durch viele Gründe dargethan werden, wann uns nicht der gegenwärtige Fall einen augenſcheinlichen Beweis davon an die Hand gäbe: denn, da die Kugel ziemlich tief in das Holtz des Penduli

duli hinein dringet, ſo wird niemand läugnen können, daß dazu nicht einige Zeit erfordert werde. Inzwiſchen iſt doch dieſe Zeit ſehr kurz, und man kann ſicher annehmen, daß das Pendulum ſeine Stelle nicht merklich verändere, indem der Stoß ſeine Würkung hervor bringt. (*Fig. 5.*) Es ſey alſo D L die natürliche Stelle des Penduli, in welcher ſich daſſelbe befindet, ehe die Kugel dagegen geſchoſſen wird; in derſelben ſey Q das Centrum gravitatis; S das Centrum Oſcillationis, und folglich D Q S L eine Vertical-Linie. Man nenne wie vorher das Gewicht des ganzen Penduli $= P$, die Linien $D L = a$, $D Q = g$, $D S = f$. In dieſer Lage werde eine Kugel, deren Gewicht $= p$, nach der Horizontal-Direction T V gegen dem Pendulo geſchoſſen, dergeſtalt, daß der erſte Stoß im Punkt V geſchehe. Es ſey $D V = b$, und b die Höhe, aus welcher ein Cörper durch den Fall eine der Kugel gleiche Geſchwindigkeit bekommt; dahero wir dieſe Geſchwindigkeit durch $\sqrt{b}$ andeuten, weil $\frac{1}{4}\sqrt{b}$ anzeigt, wie viel Rheinländiſche Schuhe die Kugel in einer Secunde durchlauffen würde, wann die Höhe b in tauſendſten Theilchen eines Rheinl. Schues ausgedruckt wird. Laſſt uns nun ſetzen, daß nach Verfluß einer geringen Zeit $= t$, das Pendulum in die Stelle Dl gebracht worden, und daß die

Kugel ſchon in dem höltzernen Brett biß in u hinein gedrungen. Man nenne den kleinen Bogen $Vv = x$, und die Tiefe $vu = y$; ferner ſey die Geſchwindigkeit, welche des Penduli Punct v ſchon erlanget, $= \sqrt{v}$, und die Geſchwindigkeit der Kugel in u ſey $= \sqrt{u}$. Da nun in der unendlich kleinen Zeit dt, das Punkt des Penduli v durch dx, die Kugel aber durch $dx + dy$ fortrücket; ſo iſt aus den Regeln der Bewegung $dt = \frac{dx}{\sqrt{v}} = \frac{dx + dy}{\sqrt{u}}$. In dieſem Moment wird die Kugel noch etwas tiefer in das Holtz hinein dringen, und weil das Holtz wiederſteht, ſo wird dadurch die Geſchwindigkeit des Penduli vermehrt, die Geſchwindigkeit der Kugel aber vermindert. Es ſey nun V die wiederſtehende Kraft des Holtzes; ſo wird $\frac{V}{p}$ die Vis retardatrix der Kugel ſeyn, dahero entſpringt $du = -\frac{V}{p}(dx + dy)$. Hernach in ſo fern dieſe Kraft V auf das Pendulum würket, ſo wird das Momentum derſelben ſeyn $= Vb$: Da nun das Momentum Inertiæ des Penduli iſt $= Pfg$, ſo wird die Vis acceleratrix des Penduli im Punct v ſeyn $= \frac{Vbb}{Pfg}$, folglich $dv = \frac{Vbb\,dx}{Pfg}$.

Jene

Jene Æquation durch dieſe dividirt gibt $\frac{du}{dv} = \frac{-Pfg(dx+dy)}{pbbdx}$; und weil $\frac{dx+dy}{dx} = \frac{\sqrt{u}}{\sqrt{v}}$ ſo wird $\frac{du}{dv} = \frac{-Pfg\sqrt{u}}{pbb\sqrt{v}}$ oder $\frac{pbbdu}{\sqrt{u}} + \frac{Pfgdv}{\sqrt{v}} = o$, welche Æquation integrirt giebt $pbb\sqrt{u} + Pfg\sqrt{v} = pbb\sqrt{b}$, weil im Anfange des Stoſſes iſt $v = o$ und $u = b$. Da nun die Würkung des Stoſſes völlig aufhöret, wenn die Geſchwindigkeit des Penduli im Punkt v der Geſchwindigkeit der Kugel gleich worden, ſo wird, wenn $\sqrt{s}$ die Geſchwindigkeit des Penduli in v nach vollendetem Stoß andeutet, ſeyn $pbb\sqrt{s} + Pfg\sqrt{s} = pbb\sqrt{b}$ oder $\sqrt{s} = \frac{pbb\sqrt{b}}{Pfg+pbb}$; welche Expresſion mit derjenigen, welche der Autor gegeben, vollkommen übereinkomt, und alſo bißhieher die Richtigkeit ſeiner Regel beweiſet. Weil nun $\sqrt{s}$ die Geſchwindigkeit andeutet, welche dem Pendulo im Punkt V durch den Stoß mitgetheilet wird; ſo wird $\frac{\sqrt{s}}{b} = \frac{pb\sqrt{b}}{Pfg+pbb}$ die Geſchwindigkeit des Schwungs abſolute anzeigen; woraus erhellet, daß der Schwung

ſehr klein ſeyn werde, wenn die Diſtantz DV ſehr klein angenommen wird: hinwiederum aber wird der Schwung ſehr klein, wenn b allzugroß angenommen wird. Hieraus läſſt ſich alſo die Frage auflöſen, in welchem Punkt die Kugel mit ihrer Geſchwindigkeit $\sqrt{b}$ auf das Pendulum ſtoſſen müſſe, damit daſſelbe davon den ſtärkſten Schwung bekomme. Man wird aber finden, daß dieſes geſchehe,

wenn $Pfg = pbb$, oder $b = DV = \sqrt{\frac{Pfg}{p}}$.

Dieſes Punkt V iſt alſo das ſogenannte Centrum Percusſionis, und hieraus erhellet, daß daſſelbe weder das Centrum Gravitatis, noch das Centrum oſcillationis ſey; ſondern auſſer dieſen Punkten noch die Verhältniß zwiſchen dem Gewicht des Penduli, und dem Gewicht der Kugel, erfordere. Wenn alſo das Gewicht der Kugel p in Anſehung des Penduli P ſehr klein iſt, ſo wird das Centrum Percuſſionis ſehr tief hinab fallen. Man hat aber in dem gegenwärtigen Fall nicht nöthig, auf das Centrum percuſſionis zu ſehen, ſondern es iſt vielmehr rathſam, dahin zu trachten, daß der dem Pendulo eingedruckte Schwung nicht allzugroß werde. Da wir aber jetzt die Geſchwindigkeit des Punkts V gefunden; ſo iſt noch übrig zu ſuchen, wie weit dadurch das Pendulum erhoben werden müſſe. Weil man bekannt iſt, daß ein jedes

des Pendulum eben die Bewegung bekommt, als wenn das ganze Gewicht deſſelben in dem Centro oſcillationis vereiniget wäre; ſo müſſen wir hier auf das Centrum oſcillationis ſehen, welches aber, da nunmehro die Kugel im Pendulo ſteckt, etwas verändert wird. Um dieſes zu finden, ſo ſuche man das Momentum inertiæ, welches wegen der Kugel ſeyn wird $= Pfg + pbb$, ſolches dividire man durch $Pg + pb$, ſo kommt die Diſtantz des centri oſcillationis von der Axe $= \frac{Pfg + pbb}{Pg + pb}$; wobey wir die Gröſſe der Kugel aus der Acht laſſen. Wie ſich alſo verhält b zu $\frac{Pfg + pbb}{Pg + pb}$ alſo verhält ſich die Geſchwindigkeit des Puncts V nehmlich $Vs = \frac{pbb\sqrt{b}}{Pfg + pbb}$ zur Geſchwindigkeit des Centri oſcillationis, welche ſeyn wird $= \frac{pb\sqrt{b}}{Pg + bp}$. Dieſes muß alſo im folgenden Schwung durch einen Bogen ſteigen, deſſen ſinus verſus iſt $= \frac{ppbbb}{(Pg + pb)^2}$, und die Sehne $= \frac{pb}{Pg + pb} \sqrt{\frac{2b(Pfg + pbb)}{Pg + pb}}$.

 Daher

Dahero die Sehne des Bogens, welchen das Punkt L beſchreiben wird, ſeyn muß $= \frac{pab\sqrt{2b}}{\sqrt{(Pg+pb)(Pfg+pbb)}}$. Da nun dieſe Sehne durch das Experiment gefunden und $= k$ geſetzt worden iſt, ſo wird $k = \frac{pab\sqrt{2b}}{\sqrt{(Pg+pb)(Pfg+pbb)}}$, und folglich

$$\sqrt{b} = \frac{k\sqrt{(Pg+pb)(Pfg+pbb)}}{pab\sqrt{2}}.$$

Hier bedeutet b, was wir oben v genennet haben, nehmlich die Höhe, aus welcher die Geſchwindigkeit der Kugel durch den Fall erzeuget wird. Weil alſo nach des Autoris Regel heraus gebracht worden $\sqrt{b} = \frac{k(Pfg+pbb)}{pab\sqrt{2b}}$, ſo ſieht man, daß dieſelbe nicht richtig iſt. Der Autor hat ſich darinne verſehen, daß er geglaubt, die Bewegung des Penduli geſchehe eben, als wenn das gantze Gewicht, welches er gefunden, im Punkt V vereinigt wäre, da doch dieſes nur vom Centro oſcillationis gilt. Um alſo die vom Autore gefundene Geſchwindigkeit der Wahrheit gemäß einzurichten, ſo muß man dieſelbe noch durch $\sqrt{\frac{Pgh+pbb}{Pfg+pbb}}$ multipliciren. Dahero wenn b gröſſer iſt als f, ſo findet der Autor

die

die Geſchwindigkeit der Kugel zu klein; zu groß aber, wenn h kleiner als f. Der Unterſcheid wird aber gemeiniglich ſo klein ſeyn, daß man denſelben leicht aus der Acht laſſen kann. Denn da p in Anſehung des P und der Unterſcheid zwiſchen f und h ſehr klein iſt; ſo muß die vom Autore gefundene Geſchwindigkeit noch mit $1+\frac{h-f}{2f}$ multipliciret werden, welches in ſeinem Exempel $1+\frac{3\frac{1}{3}}{2.\,62\frac{2}{3}} = 1+\frac{5}{188}$ beträgt: folglich müſſen zu der oben gefundenen Geſchwindigkeit von 1632 Engl. Schuen in einer Secunde noch 43 Schuh addirt werden, dahero heraus kommt 1675 Engl. Schuh in einer Secunde; welcher Unterſcheid gleichwohl noch ziemlich merklich iſt.

Weil p in Anſehung des P über die maaſſen klein iſt, ſo wird beynahe ſeyn $\sqrt{(Pg+ph)(Pfg+phh)} = Pg\sqrt{f} + \frac{1}{2}ph\sqrt{f} + \frac{1}{2}phh:\sqrt{f} = \frac{Pfg+\frac{1}{2}ph(f+h)}{\sqrt{f}}$, folglich $\sqrt{h} = \frac{Pgk\sqrt{f}}{pah\sqrt{2}} + \frac{k(f+h)}{2a\sqrt{2f}} = \frac{k}{a}\left(\frac{Pg}{ph}+\frac{f+h}{2f}\right)\sqrt{\frac{f}{2}}$. Man ſetze

alſo die bloſſe Zahl $\frac{k}{a}\left(\frac{Pg}{ph}+\frac{f+h}{2f}\right)=n$, und exprimire f in tauſendſten Theilchen eines Rheinl. Schuhes, ſo wird die Kugel mit der Geſchwindigkeit, womit ſie auf das Pendulum geſtoſſen, in einer Secunde $\frac{n}{4}\sqrt{\frac{f}{2}}$ Rheinl. Schuhe durchlauffen können. Da nun in dem von dem Autore angeführten Exempel iſt:

$k = 17\frac{1}{4}$
$a = 71\frac{1}{8}$ ſo iſt $\frac{k}{a} = 0,24253$

$P = 56\frac{3}{10}$ ℔
$p = \frac{1}{12}$ ℔ ſo iſt $\frac{P}{p} = 674,25$

$g = 52$
$h = 66$ ſo iſt $\frac{g}{h} = 0,788$

$f = 62\frac{2}{3}$ und $\frac{Pg}{ph} = 531,309$

$\frac{f+h}{2f} = 1,032$

$\frac{Pg}{ph}+\frac{f+h}{2f} = 532,341$

folglich $n = 129,109$

und $\frac{n}{4} = 32,277$

ferner

ferner iſt $f = 62\frac{2}{3}$ Zoll, und $\frac{f}{2} = 2532,75$

dahero $\sqrt{\frac{f}{2}} = 50,326$; u. $\frac{n}{4}\sqrt{\frac{f}{2}} = 1624,37$

Alſo würde die Kugel in einer Secunde 1624 Rheinl. Schuh, oder faſt 1675 Engl. Schuh haben zurück legen können. Hierbey wird auch nicht undienlich ſeyn zu unterſuchen, wie weit die Kugel in das Brett hinein dringt. Denn da die wiederſtehende Gewalt des Holtzes V beynahe allenthalben einerley iſt; ſo entſteht aus der Æquation $du = \frac{-V}{p}(dx + dy)$

durch die Integration $u = b - \frac{V}{p}(x + y)$

und alſo $x + y = \frac{p(b-u)}{V}$: die andere Æquation aber $dv = \frac{Vhhdx}{Pfg}$ gibt $v = \frac{Vhhx}{Pfg}$, alſo $x = \frac{Pfgv}{Vhh}$.

Nach geendigtem Stoß aber wird

$$v = u = \frac{p^2 h^4 b}{(Pfg + phh)^2} = s$$

und alſo die Tieffe $vu = y = \frac{pb}{V}$

—

$$-s(Pfg+phh)=\frac{pb}{V}-\frac{p^2 hhb}{V(Pfg+phh)}$$

$$=\frac{Ppbfg}{V(Pfg+phh)}.$$ Hieraus erhellet, daß je gröſſer die Diſtantz DV = angenommen wird, je weniger die Kugel hinein dringe. Eben dieſe Tiefe vu wird auch verringert, je kleiner das Momentum inertiæ des Penduli Pfg iſt. Da nun das Pendulum ſeine gehörige Stärke haben muß; ſo iſt dieſe Verringerung nicht anders in unſerer Gewalt, als daß man das Pendulum ſo lang, und unten ſo leicht mache, als immer möglich iſt, und dann die Kugel gegen das unterſte Ende deſſelben loßſchieſſe. Wenn man dieſes beobachtet, ſo wird man vielleicht ein ſolches Pendulum zu Stande bringen können, wodurch man nicht nur von Piſtolen- und Mußketen-Kugeln, wie der Autor gethan, ſondern auch von Canonen-Kugeln die Geſchwindigkeit zu beſtimmen im Stande ſeyn wird.

IV. Anmerkung.

Die Regel, welche der Autor giebt, um die Geſchwindigkeit einer Kugel aus der Stärke des Stoſſes zu finden, hat alſo nur alsdenn ihre Richtigkeit, wenn die Kugel gegen das Centrum oſcillationis des Penduli geſchoſſen wird: geſchieht aber der

Schuß

Schuß entweder tiefer oder höher, ſo wird im erſtern Fall nach des Autoris Regel die Geſchwindigkeit der Kugel zu klein, im letztern aber zu groß heraus gebracht. Es ſcheinet aber, daß in den meiſten von dem Autore angeſtellten Experimenten der Schuß unter dem Centro oſcillationis geſchehen, und dahero müſſen die von ihm beſtimmten Geſchwindigkeiten zu klein ſeyn. Es kommt aber hier noch ein anderer Umſtand zu betrachten vor, welcher von dem Autore übergangen worden, und gleichfals verurſachet, daß die Geſchwindigkeit gröſſer wird, als die bißherige Rechnung ausweiſet. Dieſer Umſtand iſt die Reſiſtentz der Luft, davon die Würkung darinne beſtehet, daß das Pendulum von dem Stoß nicht ſo weit von ſeiner natürlichen Lage weggetrieben wird, als geſchehen würde, wenn kein Wiederſtand vorhanden wäre. Da nun in der Rechnung angenommen worden, daß das Pendulum nach dem Stoß ſo hoch ſteige, als wenn keine Hinderniß wäre: *Fig.* 5. ſo iſt klar, daß die wahre Länge der Sehne L*l*, aus welcher die Geſchwindigkeit der Kugel beſtimmt werden muß, gröſſer iſt, als das Experiment anzeigt; weswegen folglich auch die Geſchwindigkeit der Kugel um eben ſo viel vermehret werden muß. Ungeachtet aber dieſer Unterſcheid ſehr geringe iſt, indem bey dem erſten Schwung die von der Luft verurſachte

Ver-

Verminderung der Bewegung gemeiniglich nicht ſehr merklich iſt; ſo wollen wir doch dieſe Würkung der Luft einiger maſſen unterſuchen, damit wir völlig verſichert ſeyn können, ob man dieſelbe ohne Fehler aus der Acht laſſen könne oder nicht? Wir wollen zu dieſem Ende die hintere Fläche des Penduli, auf welche die Reſiſtentz der Luft geſchieht, in irgend einer Stelle währendem Aufſteigen betrachten. Es ſey alſo die Geſchwindigkeit, Fig. 7. womit das unterſte Punkt L ſich um die Axe EF bewegt, $= \sqrt{v}$ oder gleich derjenigen Geſchwindigkeit, welche ein Cörper, ſo durch die Höhe v herunter fällt, erlangt; und die Entfernung dieſes unterſten Punkts L von der Axe EF ſey, wie wir ſchon vorher geſetzt, $DL = a$. Man ziehe ferner auf der Fläche dieſes Penduli nach Belieben eine Horizontal-Linie MPM, und nenne $DP = x$; ſo wird die Geſchwindigkeit eines jeglichen Punkts in dieſer Linie ſeyn $\frac{x}{a}\sqrt{v}$; und folglich die Höhe, aus welcher dieſe Geſchwindigkeit erzeuget wird $= \frac{xxv}{aa}$. Der Wiederſtand der Luft gegen dieſe Linie MPM iſt alſo eben ſo groß, als wenn eine Luft-Säule deren Höhe, $= \frac{xxv}{aa}$, darauf druckte.

Wenn

Wenn wir nun die Breite MM $= b$ ſetzen, und die Linie mm unendlich nahe mit Mm parallel ziehen, ſo wird der Raum MmmM $= bdx$, und der Druck, den derſelbe von der Luft ausſteht $= \frac{bv}{aa} x\,x\,dx$. Weil aber hier nicht ſowohl der Druck ſelbſt, als deſſen Moment in Betrachtung kommt, ſo wird das Moment $= \frac{bv}{aa} \cdot x^3 dx$, wovon das Integrale iſt $= \frac{bv}{aa} (\frac{1}{4} x^4 - \frac{1}{4} DO^4)$. Man ſetze alſo DO $= c$, und mache $x = a$, ſo kommt das Momentum der Reſiſtentz, welche die Fläche GHIK empfindet, $= \frac{bv}{4aa} (a^4 - c^4)$. Die Reſiſtentz des ſchmalen Theils DO kann, in Anſehung der gefundenen, theils wegen der kleinen Fläche DO, theils wegen des noch mehr verringerten Moments, aus den Augen geſetzt werden. Das Moment der Reſiſtentz iſt alſo gleich $\frac{b(a^4 - c^4)}{4aa} v$: um dieſes gehörig auszudrücken, ſo rechne man das Gewicht der Luft, welche der Raum $\frac{b(a^4 - c^4)}{4aa}$, oder das

Gewicht

Gewicht des Waſſers, welches den Raum $\frac{b(a^4-c^4)}{3456aa}$ ausfüllet, aus, und ſetze dieſes Gewicht $=$ R, ſo wird das Moment der Reſiſtentz der Luft ſeyn $= Rv$.

Laſſt uns nun ſetzen, das Pendulum ſey in ſeinem Hinaufſteigen in die Stelle Dl gekommen, und der Winkel LDl ſey $= \phi$. Die Geſchwindigkeit des Punkts l ſey wie oben geſetzt worden $= \sqrt{v}$, die Geſchwindigkeit aber des Punkts L im Anfange des Schwungs ſey $= \sqrt{i}$ Wenn ſich nun das Pendulum Dl aus dieſer Stelle noch weiter von DL entfernet; ſo ſtehet ihm ſowohl ſeine Schwehre, als die Reſiſtentz der Luft im Wege: von dieſer iſt das Momentum, wie wir gefunden $= Rv$, wenn nehmlich das Gewicht R auf gemeldte Art beſtimmet worden. Die Schwehre aber des Penduli, welche $=$ P, würkt, als wenn ſie ganz im Centro Gravitatis q concentrirt wäre, und da die Diſtantz Dq $=$ DQ $= g$, ſo wird das Momentum ſeyn $= Pg \sin \phi$. Das Momentum der Materie aber des ganzen Penduli iſt, wie wir oben geſehen $= Pfg$. Dahero die vermindernde Kraft der Bewegung abſolute iſt $= \frac{Pg \sin \phi + Rv}{Pfg}$: im Punkt l

aber

aber wird dieſe Kraft $= \frac{Pag \sin \varphi + Rav}{Pfg}$.
Indem alſo das Punct l durch das Elementum des Bogens Ll, welches iſt $ad\varphi$ fortgeht, ſo wird ſeyn $dv = \frac{-Pa^2gd\varphi \sin \varphi - Ra^2vd\varphi}{Pfg}$

$$= \frac{-a^2d\varphi \sin\varphi}{f} - \frac{Ra^2vd\varphi}{Pfg}$$ oder

$$dv + \frac{Ra^2vd\varphi}{Pfg} = \frac{-a^2d\varphi \sin\varphi}{f}.$$

Um dieſe Æquation integrabel zu machen, ſo multiplicire man dieſelbe durch $e^{Raa\varphi : Pfg}$, wo e die Zahl bedeutet, deren logarithmus hyperbolicus $= 1$. oder man nenne um der Kürze willen $\frac{Ra^2}{Pfg} = m$, und multiplicire mit $e^{m\varphi}$, ſo hat man

$$e^{m\varphi}(dv + mvd\varphi) = \frac{-a^2}{f} e^{m\varphi} d\varphi \sin\varphi$$

wovon das Integrale iſt:

$$e^{m\varphi} v = \frac{-a^2}{f} \int e^{m\varphi} d\varphi \sin\varphi.$$

N Da

Da nun $-\int d\varphi \sin\varphi = \cos\varphi$, ſo iſt

$$-\int e^{m\varphi} d\varphi \sin\varphi = e^{m\varphi} \cos\varphi - m\int e^{m\varphi} d\varphi \cos\varphi$$

Und weil $\int d\varphi \cos\varphi = \sin\varphi$, ſo wird ſeyn:

$$\int e^{m\varphi} d\varphi \cos\varphi = e^{m\varphi} \sin\varphi - m\int e^{m\varphi} d\varphi \sin\varphi,$$

und alſo

$$-\int e^{m\varphi} d\varphi \sin\varphi = e^{m\varphi} (\cos\varphi - m\sin\varphi) + mm\int e^{m\varphi} d\varphi \sin\varphi.$$

Woraus entſpringt:

$$-\int e^{m\varphi} d\varphi \sin\varphi = \frac{e^{m\varphi} (\cos\varphi - m\sin\varphi)}{1 + mm}.$$

Dahero erhalten wir dieſe Æquation:

$$e^{m\varphi} v = \frac{e^{m\varphi} aa(\cos\varphi - m\sin\varphi)}{(1 + mm) f} + \text{Conſt.}$$

Dieſe Conſtans muß aus dem Anfange der Bewegung, welcher bekannt angenommen worden, beſtim̃t werden. Denn, wenn man ſetzt $\varphi = o$, ſo wird $v = i$, und alſo bekom̃t man

$$i = \frac{aa}{(1 + mm) f} + \text{Conſt.}$$

folglich

folglich Conſt. $= i - \frac{aa}{(1+mm)f}$

Derowegen iſt

$$e^{m\phi} v = i - \frac{aa - e^{m\phi} aa(\cos\phi - m\sin\phi).}{(1+mm)f}$$

Wenn wir nun ſetzen, daß Dl die höchſte Stelle anzeige, zu welcher das Pendulum im erſten Schwung gelangen kann, und wo daſſelbe wiederum herunter zu fallen beginnt, ſo wird daſelbſt $v = o$, und alſo:

$$(1+mm)fi = aa - e^{m\phi} aa(\cos\phi - m\sin\phi)$$

Alsdenn aber wird die Sehne des Bogens L$l = k$, als welche durch das Experiment erkannt wird. Dahero iſt $\sin\frac{1}{2}\phi = \frac{k}{2a}$;

$\cos\frac{1}{2}\phi = \sqrt{(1 - \frac{kk}{4aa})}$. und weiter

$\cos\phi = 1 - \frac{kk}{2aa}$, und $\sin\phi = \frac{k}{a}\sqrt{(1 - \frac{kk}{4aa})}$;

folglich $(1+mm) fi = aa - e^{m\phi} aa \left(1 - \frac{kk}{2aa} - \frac{mk}{a}\sqrt{(1 - \frac{kk}{4aa})}\right)$ oder

$(1+mm)fi = aa - e^{m\varphi}\left(aa - \frac{1}{2}kk - \frac{1}{2}mk\right.$
$\left.\sqrt{(4aa-kk)}\right).$

Wenn aber die Reſiſtentz völlig verſchwände, ſo würde $m=o$, und die Sehne L*l* etwas gröſſer, als *k*. Laſſt uns alſo ſetzen, die Sehne werde in dieſem Fall $=s$, ſo kömmt heraus $fi = \frac{ss}{2}$. Solchergeſtalt kan man den unbekannten Buchſtaben *i* aus der Rechnung bringen, da dann kommt:

$$(1+mm)ss = 2aa - e^{m\varphi}\left(2aa - kk - mk\sqrt{(4aa-kk)}\right).$$

aus welcher man die wahre Länge der Sehne *s*, welche ſtatt finden würde, wenn keine Reſiſtentz da wäre, und welche man in der Rechnung ſtatt der obſervirten Sehne *k* gebrauchen muß, finden kann. Denn *a*, *k* und der Bruch $m = \frac{Raa}{Pfg}$ ſind bekannt, und φ iſt der Winkel, deſſen Helfte zum ſinu hat $\frac{k}{2a}$: wenn der ſinus totus $=1$ angenommen wird. Dieſe Rechnung kan aber auf zweyerley Art erleichtert werden. Erſtlich weil die Reſiſtentz ſehr geringe iſt, ſo wird *m* ein ſo kleiner Bruch, daß man für $e^{m\varphi}$ ſetzen kann $1 + m\varphi$

indem

indem die höheren Dignitäten des m ohne Fehler ausgelaſſen werden können. Dahero wird:

$$(1+mm)ss = kk - 2maa\varphi + mkk\varphi + mk\sqrt{(4a^2-k^2)}$$

oder

$$ss = kk - 2maa\varphi + mkk\varphi + mk\sqrt{(4aa-kk)}$$

Zweytens iſt auch gemeiniglich in dergleichen Experimenten der Winkel LDl von wenig Graden, und dahero der ſinus des halben Winkels φ dem Bogen ſelbſt beynahe gleich. Dahero wird

$$\tfrac{1}{2}\varphi = \frac{k}{2a} + \frac{k^3}{48a^3} \text{ und } \varphi = \frac{k}{a} + \frac{k^3}{24a^3}$$

und alſo

$$ss = kk - 2mak - \frac{mk^3}{12a} + \frac{mk^3}{a} + mk\sqrt{(4aa-kk)}$$

Weil aber k in Anſehung des $2a$ ſo ſehr klein, ſo iſt:

$$\sqrt{(4aa-kk)} = 2a - \frac{kk}{4a}, \text{ und folglich}$$

$$ss = kk + \frac{2mk^3}{3a} \text{ oder } s = k + \frac{mkk}{3a}$$

weilen wir die höhern Dignitæten von k ſicher weg laſſen können. In der obbeſchriebenen Rechnung müſſen wir alſo an ſtatt der Sehne k dieſen jetztgefundenen Werth $k + \frac{mkk}{3a}$ gebrauchen; und da die Geſchwindigkeit der

Kugel der Sehne k ſelbſt proportional iſt, ſo erhält man die wahre Geſchwindigkeit der Kugel, wenn man die gefundene Geſchwindigkeit noch mit $1 + \frac{mk}{3a}$ multipliciret, und auf dieſe Art kann man dieſe Correction, ſo oft dieſelbe merklich iſt, leicht anſtellen. Wir wollen die Probe an dem von dem Autore angeführten Exempel machen. Derſelbe beſchreibt zwar nicht, wie groß ſein Brett, welches er auf das Pendulum geſchraubt, geweſen, es ſcheinet aber, daß daſſelbe zum wenigſten 2 Schuh lang, und eben ſo breit geweſen. Da nun die gantze Länge D L $= a =$ $71\frac{1}{8}$ Zoll, ſo wird in Schuhen ſeyn $a = 5,927$: alſo $c = 3,927$, und $b = 2$ Schuh.

Dahero iſt

$$a^4 = 1234,07$$
$$c^4 = 237,82$$
$$a^4 - c^4 = 996,25$$

und

$$b(a^4 - c^4) = 1992,50$$

folglich

$$\frac{b(a^4 - c^4)}{3456aa} = 0,01641$$

Dieſer Raum hält alſo $\frac{1641}{100000}$ Cubiſche Schuh. Da nun ein Cubiſcher Schuh Waſſer ungefehr 70 ℔. wiegt; ſo wird das Gewicht R $= 1,1487$ ℔. Es iſt aber P $= 56,$

187.

187. ℔. und gleichfalls in Schuen $f = 5{,}222$ und $g = 4{,}333$. Dahero wird $m = \frac{Raa}{Pfg}$ $= 0{,}03174$ und da $k = 1{,}4375$ Schuh, ſo bekommt man:

$\frac{mk}{3a} = 0{,}002666$, das iſt bey nahe $\frac{mk}{3a} = \frac{1}{400}$.

Derowegen iſt die durch obige Methode gefundene Geſchwindigkeit um $\frac{1}{400}$ zu klein. Da wir nun gefunden, daß die Kugel in einer Secunde 1675. Engliſche Schuh fort gegangen; ſo trägt dieſe Correction nicht mehr als 4 Schuh aus, dergeſtalt, daß die Kugel in einer Secunde 1679. Schuh hätte lauffen können. Der Autor hat nun für dieſen Fall nur 1641. Schuh gefunden, da doch nach ſeiner eigenen Regel nur 1632. hätten heraus kommen ſollen. Weil aber ſeine Regel ſelbſt unrichtig, ſo war aus dieſem Grunde ſchon dieſe Geſchwindigkeit um 43. Schuh zu klein. Welcher Fehler alſo noch durch die Reſiſtenz der Luft um 4. Schuh vermehret wird; dergeſtalt, daß des Autoris Regel in dieſem Exempel die Geſchwindigkeit der Kugel in einer Secunde um 47. Schuh zu klein angiebt, welcher Unterſcheid nach ſeinen eigenen Gründen allzugroß iſt, als daß man denſelben aus der Acht laſſen könnte. Wir

haben aber allhier die Reſiſtenz noch gewiß zu klein angenommen, und dabey auch nicht auf die Reibung der Axe geſehen, welche auch noch etwas austragen würde: dergeſtalt, daß man ſicher behaupten kann, daß die Kugel, womit das Experiment angeſtellt worden, in einer Secunde zum wenigſten 1680. Engliſche Schuhe durchlauffen haben würde.

IX. Satz.

Die würklichen Geſchwindigkeiten, womit Kugeln von unterſchiedener Art aus Schieß-Gewehren getrieben werden, mit der Theorie zu vergleichen.

Wie man die Geſchwindigkeit, mit welcher eine Kugel würklich fortgetrieben wird, durch die Erfahrung beſtimmen ſoll, iſt in dem vorigen Satz weitläuftig erkläret worden: und wie man die Geſchwindigkeit aus der Kraft des Pulvers, und der Beſchaffenheit des Gewehres, nach unſerer Theorie ausrechnen ſoll, ſolches iſt in dem ſechſten Satz gleichfalls vollſtändig gewieſen worden. Dahero wollen wir hier dieſe beyden Geſchwindigkeiten, welche die Theorie und die Experienz anzeigt,

anzeigt, gegen einander halten, und dadurch darthun, wie genau die Theorie, mit den würcklichen Bewegungen der Kugeln übereinſtimme, ungeachtet dieſelbe auf ſolche Sätze gegründet worden, welche mit dieſen Experimenten keinesweges verknüpft ſind.

Die erſten Experimente, welche ich hier beſchreiben werde, ſind mit einem Lauf, ſo mit demjenigen, welcher in dem Exempel des 6ten Satzes gebraucht worden, einerley Ausmeſſungen hatte, angeſtellet worden. Die Kugel hielte $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter, die Länge des gantzen Laufs war 45 Zoll, und die Pulver-Kammer $2\frac{5}{8}$ Zoll lang; welche, da der Lauf im Diameter ungefehr um $\frac{1}{40}$ weiter war, als der Diameter der Kugel, accurat 12 Drachmas Pulver einſchlieſſen konnte.

Das Gewicht der Kugel, ſo gebraucht worden, war $\frac{1}{12}$ ℔. Avoir du poise, und folglich einerley mit dem Exempel des ſiebenden Satzes; das Brett am Pendulo aber war in gegenwärtigem Fall um 4. ℔. leichter, als in gemeldtem Exempel. Aus dieſen Umſtänden läßt ſich nun erſtlich nach der Theorie die Geſchwindigkeit der Kugel, und aus dieſer ferner die Sehne L *l* des Bogens, welchen das Pendulum nach dem Stoß beſchreiben muß, ausrechnen: welcher, wenn die Theorie richtig iſt, mit der Länge, ſo das

Band im Experiment anzeigt, völlig einerley ſeyn muß. Wie genau aber dieſe Uebereinſtimmung in unſern Experimenten eintreffe, erhellet aus folgender Tabelle.

Nro.	Gewicht des Pulvers in Trachm.	Sehne des beſchriebenen Bogens auf dem Band gemeſſen.	Eben dieſelbe nach der Theorie.	Fehler der Theorie.
1	12	18, 7	19, 0	+,3
2	12	19, 6	19, 0	—,6
3	6	13, 6	13, 4	—,2

Die nächſtfolgenden Experimente ſind mit eben dieſem Lauf angeſtellt worden: allein das Bret am Pendulo war jetzt etwas ſchwehrer, als in dem Exempel des 7ten Satzes. Hier iſt auch nicht immer der gantze Raum hinter der Kugel mit Pulver angefüllet worden. Dahero in der folgenden Tabelle die Länge des Raums hinter der Kugel AF (Fig. 1.) beſonders bemercket wird:

No.	Raum hinter der Kugel AF in (Fig. 1.) Zoll.	Gewicht des Pulvers in Drachm.	Sehne des Bogens auſ dem Band gemeſſen. Zoll.	Eben dieſelbe ſollte nach der Theorie ſeyn. Zoll.	Fehler der Theorie. Zoll.
4	2 $\frac{5}{8}$	6	11, 9	12, 1	+, 2
5	2 $\frac{5}{8}$	6	12, 2	12, 1	—, 1
6	1 $\frac{1}{4}$	6	13, 2	13, 6	+, 4
7	1 $\frac{1}{4}$	6	13, 9	13, 6	—, 3
8	2 $\frac{5}{8}$	12	16, 7	17, 2	+, 5
9	2 $\frac{5}{8}$	12	17, 5	17, 2	—, 3
10	2 $\frac{5}{8}$	12	16, 9	16, 8	—, 1
11	2 $\frac{5}{8}$	12	17, 0	16, 8	—, 2
12	2 $\frac{5}{8}$	6	11, 7	11, 5	—, 2
13	2 $\frac{5}{8}$	6	11, 1	11, 5	+, 4
14	2 $\frac{5}{8}$	12	16, 7	16, 3	—, 4

Die letzten fünf aus der Theorie entſprungenen Zahlen ſind wegen der vielen Kugeln, welche ſchon im Bret ſteckten, corrigiret worden; deren Gewicht, weil inzwiſchen viele andere Experimente angeſtellt worden, ſchon über 2 ℔ angewachſen war. Um dieſer Urſache willen, da das Gewicht des Penduli vermehret worden; ſo muß die Weite des durch den Stoß verurſachten Schwungs nach Proportion vermindert werden.

Die

Die folgenden Experimente ſind mit einem andern Lauf, der mit dem vorigen einerley Caliber hatte, aber nur 12, 375 Zoll lang war, angeſtellt worden. Um nun dieſen von dem vorigen zu unterſcheiden, ſo wollen wir die Experimente, ſo mit dem erſten Lauf angeſtellt worden, mit dem Buchſtaben A, diejenigen aber, wo wir dieſen kürtzern gebraucht, mit dem Buchſtaben C bezeichnen. Das Bret, ſo auf das Pendulum geſchraubt worden, war anfänglich etwas leichter, als dasjenige, welches bey dem Exempel des ſiebenen Satzes gebraucht und beſchrieben worden.

No.		Raum AF (fig. 1.) Zoll.	Gewicht des Pulvers. Drachm.	Sehne des Bogens auf dem Band. Zoll.	Eben dieſelbe nach der Theorie. Zoll.	Fehler der Theorie. Zoll.
15	C	2 $\frac{5}{8}$	12	12, 7	12, 8	+, 1
16	C	2 $\frac{5}{8}$	12	12, 6	12, 8	+, 2
17	C	2 $\frac{5}{8}$	12	12, 4	12, 8	+, 4
18	A	2 $\frac{5}{8}$	12	17, 0	17, 3	+, 3
19	A	2 $\frac{5}{8}$	12	17, 2	17, 2	0
20	A	2 $\frac{5}{8}$	12	17, 1	17, 2	+, 1
21	A	2 $\frac{5}{8}$	12	17, 2	17, 2	, 0
22	A	2 $\frac{5}{8}$	6	12, 4	12, 2	−, 2

In einigen von den folgenden Verſuchen iſt ein dritter Lauf gebraucht worden, deſſen Caliber

mit

mit den beyden vorigen einerley, die Länge aber nur 24, 312 Zoll war. Dieſen Lauf wollen wir mit dem Buchſtabe B von den andern unterſcheiden. Das Brett, ſo auf das Pendulum befeſtiget worden, war anfänglich nur um etwas wenigs ſchwerer, als das in dem ſiebenten Satz. Weil nun daſſelbe durch die vielen Verſuche merklich am Gewicht zugenommen; ſo habe ich auch die aus der Theorie entſprungenen Zahlen gehöriger maſſen vermindert.

No.		Raum hinter der Kugel AF (Fig. I.) Zoll.	Gewicht des Pulvers. Drachm.	Sehne des Bogens auf dem Band gemeſſen. Zoll.	Eben dieſelbe nach der Theorie. Zoll.	Fehler der Theorie. Zoll.
23	A	2 ⅝	12	17, 1	17, 2	+, 1
24	A	2 ⅝	9	15, 2	15, 0	—, 2
25	A	2 ⅝	9	15, 4	15, 0	—, 4
26	C	2 ⅝	12	11, 5	12, 8	+1,3
27	C	2 ⅝	12	11, 5	12, 8	+1,3
28	C	2 ⅝	6	8, 7	9	+, 3
29	C	2 ⅝	12	12, 3	12, 5	+, 2
30	B	2 ⅝	12	14, 4	14, 4	0
31	B	2 ⅝	12	14, 4	14, 4	0
32	B	2 ⅝	6	10, 3	10, 5	+, 2
33	A	1 ¾	8	14, 7	14, 5	—, 2
34	A	4	12	15, 7	15, 3	—, 4

Der

Der Fehler in dem 26 und 27ſten Experiment, als welcher viel gröſſer iſt, als bey irgend einem andern Experiment, ſo ich angeſtellt, kommt, wie ich muthmaße, von einem Verſehen in der Abwägung des Pulvers her, oder weil der Lauf, (welcher in der That vorher an einem feuchten Ort gelegen) etwas dampfig angelaufen war; welcher Umſtand, wie ich durch die Erfahrung befunden, der Gewalt des Pulvers ſehr merklich Abbruch thut.

Die folgenden Experimente ſind mit einem weit ſchwehrern Pendulo gemacht worden. Das Gewicht deſſelben war 97 ℔, ſein Centrum Gravitatis war 55, 625. Zoll von der Axe entfernet, und 200 kleine Schwingungen deſſelben geſchahen in einer Zeit von 265 $\frac{1}{4}$ Secunden: Dahero das Centrum Oscillationis von der Axe 63, 9. Zoll entfernet geweſen ſeyn muß. Ueber dieſes iſt auch bißweilen ein anderer Lauf, ſo nur 7, 06 Zoll lang war, und im Caliber 0, 83 hielt, gebraucht worden, in welchen die Kugel ſo gedrang hinein gieng, daß kein Spielraum übrig blieb, das Gewicht der Kugel war 33 $\frac{1}{2}$ Drachm. Dieſer Lauf ſoll mit dem Buchſtaben D angedeutet werden.

Nro.

No.		Raum hinter der Kugel. Zoll.	Gewicht des Pulvers. Drachm.	Sehne auf dem Band gemeſſen. Zoll.	Eben dieſelbe nach der Theorie. Zoll.	Fehler der Theorie. Zoll.
35	A	2 $\frac{5}{8}$	12	9, 2	9, 2	0
36	A	2 $\frac{5}{8}$	12	9, 5	9, 2	—, 3
37	A	5 $\frac{1}{4}$	24	11, 7	11, 3	—, 4
38	A	7 $\frac{7}{8}$	36	13, 2	12, 6	—, 6
39	A	2 $\frac{5}{8}$	12	9, 3	9, 1	—, 2
40	A	1 $\frac{3}{4}$	8	7, 6	8, 1	+, 5
41	C	2 $\frac{5}{8}$	12	6, 1	6, 6	+, 5
42	C	2 $\frac{5}{8}$	12	6, 5	6, 6	+, 1
43	B	2 $\frac{5}{8}$	12	8, 0	8, 2	+, 2
44	B	2 $\frac{5}{8}$	12	8, 3	8, 2	—, 1
45	A	2 $\frac{5}{8}$	12	9, 5	9, 1	—, 4
46	A	2 $\frac{5}{8}$	12	9, 1	9, 1	, 0
47	A	2 $\frac{5}{8}$	6	7, 2	6, 5	—, 7
48	A	2 $\frac{5}{8}$	6	6, 7	6, 5	—, 2
49	C	2 $\frac{5}{8}$	12	6, 8	6, 7	—, 1
50	C	2 $\frac{5}{8}$	12	7, 5	6, 7	—, 8
51	C	2 $\frac{5}{8}$	6	4, 7	4, 8	+, 1
52	C	2 $\frac{5}{8}$	6	5, 0	4, 8	—, 2
53	D	2 $\frac{1}{4}$	12	7, 0	7, 2	+, 2
54	D	2 $\frac{5}{8}$	12	7, 1	6, 8	—, 3
55	D	2 $\frac{5}{8}$	6	4, 7	4, 8	+, 1
56	D	2 $\frac{5}{8}$	6	4, 8	4, 8	, 0

57	A	2 $\frac{1}{10}$	6	6, 4	6, 5	+, 1
58	A	2 $\frac{1}{10}$	6	6, 4	6, 5	+, 1
59	A	2 $\frac{1}{10}$	6	6, 6	6, 5	–, 1
60	A	2 $\frac{1}{10}$	6	6, 7	6, 5	–, 2
61	A	2 $\frac{1}{10}$	12	9, 0	9, 1	+, 1

Der Fehler in dem 50ſten Experiment, ſo in dieſer Reihe der gröſte iſt, wurde ohne Zweifel von dem Wind verurſachet: denn das 49ſte, welches unmittelbar vorher auf eben die Art und mit einer gleichen Menge Pulver angeſtellt worden, weichet nur ſehr wenig von der Theorie ab. Der Ueberſchuß bey dem 38ten Experiment über die Theorie kam zum Theil von dem Stoß der Flamme gegen das Pendulum her, welcher Umſtand bey dieſer ſtarken Ladung deutlich bemerkt werden konnte.

Dieſe Theorie wird auch ferner durch ſolche Experimente, wo ſehr wenig Pulver zur Ladung genommen worden, bekräftiget. Wir haben bißher angenommen, daß das Pulver, wenn es ſich entzündet, mit einem biß zur weiſſen Hitze geglüeten Eiſen, einerley Grad der Hitz bekomme. Wir haben aber auch bemerket, daß bey einer kleinen Quantität Pulver die Hitze geringer ſeyn müße: folglich wird in dieſen Fällen die Kraft des Pulvers kleiner, als die vorige Regel anzeigt.

Dieſen

Dieſen Abgang der Gewalt bey kleinen Ladungen haben wir auch würklich in vielen Experimenten wahrgenommen. Laßt uns zu dieſem Ende hier das Exempel des 7ten Satzes erwegen, wo nach der Theorie die Geſchwindigkeit der Kugel beyläufig 1670 Schuh in einer Secunde ſeyn ſollte, und eben dieſe Geſchwindigkeit wird auch durch die Experimente, wenn man zwiſchen den gefundenen Zahlen ein Mittel nimmt, heraus gebracht. Wenn man nun eben dieſen Lauf, und eben denſelben Platz der Kugel darinn beybehält, anſtatt aber 12 Drachm. Pulver, ſo viel nehmlich an gemeldetem Orte genommen worden, nur eine Drachmam ladet; ſo folget aus den daſelbſt angenommenen Grund-Sätzen, daß, wenn die Elaſticitæt in der kleinern Ladung nach Proportion eben ſo groß wäre, als in der gröſſern, alsdenn die Geſchwindigkeit der Kugel, welche mit der kleinern Ladung geſchoſſen wird, ſich zu der Geſchwindigkeit, welche durch die gröſſere Ladung hervor gebracht wird, verhalten müßte, wie die Quadrat-Wurtzeln aus der Quantität des Pulvers in den beyden Ladungen, das iſt, wie 1 zu $\sqrt{12}$. Da nun die Geſchwindigkeit, welche 12 Drachm. geben, iſt 1670 Schuh in 1″; ſo müßte die Geſchwindigkeit, welche nur durch 1 Drachm. hervorgebracht

wird, ungefehr 482 Schuh in 1″ betragen. Ich habe aber durch öffters wiederholte Verſuche, welche alle ſehr wenig von einander unterſchieden waren, befunden, daß die würckliche Geſchwindigkeit, welche die Kugel in dieſem Fall mit der Ladung von 1 Dr. bekommt, ſich kaum auf 400 Schuh in 1″ belaufe. Woraus klar iſt, daß die Ausdehnungs-Kraft von einer Dr. Pulver, wenn dieſelbe Feuer fängt, kleiner iſt, als in unſerer Theorie angenommen worden.

Gleichergeſtalt, wenn in eben dieſem Exempel 3 Dr. Pulver geladen werden, ſo habe ich durch viele Experimente die würkliche Geſchwindigkeit der Kugel nicht gröſſer, als 720 biß 740 Schuh in 1″ befunden; da dieſelbe doch nach der Theorie, wenn aus 3 Dr. Pulver eine eben ſo ſtarke Elaſticitæt erzeuget würde, als aus 12. Dr. in einer Secunde 835 Schuh ſeyn müßte. Hieraus folget alſo, daß bey der Entzündung von 3 Dr. Pulver die Elaſticitæt, und folglich auch die Hitze geringer ſeyn müße, als wenn 12 Dr. angezündet werden, wie die Theorie erfordert.

Dieſe geringeren Grade der Elaſticität des Pulvers, wenn wenig zugleich entzündet wird, verhalten ſich zu demjenigen Grad, welchen wir für gröſſere Quantitäten oben feſt geſetzet, wie die Quadrata der Geſchwindigkeiten, welche der Kugel in eben demſelben Lauf eingedruckt

drückt werden. Hieraus folget, daß die Elaſticität bey der Entzündung einer Drachm. ſich zur Elaſticität bey der Entzündung 12 Drach. unter einerley Umſtänden verhalte, wie 2 zu 3: und daß die Elaſticität bey der Entzündung 3 Drach. ſich zur Elaſticität bey der Entzündung 12 Drach. verhalte, bey nahe wie 3 zu 4; wenn man nehmlich annimmt, daß dieſe geringern Elaſticitäten auch gleichförmig in allen Theilen der Ausdehnung abnehmen. Allein, dieſer Umſtand findet hier nach aller Wahrſcheinlichkeit nicht ſtatt. Denn da das Abnehmen der Elaſticität von der Verminderung der Hitze herkommt, ſo ſcheinet der Wahrheit vielmehr gemäß zu ſeyn, daß in der Entzündung geringerer Quantitæten, die Hitze nicht nur anfänglich kleiner iſt, ſondern auch gleichfalls hernach immer mehr abnimmt, indem die Kugel durch den Lauf fort getrieben wird, und daß folglich dieſer von der Hitze verurſachte Zuwachs der Elaſticitæt um ſo vielmehr abnehme, je länger die Würckung des Pulvers auf die Kugel dauret; welcher Umſtand nicht Platz findet, wenn die Quantitæt Pulver nach dem Lauf, durch welchen daſſelbe ſeine Gewalt ausübet, wohl proportionirt wird.

Zuſatz.

Solcher Geſtalt haben wir alſo unſere Theorie durch die deutlichſten Proben beſtätiget, welche in der Uebereinſtimmung mit einer zahlreichen Menge von Experimenten, ſo unter allen verſchiedenen Umſtänden, welche die Natur der Sache darreicht, angeſtellt worden, beſtehen. Hierbey iſt nun noch nöthig zu erinnern, daß dieſe Experimente meiſtentheils gemacht und aufgezeichnet worden ſind, ehe wir einige von den Rechnungen, wodurch dieſelben mit der Theorie verglichen worden, angeſtellt haben: ob ich gleich ſchon vorher von der Wahrheit dieſer Theorie, ſo wie dieſelbe hier vorgetragen, überzeuget geweſen, ehe ich dieſe Verſuche unternommen.

Die Verſchiedenheit dieſer Experimente, und die ſo genaue Uebereinſtimmung derſelben mit der Theorie, laſſen uns alſo an der Gewißheit derſelben im geringſten nicht mehr zweifeln. Denn wir haben die Würckung des entzündeten Pulvers ſo wohl auf Kugeln von verſchiedenem Gewicht, als in Läufen von verſchiedener Länge, nehmlich von 7 Zoll biß 45 Zoll unterſuchet. Wir haben auch die Ladung des Pulvers am Gewicht von 6. Drachm. biß auf 36 Drachm. verändert, und haben auch dieſelben auf verſchiedene Art angebracht, dergeſtalt, daß dieſelbe bißweilen

den

den gantzen Raum hinter der Kugel angefül⸗ let, bißweilen aber nur einen Theil dieſes Raums eingenommeu. Und wir haben bey allen dieſen verſchiedenen Umſtänden befun⸗ den, daß unſere Theorie immer die wahre Geſchwindigkeit, mit welcher die Kugel heraus getrieben worden, angezeiget hat. Wenn auch, wie bey ſehr kleinen Ladungen geſchieht, einige Ausnahme von der allgemeinen Regel, welche wir feſt geſetzet, gemacht werden muß; ſo war dieſelbe immer ſo beſchaffen, wie ſol⸗ ches die Theorie erforderte. Dieſe Theo- rie, welche ſo genau mit der Erfahrung in ſo verſchiedenen Verſuchen übereinſtimmt, muß alſo nothwendig auf die wahre und eigentli⸗ che Beſtimmung der Gewalt und Würkung des Pulvers gegründet ſeyn; weil ſonſten keine ſolche genaue Uebereinſtimmung Platz haben könnte.

In dieſer Theorie, wie dieſelbe hier feſt geſetzet worden, wird nun behauptet, daß unge⸗ fehr $\frac{3}{10}$ von der Materie des Pulvers durch die plötzliche Entzündung in eine fortdaurende ſubtile und flüßige Materie verwandelt wer⸗ de, deren Elaſticität in Anſehung ihrer Hitze und Dichte mit der Elaſticität der Luft unter gleichen Umſtänden einerley ſey. Es wird fer⸗ ner angenommen, daß die ganze Gewalt, wel⸗ che das Pulver in ſeinen heftigſten Würkun⸗ gen ausübet, in nichts anders, als in der Aus⸗

dehnungs-Kraft dieſer ſubtilen erzeugten Materie beſtehe: und dieſe Grundſätze ſetzen uns, wie wir geſehen haben, in Stand, die Geſchwindigkeit der Kugeln, welche aus aller Gattung Feuer-Röhren geſchoſſen werden, zu beſtimmen, und ſind in allen Begebenheiten, wo es auf die Beſtimmung der Gewalt des Pulvers ankömmt, völlig hinreichend. Ob aber dieſe ſubtile flüßige Materie, welche aus der Entzündung des Pulvers entſteht, eine wahre und würckliche Luft, oder ein ſonderbares Weſen ſey, wollen wir hier nicht ausmachen; weil dieſe Frage mit unſerem gegenwärtigen Vorhaben auf keinerley Art in einiger Verknüpfung ſteht.

Aus dieſer Theorie können nun viel Schlüſſe von der gröſten Wichtigkeit in dem Practiſchen Theil der Artillerie hergeleitet werden. Hieraus läßt ſich nehmlich die Dicke eines Stückes, damit daſſelbe um die Gewalt des Pulvers auszuhalten die gehörige Stärcke beſitze, leicht beſtimmen, indem die Kraft des Pulvers leicht bekannt iſt. Ferner erhellet hieraus auch, wie wenig die Vorſchläge einiger neuern Scribenten gegründet ſeyn, welche vermeynet durch beſondere Formen der Pulver-Kammer in Stücken und Mörſern einen gröſſeren Vortheil zu ziehen; denn alle ihre Anſchläge beruhen in dieſem Stück auf gantz unrichtigen Begriffen, welche ſie von

der Würckung des entzündeten Pulvers hegeten. Wir lernen auch aus dieſer Theorie, daß es nöthig ſey, hinter der Kugel einen gleich groſſen Raum in der Canone zu laſſen, wenn durch einerley Ladung die Kugel mit einerley Geſchwindigkeit heraus getrieben werden ſolle; indem aus unſeren Gründen erhellet, daß eben dieſelbe Quantität Pulver einen gröſſern oder kleinern Grad der Krafft bekomme, nachdem der Raum, worein daſſelbe eingeſchloſſen wird, kleiner oder gröſſer iſt. Der Hand-Griff, deſſen ich mich, um hierinne zu einer Gewißheit zu gelangen bedienet, war, daß ich an den Setzkolben einige Zeichen gemacht; und dieſes iſt ein Vortheil, welcher nicht aus der Acht zu laſſen, wenn die Canone unter einer Elevation abgefeuert wird, welches inſonderheit bey denjenigen Schüſſen zu mercken iſt, welche von den Franzoſen Batteries a Ricochet genennt werden.

Aus der fortdaurenden Würkung des Pulvers, und der Art der Ausdehnung, wie dieſelbe in der Theorie beſchrieben iſt, nebſt der Länge des Stückes, kann einer von den fürnehmſten Umſtänden, welche zu einer guten Anlage der Artillerie erfordert werden, in ſein völliges Licht geſetzet werden. Alle Practici kommen darinn überein, daß man keinen gewiſſen Schuß thun könne, wann das Stück nicht auf einem feſten Grund und Boden ſteht.

 Denn

denn wenn ſich der Boden durch die erſte Gewalt des Pulvers erſchüttern läßt; ſo muß das Stück nothwendig in ſeiner Richtung verrücket, und folglich der Schuß ungewiß werden. Dieſem Uebel vorzubeugen, ſo pflegt man gemeiniglich den Grund, worauf die Canone ruhet, rückwärts auf eine ziemliche Tiefe ſehr feſt zu machen, ſo, daß das Stück nicht nur im erſten Anfang der Bewegung, ſondern auch in währendem Zurückſtoſſen, meiſtentheils immer unverrückt bleibe. Es iſt aber genugſam klar, daß wenn die Kugel einmal aus dem Stücke heraus gefahren, ihre Bewegung nicht weiter durch die Erſchütterung deſſelben oder des Grundes verrücket werden könne. Durch eine leichte Rechnung aber findet man, daß die Kugel aus einem Stück, welches 10 Schuh lang, und mit einer Ladung von 16 ℔ Pulver eine 24 Pfündige Kugel ſchieſſet, völlig heraus getrieben wird, ehe das Stück um einen halben Zoll zurück tritt. Dahero, wenn der Grund nur bey dem Anfang des Zurückſtoſſens des Stückes, eine genugſame Feſtigkeit hat, ſo iſt es gleich viel, ob der übrige Theil des Grunds die gehörige Feſtigkeit habe oder nicht: indem die Erſchütterung, ſo daſſelbige, nachdem es durch den erſten ½ Zoll zurück gegangen, bekommen möchte, keinen weitern Einfluß auf die Bewegung der Kugel haben kann. Hieraus wird man alſo leicht eine

weit

weit bequemere und vortheilhaftere Art, den Grund der Batterien zu befeſtigen, ausfündig machen, und alle überflüßige Arbeit vermeiden können.

Aus dieſer Theorie erhellet auch, wie gröblich diejenigen Autores gefehlet haben, welche die Gewalt des Pulvers, oder doch zum wenigſten einen merklichen Theil derſelben, bloß allein der Würkung der Luft, welche theils in den Pulver-Körnern, theils in den Zwiſchen-Räumchen befindlich iſt, haben zuſchreiben wollen. Dieſelben vermeynten, ob ſie ſich gleich ziemlich undeutlich hierüber erkläret hatten, daß ſich dieſe Luft in ihrem natürlichen Zuſtande der Elaſticitæt befände, und den Zuwachs der Kraft bloß allein von der Hitze bey der Entzündung erhalte. Allein, aus demjenigen, was wir oben in dem fünften Satz über die Vermehrung der Elaſticitæt der Luft, welche durch die Hitze verurſachet wird, durch die Erfahrung dargethan haben, können wir ſicher ſchlieſſen, daß die Hitze der Entzündung die Elaſticitæt der Luft nicht über fünfmal vermehren könne: folglich kann die aus dieſem Grund entſtehende Kraft nicht mehr, als den 200ſten Theil der würklichen Kraft, ſo das Pulver ausübet, betragen.

Nachdem wir alſo den Beweis unſerer Theorie überhaupt zu Ende gebracht haben; ſo wollen wir zur Unterſuchung einiger anderen be-

beſonderen Umſtände hierüber fortſchreiten, welche, ob ſie gleich aus den hier ausgeführten Grund-Sätzen gantz natürlich folgen, und leicht erkläret werden können, dennoch wegen ihrer Neuigkeit, und ſonderbaren Beſchaffenheit eine umſtändlichere Erläuterung verdienen.

I. Anmerkung.

In dieſem Satz hält der Autor die nach ſeiner Theorie berechnete Geſchwindigkeit der Kugel, und diejenige, welche die im vorigen Satz beſchriebene Maſchine zu erkennen giebt, gegen einander, und findet durchgehends eine ſo genaue Uebereinſtimmung, dergleichen man von einer falſchen Theorie kaum erwarten könnte. Um nun hierüber eine fleißigere Unterſuchung anzuſtellen, ſo wollen wir erſtlich die zu dieſem Ende gemachten Verſuche, und die daraus hergeleiteten Schlüſſe nach demjenigen, was wir bey dem vorigen Satz angemerket haben, in Erwegung ziehen. Wir haben aber daſelbſt gewieſen, daß die von dem Autore gebrauchte Regel, um aus der vermittelſt des Bandes gemeſſenen Länge der Sehne Fig. 5. L *l* die Geſchwindigkeit der Kugel zu beſtimmen, unrichtig, und nur in dieſem Fall der Wahrheit gemäß ſey, wenn die Kugel gegen das Centrum Oscillationis des Penduli ſelbſt geſchoſ-

ſchoſſen wird. Denn wenn man das Gewicht des Penduli durch P, das Gewicht der Kugel durch p, ausdruckt; und ſetzet die Länge des gantzen Penduli von der Axe biß z m Band, DL $= a$, die Entfernung des Centri Gravitatis von der Axe DQ $= g$, die Entfernung des Centri Oscillationis von der Axe DS $= f$. Die Entfernung des Puncts V, wo die Kugel anſtößt, von der Axe, DV $= h$, und endlich die Länge der Sehne, welche nach dem Stoß das Band anzeiget L$l = k$, ſo wird nach des Autoris Regel die Geſchwindigkeit der Kugel durch diese Formul $\frac{k}{a}\left(\frac{Pg}{ph} + \frac{h}{f}\right)\frac{f}{\sqrt{2h}}$ (p.172)

ausgedruckt, in der That aber ſollte an ſtatt derſelben dieſe geſetzt werden (p.185)

$$\frac{k}{a}\left(\frac{Pg}{ph} + \frac{f+h}{2f}\right)\sqrt{\frac{f}{2}},$$ als welche

wir oben für den Fall, da p gegen P ſehr klein iſt, heraus gebracht haben. In beyden iſt zwar nicht auf den Wiederſtand der Luft geſehen worden, wir können aber denſelben, indem er nur etliche wenige Schuh austrägt, ſicher aus den Augen ſetzen. Allein, die Unrichtigkeit der vom Autore gebrauchten Regel kann öffters einen merklichen Unterſcheid in der Gröſſe der Geſchwindigkeit der Kugel verurſachen;

urſachen; wie bey dem vorher berechneten Exempel geſchehen, da die vom Autore gefundene Geſchwindigkeit aus dieſem Grunde um 43 Schuh zu klein heraus gekommen, welches ungefehr den 40ſten Theil der ganzen Geſchwindigkeit austrägt. Dieſer Unterſcheid kommt daher, daß in dieſem Verſuche die Kugel unter dem Centro Oscillationis S gegen das Pendulum geſchoſſen werden, und je gröſſer die Diſtanz zwiſchen dem Centro Oscillationis und dem Punct V, wo die Kugel anſtößt, iſt, um ſo viel mehr wird auch die nach des Autoris Regel angeſtellte Rechnung von der Wahrheit abweichen. Weilen in beyden Formuln die Quantitäten $\frac{h}{f}$ und $\frac{f+h}{2f}$ in Anſehung der erſtern Quantität $\frac{Pg}{ph}$ ſehr klein ſind; ſo wird ſich faſt immer die nach des Autoris Regel gefundene Geſchwindigkeit zu der wahren verhalten, wie $\sqrt{f}$ zu $\sqrt{h}$. Je mehr alſo h von f unterſchieden iſt, je gröſſer wird auch der Fehler ſeyn. Da nun der Autor, wie aus ſeinen Experimenten erhellet, ziemlich viel Kugeln gegen ein Bret geſchoſſen, und doch nimmer zwey an einerley Stelle haben anſtoſſen können; ſo iſt klar, daß der Unter-

ſcheid

ſcheid zwiſchen f und b bald gröſſer bald kleiner geweſen. In dem gegenwärtigen Fall war $f = 62\frac{2}{3}$ Zoll, und die gantze Länge des Penduli $71\frac{1}{8}$ Zoll. Wenn alſo bey einem Experiment, wie leicht zu vermuthen, die Diſtanz D V $= b$ geweſen wäre 69 Zoll, ſo würde ſich die vom Autore gefundene Geſchwindigkeit zur wahren verhalten haben, wie $\sqrt{62\frac{2}{3}}$ zu $\sqrt{69}$ das iſt bey nahe 20 zu 21, und würde alſo der Fehler den zwanzigſten Theil austragen, um welchen die gefundene Geſchwindigkeit zu klein ſeyn würde. Wenn das Centrum Gravitatis ungefehr mitten ins Brett gefallen wäre, da daſſelbe von der Axe 52 Zoll weit entfernet geweſen, ſo wäre zu vermuthen, daß auch bißweilen Kugeln gegen daſſelbe und auch noch höher, als etwa nur 45 Zoll weit von der Axe geſchoſſen worden. In dieſen Fällen würde die vom Autore gefundene Geſchwindigkeit der Kugel zu groß ſeyn, und wenn die Diſtanz D V nur $= 45$ Zoll wäre, ſo müßte ſich die gerechnete Geſchwindigkeit zur wahren verhalten, wie $\sqrt{62\frac{2}{3}}$ zu $\sqrt{45}$ das iſt, wie 13 zu 11. Dahero würde dieſelbe mehr als um den ſechſten Theil zu groß ſeyn. Weil nun in allen dieſen Experimenten der Autor nicht bemerket, wie weit das Punctum V, wo die Kugel aufgeſtoſſen, von der Axe des Penduli entfernet geweſen, ſo iſt auch nicht mög-

möglich zu ſagen, wie groß bey einem jeden der Fehler ſey. Wenn die gefundene Geſchwindigkeit ungefehr 1700 Schuh in einer Secunde austrägt, ſo könnte es ſeyn, daß dieſe Zahl in einigen Fällen um 85 Schuh zu klein, in andern aber um 283 Schuh zu groß wäre. Oder da der Autor nicht die würckliche Geſchwindigkeit ſelbſt, ſondern nur die Länge der Sehne $Ll = k$, als welcher die Geſchwindigkeit proportional iſt, aufgezeichnet: wenn dieſelbe 16 Zoll groß iſt, ſo konnte der Fehler in dieſem Maaß 0, 8 Zoll, wenn die Kugel zu unterſt an das Bret geſchoſſen wird, und gar 2, 6 Zoll, wenn dieſelbe zuoberſt geſchoſſen worden, austragen. In dieſer Ungewißheit wäre alſo aus der Uebereinſtimmung der Experimenten mit der Theorie nicht viel zum Vortheil dieſer letztern zu ſchlieſſen.

Es erhellet auch nicht aus der Beſchreibung dieſer Experimente, daß der Autor ſehr ſorgfältig in Ausmeſſung der Diſtanz $DV = b$ geweſen; denn er bringt für gleiche Fälle, da mit gleicher Ladung aus eben demſelben Lauf mehrmalen geſchoſſen worden, immer einerley Länge für die Sehne $Ll = k$ heraus; da doch kaum zu glauben iſt, daß die Kugel bey allen dieſen verſchiedenen Schüſſen in einerley Höhe auf das Bret angeſtoſſen. Denn wenn er auch ja beſtändig auf eben denſelben Punct

Punct hätte ſchieſſen können, ſo hätte er doch ſolches nicht thun dörfen, damit nicht eine Kugel auf die andere ſtieſſe: folglich mußte er mit Fleiß immer auf verſchiedene Punkte des Brets ſchieſſen, und da die Kugel $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter hatte, ſo mußte immer eine von der andern zum wenigſten 1 Zoll entfernet ſeyn. Er ſagt auch nicht, und es iſt auch nicht zu vermuthen, daß alle Kugeln in eine Horizontal-Linie des Brets gegangen, und alſo alle von der Axe gleich weit entfernet geweſen; wenn aber eine nur um einen Zoll höher oder niedriger das Bret getroffen, ſo müßte die Sehne L l ſchon um 0, 1 Zoll gröſſer oder kleiner angeſetzt werden, wenn nehmlich die Länge der gantzen Sehne über 10 Zoll iſt: ein Unterſcheid von zwey Zollen würde in der Sehne 0, 2 Zoll, von 3 Zollen 0, 3 Zoll und ſofort austragen. Dieſer Fehler würde nun von der Unrichtigkeit der Regel des Autoris entſpringen, in ſo fern dieſelbe von der Wahrheit abweicht. Wenn aber auch gleich dieſelbe richtig wäre, ſo müßte man doch in Ausmeſſung der Diſtanz D V $= b$ um ſo viel mehr Fleiß anwenden. Denn da nach dem Autore die Geſchwindigkeit der Kugel bey nahe iſt wie $\frac{k}{a} \cdot \frac{Pfg}{ph\sqrt{2h}}$, das iſt unter einerley

Umſtän-

Umſtånden, wie $\frac{1}{hVh}$; ſo ſieht man wohl, daß ein geringer Unterſcheid in dieſer Diſtanz *b* nicht aus der Acht gelaſſen werden kônne. Laßt uns ſetzen, daß wenn $b = 66$ Zoll geweſen, die Sehne $k = 16$ Zoll betragen; ſo folgt, daß wenn unter eben dieſen Umſtånden die Diſtanz *b* nur um 1 Zoll grôſſer oder kleiner wåre, die Sehne *k* ſchon um $\frac{1}{3}$ Zoll grôſſer oder kleiner wůrde. Da wir nun dergleichen merklichen Unterſcheid in der berechneten Långe der Sehne, fůr gleich ſtarke Schůſſe nicht antreffen, ſo můſſen entweder dieſelben alle auf eine Horizontal-Linie am Bret gegangen ſeyn, oder der Autor hat auf die verſchiedenen Entfernungen des Puncts V von der Axe in ſeiner Rechnung nicht geſehen; weil nun das erſtere nicht wahrſcheinlich iſt, ſo můßte man das letztere zugeben. Wir wollen aber um die Ehre dieſer Experimenten zu retten lieber glauben, daß wenn auch nicht alle Schůſſe auf eine Horizontal-Linie am Bret gegangen, der Unterſcheid in der Hôhe doch nimmer ůber einen Zoll ausgetragen; in welchem Fall gleichwohl dieſer Fehler von $\frac{1}{3}$ Zoll von dem Autore nach ſeiner groſſen Accurateſſe nicht håtte ůbergangen werden ſollen; als welcher Umſtand vielmehr austrågt, als die Vermehrung des Gewichts des Penduli durch

die

die ſchon darein geſchoſſenen Kugeln, worauf doch der Autor ſo ſorgfältig Acht giebt, und nach denſelben die berechnete Länge der Sehne vermindert.

Es findet ſich aber in der Beſchreibung der Maſchine ein Umſtand, welcher uns hierüber eine hinlängliche Erläuterung geben kann. Denn, wo der Autor ſeine Regel vorträgt, nach welcher er die Geſchwindigkeit der Kugel beſtimmt, da nennet er das Punct, gegen welches die Kugel geſchoſſen wird, das Mittel-Punct des Brets, und richtet auf daſſelbe ſeine Rechnung dergeſtalt, daß er nachgehends aus demſelben alle Fälle durch die Regel Detri berechnet. Weil er nehmlich befunden, daß, wenn die Länge der Sehne nach dem Band gemeſſen $17\frac{1}{4}$ Zoll iſt, die Geſchwindigkeit der Kugel 1641 Schuh in einer Secunde betrage; ſo giebt er für einen jeglichen andern Fall, da eine gleich ſchwehre Kugel in eben dieſes Brett geſchoſſen wird, dieſe Regel: Wie ſich verhalten $17\frac{1}{4}$ Zoll, zu der im vorgelegten Fall gefundenen Länge der Sehne, alſo verhalten ſich 1641 Schuh zu dem Wege, welchen die Kugel in einer Secunde durch zu lauffen vermögend iſt. Dieſer Regel ſcheinet ſich nun der Autor beſtändig bedienet zu haben, nachdem er einmal für einen Fall die Geſchwindigkeit nach ſeinen Grundſätzen ausgerechnet hatte. Wenn ſich die

die Sache ſo verhält, ſo muß in den meiſten Rechnungen ein doppelter Fehler ſtecken. Denn erſtlich iſt die angenommene Zahl 1641, wie wir gewieſen haben, zu klein, und ſolte für dieſelbe 1675 geſetzt werden. Hernach aber kann die Bedingung, daß alle Schüſſe auf das Mittel-Punct des Bretts, oder 66 Zoll weit von der Axe geſchehen, unmöglich ſtatt finden. Denn in der letzten angeführten Liſte von Experimenten finden ſich 27 Schüſſe, ſo in ein Brett gegangen. Weil nun von denſelben je zween Schüſſe zum wenigſten um einen Zoll von einander entfernet ſeyn müſſen, die Breite aber des Bretts nicht viel über einen Schuh betragen; ſo können nicht alle auf eine Horizontal-Linie in das Brett gegangen ſeyn; folglich müſſen einige davon das Brett zum wenigſten um einen Zoll höher oder tiefer getroffen haben, und nach allen Umſtänden iſt zu vermuthen, daß dieſer Unterſcheid öfters 2, 3, und mehr Zoll ausgetragen, welcher alſo in der berechneten Länge der Sehne zuweilen einen Unterſcheid von einem gantzen Zoll hätte verurſachen müſſen. Dieſer Umſtand von dem Mittel-Punct des Bretts, welches von der Axe 66 Zoll entfernet geweſen, weiſet uns auch die Groſſe des Bretts, welche von dem Autore nicht ausdrücklich angezeiget worden. Dann da der unterſte Rand des Penduli $71\frac{1}{8}$ Zoll von der Axe entfernt geweſen; ſo war die Diſtantz

von der Mitte des Bretts biß zum unterſten Ende ungefehr 5 Zoll, und folglich die ganze Länge deſſelben 10 Zoll. Wenn nun die Breite, wie es ſcheinet, der Länge gleich geweſen; ſo war die Oberfläche deſſelben nur 1 Quadrat Schuh, und nicht 4, wie wir oben bey Ausrechnung des Wiederſtands der Luft angenommen haben. Derowegen iſt die daſelbſt berechnete Reſiſtentz viermahl zu groß, und da dieſelbe in der Geſchwindigkeit der Kugel 4 Schuh ausgetragen, ſo würde die wahre Reſiſtentz mehr nicht als 1 Schuh gegeben haben: dahero man um ſo vielmehr bey dieſen Experimenten den Wiederſtand der Luft weglaſſen kann. Da auch um dieſer Urſache willen kein Schuß mehr als um 5 Zoll höher oder tiefer, als das Mittel-Punct in das Brett gehen kann; ſo kann auch der Fehler, ſo ſich in des Autoris Regel befindet, ſich nicht über den zwanzigſten Theil der gantzen Geſchwindigkeit belauffen.

Der Autor hat auch in dem Verfolg ſeiner Experimenten auf die Kugeln, welche ſchon allbereit in dem Brett ſtecken, geſehen, welcher Umſtand, ob er gleich nicht aus der Acht zu laſſen, dennoch ſo viel nicht austrägt, als der vorgemeldete. Dadurch wird erſtlich das Gewicht des Penduli P gröſſer, hernach da die Kugeln ziemlich weit unter dem Centro Gravitatis in das Brett gedrungen, ſo wird auch dadurch das Centrum gravitatis ſelbſt, oder die

Länge g verrücket, und endlich leidet dadurch auch das Centrum Oſcillationis eine geringe Veränderung. Wenn wir ſetzen, daß die Geſchwindigkeit der Kugel durch den Fall aus einer Höhe b erhalten werde; ſo haben wir, wenn noch keine Kugel im Brett ſtecket, dieſe Æquation

$$k = \frac{pab\sqrt{2b}}{\sqrt{(Pg+ph)(Pfg+phh)}}.$$

Laſſt uns nun ſetzen, daß das Gewicht der Kugeln, welche ſchon allbereit in der Diſtantz b von der Axe in das Brett geſchoſſen worden, ſey $= q$; ſo muß an ſtatt Pg, wodurch das Momentum der Schwehre angedeutet wird, geſchrieben werden $Pg+qb$; und an ſtatt Pfg, wodurch das Momentum der Materie ausgedrückt wird, muß geſchrieben werden $Pfg+qbb$: folglich wird in dieſem Fall $k =$

$$\frac{pah\sqrt{2b}}{\sqrt{(Pg+ph+qh)(Pfg+phh+qhh)}}.$$

Unter gleichen Umſtänden verhält ſich alſo jene Sehne zu dieſer wie:

$$\sqrt{\frac{(Pg+ph)(Pfg+phh)}{(Pg+ph+qh)(Pfg+phh+qhh)}}$$

zu 1, das iſt beynahe wie $1 + \frac{qh(f+h)}{2Pfg}$ zu 1, wann nur P in Anſehung des q noch ſehr groß iſt. Wenn nun in dem ſchon oben berechneten Fall genommen wird, $P = 56$ ℔, $f =$

$f = 62\frac{2}{3}$, $g = 52$ und $b = 66$: und wir ſetzen, daß das Gewicht der Kugeln, welche ſchon im Brett ſind, ein Pfund ausmache, ſo wird $q = 1$; und dahero wird ſich die Sehne, wenn das Brett noch neu aufgeſchraubt iſt, verhalten zu der Sehne, welche unter gleichen Umſtänden, nachdem ſchon 1 ℔ Kugeln im Brett ſtecken, entſteht, wie $1 + \frac{1}{43}$ zu 1, das iſt, die Sehne muß wegen der ſchon im Brett ſteckenden Kugeln um ihren 44ſten Theil vermindert werden, welche Verringerung auch der Autor wohl in Acht genommen.

II. Anmerkung.

Auf die in der vorigen Anmerkung beſchriebene Art muß alſo die Länge der Sehne $Ll = k$ ausgerechnet werden, wenn die Geſchwindigkeit der Kugel, welche gegen das Brett geſchoſſen wird, ſchon als bekannt angenommen werden kann. Denn, wenn b die Höhe iſt, aus welcher ein fallender Körper mit der Kugel einerley Geſchwindigkeit erhält; ſo wird, wie wir oben gefunden

$$k = \frac{pah\sqrt{2b}}{\sqrt{(Pg+ph)(Pfg+phh)}}$$

welche Länge, wie wir ſchon bemercket, öfters ziemlich von derjenigen, welche der Autor nach ſeiner Art gefunden, unterſchieden ſeyn

kann. Der Autor beſtimmet aber ferner die Geſchwindigkeit der Kugel, oder die Höhe b, nach der von ihm anfänglich gegebenen Methode aus der Quantität der Ladung, der Länge des Laufs, und dem Raum hinter der Kugel, worüber ſchon vorher verſchiedene Anmerkungen gemacht worden. Laſſt uns nun, um die Buchſtaben nicht unter einander zu verwirren, die Länge des Laufs, woraus die Kugel geſchoſſen wird, ſetzen $= \alpha$, die Länge des Raums hinter der Kugel $= \beta$, die Länge der Höhlung ſo mit Pulver angefüllt worden $= \gamma$, den Diameter der Kugel $= c$, und die Zahl n ſoll anzeigen, wie vielmahl die Materie, woraus die Kugel beſteht, ſchwehrer iſt, als das Waſſer; ſo findet man hieraus die Höhe b, aus welcher die Geſchwindigkeit der Kugel durch den Fall erlangt wird, alſo in Rheinländiſchen Schuhen ausgedrückt (p. 126)

$$b = \frac{110524,08\,\gamma}{nc}\, l\, \frac{\alpha}{\beta}.$$

wo man für $l\frac{\alpha}{\beta}$ den gewöhnlichen Logarithmum des Bruchs $\frac{\alpha}{\beta}$ zu nehmen hat. Will man aber dieſe Länge b in Engliſchen Zollen mit dem Autore ausdrücken, weil

0,97 Schuh Rheinl. Schuh 12 Engliſche Zoll geben, ſo hat man

$$b = \frac{1367308\,\gamma}{nc}\; l\,\frac{\alpha}{\beta}.\ \text{Engl. Zolle.}$$

folglich $2b = \frac{2734616\,\gamma}{nc}\; l\,\frac{\alpha}{\beta}$, und alſo

$$\sqrt{2b} = 1654 \sqrt{\frac{\gamma}{nc}\; l\,\frac{\alpha}{\beta}}.$$

dahero bekömt man die Länge der Sehne k alſo:

$$k = 1654\,pah \sqrt{\frac{\gamma\, l\,(\alpha : b)}{nc\,(Pg+ph)\,(Pfg+phh)}}$$

wenn man nehmlich weder den Gegendruck, noch die Réſiſtentz der Luft, ſo lange ſich die Kugel im Lauf befindet, in Betrachtung ziehet. Wir haben aber in dieſer Rechnungs-Formul mit dem Autore angenommen, daß ſich alles Pulver plötzlich entzünde, und dadurch eine ſolche ſubtile Materie erzeuget werde, deren Elaſticität, ſo lange dieſelbe noch in eben demſelben Raum, den das Pulver eingenommen hatte, eingeſchränckt iſt, 1000 mahl gröſſer ſey, als die Elaſticität der ordentlichen Luft, oder, welches gleich viel, als der Druck der Atmosphære. Es iſt aber ſchon oben ſehr deutlich dargethan worden, daß ſich das Pulver unmöglich ſo plötzlich entzünden könne, und daß folglich die Elaſticität der obgemeldeten

ſubtilen Materie weit mehr, als 1000 mahl gröſſer ſeyn müſſe, als der Druck der Luft, wenn dieſelbe eben die Würkung hervor bringen ſoll. Was demnach die ſo genaue Uebereinſtimmung der Verſuche mit des Autoris Theorie betrift, ungeachtet an der Berechnung der Länge der Sehne L*l*, welche der Verfaſſer mit den obſervirten vergleichet, ziemlich viel auszuſetzen iſt; ſo erhellet doch daraus ſo viel, daß die aus der Theorie gefundenen Geſchwindigkeiten von der Wahrheit nicht allzuſehr abweichen, obgleich die Uebereinſtimmung bey weitem nicht ſo groß iſt, als der Autor glaubet, weil die berechnete Länge der Sehne bißweilen auch um einen gantzen Zoll unrichtig ſeyn kann. Wenn aber auch ja die gerechnete Geſchwindigkeit der Kugel der Wahrheit gänzlich gemäß wäre, ſo würde doch dadurch noch nicht die Meynung des Verfaſſers von der Gewalt des Pulvers befeſtiget; indem eben dieſelbe Geſchwindigkeit der Kugel eingedrückt werden könnte, wann die Kraft des Pulvers weit gröſſer, dabey aber nicht auf einmahl ihre Würkung auszuüben geſetzt würde. Der Autor führet zwar zu Behauptung ſeiner Meynung diejenigen Experimente an, welche mit ungleich langen Läufen gemacht worden, und dennoch mit der Theorie gut übereinſtimmen, welches, ſeiner Meynung nach, nicht geſchehen könnte, wenn ſich das Pulver nur nach und nach entzündete,

zündete, indem ſich in dem kürzeren Lauf ein weit geringerer Theil entzünden würde, ehe die Kugel heraus getrieben wird, als in dem längern. Wir haben aber oben ſchon auf dieſen Umſtand geantwortet, und auch andere Erfahrungen, aus welchen das Gegentheil erhellet, dagegen angeführt. Wir wollen alſo allhier nur ſo viel beyfügen, daß vielleicht das Pulver, welches der Autor gebrauchet, ſo gut geweſen, daß ſich der meiſte Theil davon entzündet hat, ehe die Kugel aus dem kürzeſten Lauf heraus gefahren. Es können auch hernach die unrichtig berechneten Sehnen eine ſo genaue Uebereinſtimmung mit der Experientz anzeigen, dergleichen nicht erſcheinen dürfte, wenn man dieſelben nach den wahren Regeln berechnen wolte. Endlich kann auch das Herausdringen der elaſtiſchen Materie durch den Spielraum und das Zündloch wiederum einiger maaſſen die Uebereinſtimmung mit der Experientz herſtellen, wie in den vorigen Anmerkungen mit mehrerem angezeiget worden. Man erkennet aber aus dieſer Uebereinſtimmung doch ſo viel, daß wenn gleich die erſte Elaſticität des Pulvers weit gröſſer iſt, als der Autor angenommen, dennoch dieſelbe in den meiſten Fällen keine ſtärkere Würkung hervorbringe, als der Autor nach ſeiner Rechnung befunden, und daß folglich die allmählige Entzündung des Pulvers, und die übrigen

Hinderniſſe, welche oben angeführet worden, die Geſchwindigkeit der Kugel bey nahe um eben ſo viel vermindern, als dieſelbe durch die gröſſere Gewalt vermehret werden ſolte. So oft ſich alſo dieſe Gleichheit einfindet, ſo oft kann man auch die von dem Autore gegebene Regel, um aus der Ladung die Geſchwindigkeit der Kugel zu beſtimmen, ſicher gebrauchen. Es können aber gleichwohl ſolche Umſtände vorkommen, da entweder die gröſſere Gewalt des Pulvers, oder die obgemeldeten Hinderniſſe die Oberhand behalten, in welchen folglich die Geſchwindigkeit der Kugel entweder gröſſer oder kleiner ſeyn wird, als die von dem Autore gegebene Regel anzeigt. Ein ſolcher Fall ereignet ſich, wenn die Ladung des Pulvers allzu geringe iſt, allwo, wie der Autor ſehr wohl bemerket, die Hitze der Entzündung, und folglich die Elaſticität der ſubtilen Materie nicht ſo groß ſeyn kann, als in der Rechnungs-Formul geſetzt wird. In dieſer iſt der Buchſtabe $m = 1000$ genommen worden, welcher Werth ſich für die gröſſeren Ladungen ſehr wohl ſchickt; bey ſehr kleinen Ladungen aber muß derſelbe kleiner geſetzt werden. Wenn wir nun ſetzen, daß für eine geringere Ladung μ der gehörige Werth des Buchſtabens m ſey; ſo läſſt ſich dieſe Zahl μ für einen jeglichen Fall aus dem Unterſcheid zwiſchen der Länge der Sehne, ſo nach der Rechnung gefunden,

funden, und durch das Experiment angezeigt wird, leicht beſtimmen. Denn da, wenn $m =$ 1000 die Sehne k gefunden worden.

$$k = 1654\, pah \sqrt{\frac{\gamma\, l\,(\alpha:\beta)}{nc\,(Pg+ph)\,(Pfg+phh)}}$$

ſo muß, wenn m nicht 1000, ſondern gleich iſt μ die Sehne ſeyn $=$

$$1654\, pah \sqrt{\frac{\mu\gamma\, l\,(\alpha:\beta)}{1000\, nc\,(Pg+ph)\,(Pfg+phh)}}$$

wenn nehmlich die übrigen Umſtände einerley ſind. Dahero verhält ſich bey ſehr geringen Ladungen die gerechnete Sehne zu der obſervirten wie $\sqrt{1000}$ zu $\sqrt{\mu}$, und folglich iſt 1000 zu μ wie das Quadrat der gerechneten Sehne, zu dem Quadrat der obſervirten, oder wie die Quadrate der Geſchwindigkeiten ſelbſt. Da nun in dem von dem Autore angeführten Exempel, wo nur 1 Dr. Pulver geladen worden, die Geſchwindigkeit nach der Rechnung ſeyn ſolte 482 Schuh in einer Secunde, dieſelbe aber nur 400 Schuh wahrgenommen worden: ſo war in dieſem Fall 1000 zu μ, wie 482^2 zu 400^2, und alſo $\mu = \frac{160000000}{482.482} = 688$. Wenn alſo nur ein Drachma Pulver angezündet wird; ſo iſt die dabey entſtehende Hitze um ſo viel kleiner, als wenn eine groſſe Quantität Pulver genommen wird, daß die

erſte

erſte Elaſticität nur 688 mahl gröſſer iſt, als der Druck der Atmosphære. Im folgenden Experiment, da drey Drachm. Pulver geladen worden, wird 1000: $\mu = 835^2$ zu 730^2 und alſo $\mu = \frac{532900000}{835 . 835} = 764$, daß alſo in dieſem Fall auch wegen der geringern Hitze die erſte Elaſticität des Pulvers nur 764 mahl gröſſer iſt, als der Druck der Atmoſphære. Der Autor findet im erſtern Fall aus eben dieſem Grunde die Verhältniß der Elaſticitäten, wenn 1 Drach. oder 12 Drach. angezündet werden, wie 2 zu 3, welche Verhältniß mit unſerer 688 zu 1000, ſehr genau zutrifft; im andern Fall aber hat er wie 3 zu 4 an ſtatt 764 zu 1000, zwiſchen welchen der Unterſcheid auch ſehr geringe iſt. Weil nun der Unterſcheid zwiſchen dieſen Zahlen 688, 764, und 1000, welche die Elaſticität bey Entzündung 1, 3 und 12 Drach. Pulver vorſtellen, ziemlich merklich iſt; ſo hat man ſich zu verwundern, daß ſich bey den Ladungen von 6 biß 36 Drach. kein ſolcher Unterſcheid geäuſſert, und daß dieſe ſo verſchiedene Fälle mit der Rechnung ſo genau haben übereinſtimmen können. Vielleicht mag die oben bemerkte Unrichtigkeit in Berechnung der Sehne des auffſteigendens Bogens hieran Schuld ſeyn: und da die Hitze der Flamme, wie der Autor behauptet, um ſo viel gröſſer iſt, je mehr Pulver

ver ſich auf einmahl entzündet, ſo ſtehet viel-
mehr zu vermuthen, daß auch die Elaſticität
bey der Ladung von 36 Drachm. merklich
gröſſer, als bey 6 Drachm. geweſen, und daß
dieſelbe bey Canonen, wo eine weit gröſſere
Quantität Pulver geladen wird, noch gröſſer
seyn müſſe. Dahero die von dem Autore
gegebene Regel, die Geſchwindigkeit der Kugel
aus der Kraft des Pulvers zu berechnen, allem
Anſehen nach bey Canonen, nicht mehr ſo ge-
nau zutreffen würde, ohne auf die übrigen
Umſtände zu ſehen, wodurch die Würkung des
Pulvers, wie oben erwieſen worden, keinen
geringen Abbruch leidet. Es läſt ſich aber
anjetzo noch nichts vollſtändiges hierinne be-
ſtimmen; weil die von dem Autore berechneten
Sehnen von der Wahrheit ziemlich ſtark ab-
weichen können, diejenigen Umſtände aber
nicht bemerket worden, welche zur Verbeſſerung
nöthig ſind. Dahero zu wünſchen wäre, daß
ſich jemand finden möchte, welcher mit eben dem
Fleiß, und auf eben die Weiſe, wie der Autor
gethan, alle dergleichen Experimente wie-
derhohlte, bey einem jeglichen aber auch die
Entfernung des Puncts am Brett, wo die Ku-
gel hinein gefahren, von der Axe ſorgfältig
mäſſe, und daraus nach den hier angezeigten
wahren Regeln die Länge der Sehne berech-
nete.

III. An-

III. Anmerkung.

Der Nutzen, welchen man aus der Erkänntniß der Gewalt des Pulvers, und der Geschwindigkeit der Kugel in der Artillerie ziehen kann, muß nothwendig von groſſer Wichtigkeit ſeyn. Denn, wenn man dieſe Puncte genau beſtimmen kann, ſo weiß man auch, wie ſtark und feſt ſowohl die Canonen und Mörſer, als die übrige dazu gehörige Geräthſchaft ſeyn muß, und hat alſo nicht zu befürchten, daß man die Stücke entweder zu ſtark, oder zu ſchwach mache: wodurch im erſteren Fall alle unnöthige Unkoſten vermieden, im andern aber allem Schaden und Gefahr vorgebeuget wird. Eben diejenige Gewalt, womit die Kugel fortgetrieben wird, würket auch eben ſo ſtark auf die innern Wände der Canone, und wenn dieſelben die gehörige Stärke nicht haben, um dieſer Gewalt zu wiederſtehen, ſo muß die Canone nothwendig berſten. Die gröſte Gewalt, welche die Canone auszuſtehen hat, äuſſert ſich alſo im erſten Augenblick, wenn ſich das Pulver entzündet, ehe noch die Kugel merklich von ihrer Stelle getrieben wird, *Fig. I.* welches folglich in dem Raum CDEG geſchieht, allwo die Wände der Canone ſo ſtark gedruckt werden, als der Boden einer aufrecht ſtehenden und mit Waſſer angefüllten Röhre, deren Höhe 32000 Schuh iſt, wenn wir nehmlich mit dem Autore ſetzen, daß die

Elaſti-

Elaſticität der durch die Entzündung des Pulvers erzeugten ſubtilen Materie im erſten Augenblick 1000 mahl gröſſer ſey, als der Druck der Atmosphære, welche einer Waſſer-Säule von 32 Schuhen gleichet. Dieſe ſo ſehr groſſe Kraft erſtreckt ſich aber nicht auf die ganze Canone, ſondern nur auf den hinterſten Theil derſelben CDEG, welcher mit Pulver angefüllt worden; weswegen auch dieſer Theil eine ſolche Stärke, als zu Aushaltung dieſer Kraft erfordert wird, haben muß. Die vordern Theile der Canone leiden nicht eher einige Gewalt, als biß die Kugel dahin fortgeſtoſſen worden, und alsdenn iſt auch dieſe Gewalt kleiner, als vom Anfang. Wenn die Kugel ſchon biß M fortgeſtoſſen worden, ſo verhält ſich die ausdehnende Kraft im Raum AM zur erſten, wie AF zu AM, und gleicht alſo einer Waſſer-Säule, ſo $32000. \frac{AF}{AM}$ Schuh hoch iſt, woraus erhellet, daß die Gewalt, welche die vordern Theile der Canone auszuſtehen haben, immer kleiner werde. Dahero auch die Canone an dem vordern Theil nicht nöthig hat, ſo ſtark zu ſeyn, als hinten bey AF, und würde alſo überflüßig ſeyn, wenn man die Canonen vornen ſo ſtark und dick machen wolte, als hinten. Um aber deutlicher zu ſehen, wie ſich an einem jeglichen Orte die Dicke der Canone verhalten müſſe, damit dieſelbe

weder

weder zu ſtark, noch zu ſchwach ſey; ſo müſſen wir die Art, nach welcher eine Canone dieſer Gewalt wiederſtehet, in Betrachtung ziehen. Wenn das Metall, woraus eine Canone beſtehet, keine Feſtigkeit hätte, kraft welcher die Theile deſſelben unter einander zuſammen verbunden ſind; ſo würden dieſelben von der erſten Gewalt von einander zertrennet und zerſtreuet werden: woraus wir erkennen, daß die Befeſtigung der Theile des Metalls der Gewalt des Pulvers wiederſtehen müſſe. Dieſe Feſtigkeit läßt ſich aber, wegen der groſſen Ungleichheit, ſo ſich in der Verknüpfung der Theile befindet, ſo genau nicht berechnen, indem dieſelben durch den Guß an einem Ort öfters viel feſter zuſammen getrieben werden, als an den andern; dahero die Stärke immer gröſſer ſeyn muß, als irgend eine Theorie, welche auf eine ſolche Gleichheit in allen Theilen gegründet iſt, anzeigt. Dem ungeachtet wird es nicht undienlich ſeyn, allhier einen Begriff von dem Zuſammenhang der Theilchen des Metalls, und dem daher entſtehenden Wiederſtand gegen die Gewalt des Pulvers, zu ertheilen; ob ſich gleich hierinne nichts ſo genau beſtimmen läßt. *Fig. 8.* Wir wollen uns zu dem Ende einen Durchſchnitt einer Canone, ſo auf die Axe deſſelben perpendicular gemacht worden, vorſtellen, allwo der innere Zirkul A B Q P die Seele der Canone, da die ausdehnende Gewalt

Gewalt des Pulvers befindlich, und der Zwiſchen-Raum zwiſchen den beyden Circuln das Metall andeuten ſoll. Die ausdehnende Kraft des Pulvers würket nun allenthalben gleich ſtark auf den innern Umfang des Cirkuls ABQP, und ſuchet denſelben entweder zu erweitern, oder gar zu zerſprengen. Wir wollen aber nur ein Stück des Metalls AEFB, welches durch zwey aus dem Centro C gezogene Radios CE und CF abgeſchnitten wird, in Betrachtung ziehen. Es ſey der innere Radius $AC = BC = a$, und der Winkel $ACB = 2\varphi$, ſo wird der Bogen AB, auf welchen die Kraft des Pulvers würket, gleich ſeyn $2a\varphi$, und folglich die Kraft ſelbſt dieſem Bogen proportional, welche wir alſo $= 2ma\varphi$ ſetzen wollen. Die mittlere Direction dieſer Kraft wird nun durch das Centrum C gehen, und den Winkel ACB in zwey gleiche Theile zerſchneiden. Es ſey demnach CDM dieſe Direction, nach welcher das Stück AEFB von der Kraft $2ma\varphi$ geſtoſſen wird. Wenn alſo dieſes Stück nicht mit dem übrigen Metall befeſtiget wäre; ſo würde daſſelbe würklich nach der Direction DM weggeſtoſſen werden. Die Befeſtigung dieſes Stücks aber geſchieht nach den Linien AE und BF, als in welchen daſſelbe mit dem übrigen Metall zuſammen hängt, und da dieſe

Q Befe-

Befeſtigung in allen Punkten gleich ſtatt findet, ſo kann dieſelbe als eine Kraft angeſehen werden, welche das Stück AEFB beyderſeits an den übrigen Theilen in AE und BF andrückt, und deren Direction beyderſeits auf die Mitte in den Punkten G und H perpendicular iſt. Wenn wir alſo die Dicke des Metalls AE = FB = b ſetzen, ſo wird beyderſeits die zuſammenhångende Kraft dieſer Dicke b proportional ſeyn, welche wir alſo = nb nennen wollen. Man verlångere dieſe beyden Kråfte Directionen GI und HK, biß ſie im Punkt D auf der Linie CM zuſammen kommen: und da werden wir dieſes Punkt D anſehen kånnen, als wenn auf daſſelbe drey Kråfte würkten, erſtlich nach der Direction DM die Kraft = $2ma\varphi$, hernach nach den Directionen DI und DH beyderſeits eine Kraft = nb; und dieſe beyden Kråfte müſſen ſo groß oder gröſſer ſeyn, als zur Zernichtung der erſten erfordert wird. Wir wollen alſo dieſe beyden Kråfte zertheilen nach der Direction DC, und nach ſolchen, welche auf die Linie CD perpendicular ſind, und ſich untereinander aufheben. Weil nun die Dreyecke CDG und CDH in G und H rechte Winkel haben, ſo wird ſich verhalten DI oder DK zu DL wie CD zu DG, das iſt wie der ſinus totus 1 zum ſinu des Winkels DCG, ſin φ. Dahero wird

wird aus beyden Kräften DI und DK nach der Direction DC dieſe Kraft heraus kommen, $2nb \sin \varphi$, welche, wenn ſie kleiner wäre, als die Kraft $2ma\varphi$; ſo würde das Stück AEFB der Gewalt nicht wiederſtehen können, ſondern nach der Direction DM aus der Canone weggeriſſen werden. Damit alſo dieſes nicht geſchehe, ſo muß die Kraft $2nb \sin \varphi$, ſo groß oder gröſſer ſeyn, als die Kraft $2ma\varphi$, folglich muß $nb \sin \varphi > ma\varphi$, und dieſes muß ſtatt finden, der Winkel ACB mag ſo groß angenommen werden, als man will; es wird aber die Verhältniß $nb \sin \varphi$ zu $ma\varphi$ am kleinſten, wenn der Winkel ACB gleich wird $180°$, oder $\varphi = 90°$, in welchem Fall iſt $\sin \varphi = 1$, und $\varphi = 1,570796$: dahero muß auch nb gröſſer ſeyn, als $1,570796\,ma$. Hieraus erhellet, daß die zerſprengende Gewalt am gröſten werde, wenn das Stück AEFB dem halben Umfang gleich genommen wird, und daß alſo die Canonen der Gefahr an zwey gegen einander überſtehenden Orten zu zerberſten am meiſten unterworfen ſeyn. Wenn nun dieſes nicht geſchehen ſoll, ſo muß nb gröſſer ſeyn, als $1,570796\,ma$, oder in kleinen Zahlen muß nb gröſſer ſeyn, als $\frac{11}{7}ma$. In dieſen Expreſſionen wird der Buchſtabe m durch die ausdehnende Kraft des Pulvers, und der Buchſtabe n aus der Feſtigkeit des Metalls beſtimmt. Wenn alſo

 zu

zu verſchiedenen Canonen einerley Metall genommen wird, ſo muß immer die Dicke des Metalls dem Caliber, oder dem Diameter der Kugel proportional ſeyn. Und da in einer Canone die ausdehnende Gewalt des Pulvers um ſo vielmehr abnimmt, je weiter die Kugel vorwårts getrieben wird; ſo muß ſich die Dicke der Canone in dem Ort M verhalten zur Dicke des Boden Stůcks in AF, wie ſich verhålt die Långe AF zur Långe AM. Aus dieſem Grund kônnte alſo das Mund-Stůck einer Canone ohne Gefahr viel ſchwåcher gemacht werden, als zu geſchehen pflegt, wenn nehmlich die Theorie des Autoris ihre Richtigkeit håtte, und ſich alles Pulver auf einmahl entzůndete. Denn in dieſem Fall, wenn AM noch ſo groß als AF angenommen wird, wůrde es genug ſeyn, wenn die Canone in M nur halb ſo dick wåre, als im Boden Stůck AF. Hiebey aber håtte man dennoch auf die ſtårkſte Ladung zu ſehen, ſo jemahls gebraucht werden kônnte. Allein, wenn man annimmt, daß ſich nicht alles Pulver auf einmahl entzůnde, ſo wird wegen des neu entzůndeten Pulvers die Gewalt in AM zur Gewalt in AF eine grôſſere Verhåltniß haben, als AF zu AM, und aus dieſem Grund muß die Dicke der Canone im Vordertheil grôſſer ſeyn, als nach der vorigen Regel, welches auch durch die Erfahrung beſtåtiget wird. Und eben

dadurch

dadurch wird auch die Meynung nicht wenig befeſtiget, daß ſich das Pulver nicht alles auf einmahl entzünde. Weil ſich aber dieſe allmählige Entzündung nicht beſtimmen läßt, und nach den verſchiedenen Arten des Pulvers ſehr unterſchieden iſt; ſo kann man auch durch die bloſſe Theorie die beſte Proportion der Dicke einer Canone nicht heraus bringen, ſondern die vielfältige Erfahrung ſcheinet zu dieſem Ende das einige Mittel an die Hand zu geben. Wenn man aber des Autoris Theorie folgen wolte, ſo würde ſich dieſe Sache ſehr leicht ausmachen laſſen: es würden aber dergleichen Canonen nicht lange der Gewalt des Pulvers wiederſtehen können, indem das Mundſtück gewiß zu ſchwach ſeyn würde, wenn auch das Bodenſtück ſeine gehörige Stärke hätte. Da nun aus dieſem Grunde nicht wohl ein Mittel zu erfinden, das Gewicht der Canonen ohne Gefahr zu vermindern, ſo thut man am beſten, wenn man ſich zu Erhaltung dieſes Endzwecks an die Verbeſſerung der Materie, woraus die Canonen gegoſſen werden, hält. Der gröſte Vortheil würde alſo darinne beſtehen, wenn man eine Materie ausfündig machen könnte, deren Theile weit ſtärker untereinander verbunden wären, als in der gewöhnlichen, in welcher Unterſuchung man ſich noch den beſten Fortgang verſprechen könnte. Es könnten vielleicht auch noch in dem Guß

verſchiedene Vortheile entdecket werden, wo-
durch die Materie eine um ſo viel gröſſere Fe-
ſtigkeit erhielte; wohin ohne Zweifel diejenige
Erfindung mit zu rechnen, da einige angefan-
gen haben, die Canonen maßiv und ohne Kern
zu gieſſen, und erſt nach dem Guß die Höh-
lung darein zu bohren. Denn auf dieſe Art
wird das Metall nicht nur weit dichter, ſondern
man iſt auch im Stande, die Seele accurat
in der Mitte gerade durchzubohren, welchen
Umſtand man bey dem Gieſſen nicht ſowohl in
der Gewalt hat. Endlich würde auch eine ge-
ringe Zähigkeit in der Materie zu den Cano-
nen keinen geringen Vortheil ſchaffen. Denn,
es kommt hier nicht nur auf die Kraft, wo-
durch die Theilchen der Materie untereinan-
der verbunden ſind, an, als welche in einem
ſpröden und zähen Körper einerley ſeyn kann;
ſondern ob, nachdem die Theilchen im gering-
ſten von einander getrieben worden, der Kör-
per ſogleich zerbreche, oder ſich wiederum in ſei-
nen vorigen Stand zu verſetzen vermögend
ſey. Hierinne beſtehet nehmlich der Unterſcheid
zwiſchen ſpröden und zähen Materien, daß je-
ne, ſo bald die Theilchen untereinander zerrüt-
tet werden, auch ſo gleich zerbrechen, dieſe aber
ungeachtet in ihren Theilchen eine gleiche Zer-
rüttung vorgegangen, dennoch dadurch das
Band der Feſtigkeit noch nicht aufgelöſet
wird. Wenn alſo die Materie, welche zu den

Cano-

Canonen gebraucht wird, einen etwas gröſſern Grad der Zähigkeit hätte, ſo würde man dieſelben ohne Gefahr leichter machen können. Denn eben dieſes war die Urſache, daß man vor Zeiten mit ledernen Canonen, welche am Gewicht mit den metallenen nicht zu vergleichen waren, faſt eben ſo ſtarke Schüſſe hat thun können, ungeachtet dieſelben nicht ſo dauerhaft waren. Inzwiſchen iſt doch aus dieſem Umſtand ſo viel abzunehmen, daß in dieſem Punct, was die Materie der Canonen betrifft, noch eine groſſe Verbeſſerung gehoffet werden könne.

Von der ausdehnenden Kraft des Pulvers kommt auch das Zurückſtoſſen der Schieß-Gewehre und der Canonen her. Denn dieſe Kraft treibt den Boden des Laufs eben ſo ſtark rückwerts, als die Kugel vorwerts; dergeſtalt, daß wenn das ganze Stück nicht ſchwehrer ſeyn ſolte, als die Kugel, alsdenn das Stück mit eben der Geſchwindigkeit zurück, als die Kugel heraus fahren würde. Je ſchwehrer aber ein Körper iſt, um ſo viel kleiner iſt auch die Bewegung, welche demſelben von eben derſelben Kraft eingedrücket wird. Dahero ſo vielmahl eine Canone ſamt der L'affuite ſchwehrer iſt, als die Kugel, welche daraus geſchoſſen wird, eben ſo vielmahl langſamer wird auch die Bewegung der Canone ſeyn, als der Kugel: folglich wird ſich der Raum, durch

welchen die Canone zurückfährt, indem die Kugel zur Canone heraus getrieben wird, zur Länge der Canone weniger dem Raum hinter der Kugel verhalten, wie das Gewicht der Kugel zum Gewicht der gantzen Canone. Wenn alſo eine halbe Carthaune, ſo eine 24 pfündige Kugel ſchießt, 10 Schuh lang geſetzt wird; weil das Gewicht derſelben ungefehr 64 Centner, oder 6400 Pfund beträgt; ſo muß dieſe Canone, indem die Kugel daraus herausgetrieben wird, durch einen Raum von $\frac{24}{6400} \cdot 10$ Schuh, das iſt nur $\frac{3}{80}$ Schuh, oder nicht gar um einen halben Zoll zurückfahren. Wenn demnach der Grund, worauf die Canone ruht, ſo feſt iſt, daß dieſelbe darauf um ½ Zoll, ohne erſchüttert zu werden, zurück treten kann, ſo iſt der Schuß gewiß, wenn gleich der Grund weiter zurück keine Feſtigkeit hätte. Daß aber gleichwohl die Canone, nachdem die Kugel ſchon heraus geſchoſſen worden, und alſo die zurücktreibende Kraft gänzlich aufgehöret hat, noch weiter zurück geht, kommt von der derſelben ſchon eingedrückten Bewegung her, womit dieſelbe zurück zu weichen fortfährt, ſo lange, biß durch den Wiederſtand dieſe Bewegung völlig gehemmet wird. Deswegen hat die Anmerkung des Verfaſſers, betreffend die Feſtigkeit der Batterien, worauf die Canonen gepflantzet werden, ihre völlige Richtigkeit, und

kann

kann dadurch viel unnöthige Arbeit erſpahret werden.

IV. Anmerkung.

Der Autor ziehet auch noch aus ſeiner Theorie dieſen Schluß, daß alle Vorſchläge, welche auf eine ſonderbare Figur der Pulver-Kammer in den Canonen gerichtet ſind, nicht den geringſten Vortheil bringen können. Dieſer Schluß hat ſeine völlige Richtigkeit, wenn ſich nach der Meynung des Autoris alles Pulver im erſten Augenblick zugleich entzündet. Denn in dieſem Fall iſt auch die erſte Gewalt deſſelben einerley, der Raum, worinne das Pulver eingeſchloſſen iſt, mag eine Figur haben, wie man immer will, wenn nur derſelbe ganze Raum mit Pulver angefüllet iſt. Und wenn auch nur ein Theil deſſelben mit Pulver angefüllet iſt, ſo wird die Gewalt um ſo viel kleiner, als dieſer Theil kleiner iſt, als der ganze Raum hinter der Kugel: dahero auch in dieſem Fall die Gröſſe der Gewalt nicht auf der Figur des Raums beruhet. Wenn aber die Kugel ſchon würklich fortgetrieben wird, ſo verhält ſich die forttreibende Gewalt zur erſten Gewalt, wie der Raum, den das Pulver anfänglich eingenommen, zu eben dieſem Raum nebſt demjenigen, durch welchen die Kugel ſchon fortgetrieben worden: und alſo hat auch hier die Figur des Pulver-

Raums auf die forttreibende Gewalt keinen Einfluß. Aus dieſem Grunde iſt es alſo gleichgültig, was man der hinterſten Höhlung der Canonen für eine Figur geben will, und weil alle Figuren in Anſehung der forttreibenden Gewalt einerley Würkung haben, ſo erwehlet man billig diejenige, welche nach den übrigen Umſtänden die bequemſte iſt. Wenn man alſo aus andern Urſachen nichts an der gewöhnlichen Figur der Canonen zu verändern nöthig findet; ſo könnte man auch aus dieſem Grunde dieſelbe ſicher beybehalten, und alle Vorſchläge, welche auf eine Veränderung abzielen, ohne fernere Unterſuchung, als verwerflich anſehen.

Dieſes gründet ſich aber, wie ſchon gemeldet, auf die Meynung des Verfaſſers, daß ſich alles Pulver im erſten Augenblick zugleich entzünde. Da wir aber ſchon oben ſehr wichtige Gründe gegen dieſe Meynung angeführet haben, ſo kan man auch die Vorſchläge, welche auf eine vortheilhaftere Figur der Pulver-Kammer gerichtet ſind, nicht mehr ſo platterdings verwerfen. Die Sache wird alſo auf dieſe Frage ankommen, ob die Figur des Raums, darinne das Pulver eingeſchloſſen iſt, etwas zu einer ſchnellern oder langſamern Entzündung des Pulvers beytragen könne, oder nicht? Denn, wenn dieſe Frage mit Ja beantwortet werden kann, ſo iſt kein Zweifel übrig, daß diejenige Figur, in

welcher

welcher ſich das Pulver am ſchnellſten entzündet, nicht die beſte und vortheilhafteſte ſeyn ſollte. Denn je plötzlicher ſich alles Pulver entzündet, je gröſſer und je länger fortdaurend iſt auch die Gewalt, welche auf die Kugel würket, dahero auch derſelben eine um ſo viel ſchnellere Bewegung eingedrucket wird. Daß aber die Figur des Raums nicht wenig zu einer plötzlichen Entzündung beytragen könne, iſt leicht darzuthun. Man darf ſich nur eine ſehr lange und enge Röhre, in welcher das Pulver eingeſchloſſen, und an einem Ende angezündet wird, vorſtellen. Denn in dieſem Fall wird ſich die Entzündung nicht ſo geſchwinde biß zum andern Ende der Röhre ausbreiten, als wenn die Röhre kürzer wäre. Jedermann wird auch leicht begreiffen, daß, wenn man das Boden-Stück einer Canone in eine ſolche lange und enge Röhre verwandeln ſollte, die Kugel mit einem weit geringern Grad der Geſchwindigkeit heraus getrieben werden würde, wenn man ſchon eine gleich ſtarke Ladung gebrauchte. Hieraus iſt nun leicht abzunehmen, daß ſich das Pulver um ſo viel geſchwinder entzünde, je weniger alle Körner deſſelben von einander entfernet ſind. Da nun die Kugelrunde Figur unter allen andern, welche einen gleichen Raum einſchlieſſen, dieſe Eigenſchaft hat, daß der Umfang derſelben am kleinſten, und alle Theile unter ſich am nächſten beyſammen ſind; ſo

iſt auch kein Zweifel, daß ſich das Pulver nicht in einem ſolchen Raum am geſchwindeſten entzünden ſollte. Es wäre dahero dahin zu trachten, ob man nicht auf eine bequeme Art die Höhlung des Boden Stücks in einer Canone, hinter der Kugel entweder vollkommen oder doch beynahe rund machen könnte: denn auf dieſe Art würde man keinen geringen Zuwachs an der Geſchwindigkeit, womit die Kugel fortgetrieben wird, erhalten. Die Würkung würde auch um ſo viel ſtärker ſeyn, wenn man das Pulver im Mittel-Punkt dieſes Raums anzünden könnte; als von welchem Ort ſich die Entzündung rings herum am ſchnellſten zu allen Extremitäten ausbreiten würde. Es werden ſich zwar, allem Anſehen nach, viele Schwierigkeiten finden, welche die Ausführung dieſes Vorſchlags unmöglich zu machen ſcheinen werden; es dürfte aber doch vielleicht ein tüchtiger und erfahrner Practicus noch Mittel ausfinden können, alle dieſe Schwierigkeiten zu heben, und den gethanen Vorſchlag mit Vortheil ins Werck zu richten. Inzwiſchen iſt zu unſerem gegenwärtigen Endzweck genug, die Umſtände angezeigt zu haben, worauf es bey vortheilhafter Einrichtung der Pulver-Kammer inſonderheit ankömmt: und woraus man alle dahin abzielende Vorſchläge leicht wird beurtheilen können. Man hat aber hierbey zu bemerken, daß je mehr man die erſte Ge-

walt des Pulvers auf dieſe Art zu vermehren im Stande ſeyn wird, das Metall an der Canone an dieſem Ort auch um ſo viel ſtärker gemacht werden müßte.

X. Satz.

Die Veränderungen, welchen die Gewalt des Pulvers nach dem verſchiedenen Zuſtande der Atmosphære unterworfen iſt, zu beſtimmen.

In allen Experimenten, welche ich bißher unterſuchet, habe ich noch nicht bemerken können, daß die verſchiedene Schwehre der Atmosphære die geringſte Veränderung in der Kraft des Pulvers verurſache; ungeachtet ich viel hundert Schüſſe bey ganz verſchiedenen Witterungen angeſtellt habe. Inſonderheit habe ich öfters die Verſuche, welche in dem heiſſeſten Sommer um Mittag gemacht worden, mit denjenigen, ſo ich des Morgens und Abends, als es noch ziemlich kühl war, angeſtellt, gegen einander gehalten; zwiſchen denſelben aber nimmer den geringſten Unterſcheid wahrgenommen. Eine gleiche Bewandniß hatte es auch mit den Verſuchen, welche bey Nacht und im Winter angeſtellet worden; obgleich zu dieſen verſchiedenen Zeiten,

die

die Dichte der Luft ſehr verſchieden geweſen. Und in der That, nachdem wir geſehen, daß diejenige ſubtile Materie, darinne die Gewalt des Pulvers beſtehet, ſowohl in der Luft, als in einem Luft-leeren Raum, in gleicher Menge erzeuget werde; ſo iſt hieraus genugſam klar, daß dieſe Gewalt von einer gröſſeren oder kleinern Dichte der Luft unmöglich einige Veränderung leiden könne.

Ob aber gleich die Dichte der Luft keinen Einfluß auf die Gewalt des Pulvers hat; ſo verurſachet doch die Feuchtigkeit derſelben um ſo viel gröſſere Veränderungen. Denn ich habe befunden, daß eben diejenige Ladung, welche bey druckenem Wetter die Kugel mit einer Geſchwindigkeit von 1700 Fuß in einer Seeunde fortgetrieben, bey feuchtem Wetter eben derſelben Kugel kaum eine Geſchwindigkeit von 12 biß 1300 Schuh in einer Secunde mitzutheilen vermögend geweſen: ja noch weniger, wenn das Pulver von einer ſchlechten Art, oder nicht wohl verwahret geweſen.

Dieſe Verringerung der Gewalt in feuchtem Pulver iſt auch, wie aus meinen Verſuchen erhellet, ſehr unbeſtändig und veränderlich: dergeſtalt, daß je zwey Schüſſe, welche mit einerley Quantität Pulver, ſo aus eben demſelben Faß genommen worden, gethan werden, immer wohl 10 mahl mehr von einander unterſchieden ſind, als wenn das Pulver drucken

iſt.

iſt. Inzwiſchen habe ich doch, dieſer groſſen Ungewißheit ungeachtet, ſo viel deutlich wahrnehmen können, daß dieſe von der Feuchtigkeit der Luft herrührende Verringerung der Gewalt des Pulvers in kleinen Ladungen weit ſtärker iſt, als in groſſen, wenn auch in beyden Fällen die Feuchtigkeit einerley iſt. Ein anderer Umſtand, welcher das feuchte Pulver begleitet, beſtehet in einer ſehr merklichen Unreinigkeit, welche in dem Stücke nach dem Schuß zurück bleibt, und welche weit gröſſer iſt, als diejenige, ſo von einer gleichen Ladung druckenen Pulvers herrühret.

Alle dieſe Würkungen können nun ſehr leicht erkläret werden, wenn man nur bedenket, daß das Pulver von der Luft die Feuchtigkeit an ſich nehme. Denn da das Pulver, wenn daſſelbe allzufeucht iſt, die Entzündungs-Kraft gänzlich verlieret; ſo folget daraus, daß ein geringerer Grad der Feuchtigkeit, wenn derſelbe auch die Entzündung nicht völlig hemmet, dennoch die daher entſtehende Gewalt vermindern müſſe. Derowegen wird in dieſen Fällen eine kleinere Quantität von dieſer ſubtilen elaſtiſchen Materie erzeuget, welche dahero auch einen geringeren Grad der Hitze, und eine weit ſchwächere Ausdehnungs-Kraft hervorbringt. Folglich wird die Würkung des feuchten Pulvers um zweyerley Urſachen willen geſchwächet, je nach dem Grad der Feuchtigkeit, welche das Pulver an ſich gezogen.

Das

Das ſchlechte Pulver hält gemeiniglich, weil der Salpeter nicht genugſam gereiniget worden, noch etwas von gemeinem Saltz in ſich. Da nun das gemeine Saltz die Feuchtigkeit weit ſtärker an ſich zieht, als der Salpeter; ſo iſt leicht zu begreiffen, daß bey feuchtem Wetter das ſchlechte Pulver vielmehr Feuchtigkeit annehmen müſſe, als das gute, dahero daſſelbe auch um ſo vielmehr von ſeiner Kraft verlieret.

Die Unbeſtändigkeit, welche ſich in den Würkungen des feuchten Pulvers äuſſert, rühret, wie ich vermuthe, von den verſchiedenen Graden der Trockne her, zu welcher daſſelbe in dem Stücke gebracht wird. Denn da nach dem erſten und zweyten Schuß der Lauf ſchon etwas erwärmet wird, ſo verlieret ſich auch deſto eher ein Theil der Feuchtigkeit, womit das Pulver behaftet geweſen, durch die Ausdünſtung, wenn nehmlich daſſelbe einige Zeit in dem Lauf gelaſſen wird. Weil nun ſowohl die Erhitzung des Schieß-Gewehrs, als die Zeit, ſo lange das Pulver darinne verbleibt, ſehr ungewiſſe Umſtände ſind; ſo hat man ſich nicht zu verwundern, daß die Ausdünſtung und die daher rührende Gewalt des Pulvers eben ſo wenig zu einiger Gewißheit gebracht werden könne. Hiebey iſt noch zu erinnern, daß öfters in dem trockenſten Wetter die Stärke des Pulvers bey dem erſten Schuß durch

die Kälte des Stücks, und vielleicht durch einige Feuchtigkeit, welche ſich darinne zuſammen gezogen, ſehr merklich vermindert worden.

Daß ferner eine kleine Quantität Pulver bey einerley Grad der Feuchtigkeit mehr von ſeiner Kraft verlieret, als eine gröſſere, kommt auſſer Zweifel von dem geringeren Grad der Hitze her, womit die Entzündung kleinerer Ladungen, wie ſchon oben bemerket worden, begleitet wird. Denn eben derſelbe Grad der Feuchtigkeit thut einem ſchwächern Feuer einen gröſſeren Abbruch, als einem heftigern.

Die Unreinigkeit, welche nachdem man mit feuchtem Pulver geſchoſſen, in dem Stück zurück bleibt, wie wir ſchon bemerket haben, muß gleichfals von der Verringerung der Gewalt der Flammen bey der Entzündung herkommen. Denn, wenn das Pulver von einer guten Art iſt, daß ſich daſſelbe plötzlich und mit Heftigtigkeit entzündet, ſo muß der gröſte Theil deſſelben zu Aſche verbrennet werden, welche in Geſtalt eines graulichten Staubes auf allen Cörpern, welche ſich vor der Mündung einer Canone befinden, zu erkennen iſt. Die in dem Stück zurückbleibende Unreinigkeit aber kommt von denjenigen Theilchen des Pulvers her, welche entweder wegen der unvollkommenen Vermiſchung, oder wegen der Kälte der Wände, an welchen ſie anliegen, nicht

gänzlich verbrannt werden können. Da nun das feuchte Pulver nach der Menge der damit vermiſchten Feuchtigkeit keine ſo heftige Flamme giebt, ſo muß in dieſem Fall nur ein geringer Theil des Pulvers gänzlich verzehret und zu Aſche verbrannt werden: folglich bleibt ein groſſer Theil unverbrennt zurück, und verurſachet die Unreinigkeit, welche in der Canone nach dem Schuß wahrgenommen wird.

Zuſatz.

Es iſt in der Ausführung dieſes Satzes als eine unſtreitige Sache angenommen worden, daß das Pulver bey feuchtem Wetter die Feuchtigkeit aus der Luft an ſich ziehe. Es iſt alſo noch übrig, die Quantität der Feuchtigkeit, welche das Pulver zu ſich zu nehmen vermögend iſt, zu beſtimmen, welche Frage wir uns bemühen wollen, aus unſeren eigenen Verſuchen zu erörtern.

Ich habe ein wenig ſehr gutes Pulver auf ein weiſſes Papier, welches mit viel kleinen Löchern durchſtochen worden, geſtreuet, und das Papier über den Dampf von heiſſen Waſſer gehalten: da ich denn befunden, daß in einer halben Minute das Pulver um den $\frac{1}{50}$ Theil am Gewichte zugenommen.

Auf eine gleiche Art habe ich ein anderes Experiment angeſtellt, das Pulver aber län-

ger

ger in den Dampf gehalten, und hernach befunden, daß das Gewicht deſſelben um den $\frac{1}{24}$ſten Theil vermehret worden. In dieſem Fall aber waren ſchon einige Körner zuſammen gebacken, ungeachtet ihre Figur noch nicht verändert worden.

Um nun hierüber zu einer Gewißheit zu gelangen, ob die Feuchtigkeit der Luft das Gewicht des Pulvers gleichfals zu vermehren vermögend wäre; ſo nahm ich ungefehr eine Unze Pulver, welches einige Zeit in einem Gemach, wo täglich eingeheitzet worden, gelegen, und fand, nachdem ich daſſelbe bey dem Feuer gänzlich ausgetrocknet hatte, daß ſolches noch einen Abgang von $\frac{1}{100}$ am Gewichte erlitten hatte. Nachdem ich hierauf das Pulver in eben dem Gemach von dem Feuer weiter entfernet hatte; ſo hat daſſelbe in weniger als 2 Stunden ſchon wiederum den dritten Theil des erlittenen Abgangs erlanget.

Da nun die Luft öfters viel feuchter iſt, als bey dem letzten Experiment, und über dieſes auch noch die offene Luft viel mehr Feuchtigkeit in ſich enthält, als in einem geſchloſſenen Gemach, wo Feuer gemacht wird; ſo kann man nicht zweifeln, daß nicht öfters der zwanzigſte oder dreißigſte Theil am Gewicht des beſten Pulvers pures Waſſer ſeyn ſolte, welches alſo ſehr leicht als die Urſache aller vorerwehnten

unbeſtändigen Würkungen des Pulvers angeſehen werden kann.

Inzwiſchen habe ich doch nimmer merken können, daß die Feuchtigkeit, welche das Pulver aus der Luft zu ſich genommen hatte, die Gewalt deſſelben im geringſten vermindert hätte, nachdem nehmlich ſolches wiederum getrocknet worden. Der Leſer wird bey den in dem vorhergehenden Satz angeführten Experimenten wahrgenommen haben, wie genau diejenigen, welche mit gleich ſtarken Ladungen, und unter einerley Umſtänden gemacht worden, mit einander übereinſtimmen. In dieſen Experimenten, ungeachtet dieſelben zu verſchiedenen Zeiten innerhalb den drey Sommer-Monathen gemacht worden, hat alſo die Trockne des Wetters allen hier gemeldeten Ungleichheiten vorgebeuget. Wenn man aber mit eben demſelben Pulver im Winter bey feuchtem Wetter die Proben anſtellt; ſo habe ich befunden, daß wenn man daſſelbe eben wie im Sommer, ohne es vorher zu trocknen, gebraucht, die Würkungen davon ſehr unbeſtändig und weit ſchwächer heraus kommen. Wenn man aber eine jede Ladung, unmittelbar vor dem Gebrauch, wohl trocknet, ſo habe ich nimmer den geringſten Abgang an der Kraft deſſelben beobachten können; und die Würkungen waren auch mit denjenigen, welche den Sommer vorher gefunden worden, voll-

kommen

kommen einerley. Wenn aber das Pulver unbehutſamer Weiſe dem gröſten Dunſt ausgeſetzet wird, oder wenn daſſelbe allzuviel gemeines Saltz in ſich enthält; ſo kann vielleicht die eingezogene Feuchtigkeit vermögend ſeyn, einen Theil von dem Salpeter völlig aufzulöſen, welches ein Schade ſeyn würde, der durch keine Trocknung wiederum erſetzet werden könnte. Wenn man aber nur eine mäßige Sorgfalt in Bewahrung des Pulvers beobachtet, und wenn der Salpeter, woraus daſſelbe beſteht, von dem gemeinen Saltz wohl gereiniget worden, ſo kan daſſelbe ſeine Gewalt viel länger behalten, als man insgemein dafür hält. Alſo habe ich gehört, daß Pulver, welches wohl verwahret geweſen, nach Verflieſſung von 50 Jahren keinen Abgang an ſeiner Gewalt erlitten.

Man hat aber bey Trocknung des feuchten Pulvers nöthig, behutſam damit umzugehen. Denn es iſt ein ſolcher Grad der Hitze, welcher ob er gleich nicht hinreichet, das Pulver zu entzünden, dennoch den Schwefel zerſchmelzet, und dadurch die gehörige Zuſammenſetzung zerſtöret. Ja es giebt über dieſes noch einen ſolchen Grad der Hitze, wodurch der Schwefel Feuer fängt, und nach und nach wegbrennt, ohne daß das Pulver ſelbſt davon entzündet werde. Dieſes kann ein jeder durch eigene Erfahrung leicht probiren. Man darf zu die-

ſem Ende nur ein Stück Eiſen roth glüend werden laſſen, und indem daſſelbe wiederum erkaltet, nach und nach darauf einige Körner Pulver werfen; auf dieſe Art wird man finden, daß nach einer gewiſſen Zeit die einzelnen Körner, welche man darauf fallen läßt, ſich nicht mehr entzünden, ſondern nur mit einer blauen Flamme, ohne verzehret zu werden, brennen. Es geſchieht auch zuweilen, daß wenn die Körner auf dieſe Art zu brennen angefangen, dieſelben doch endlich völlig entzündet werden; welches ſich gemeiniglich ereignet, wenn einige Körner nahe beyſammen zu liegen kommen. Denn obgleich die Flamme eines jeglichen Korns insbeſondere nicht hinreichend iſt, daſſelbe zu entzünden, ſo entſteht doch aus der Vereinigung zweyer oder mehr dergleichen Flammen eine ſolche Hitze, wodurch dieſelben Körner endlich völlig entzündet werden. Wenn man nun dieſen Grad der Hitze an dem Eiſen genau trift, und daſſelbe mit Pulver-Körnern beſtreuet, ſo wird daſſelbe mit einer blauen Flamme überzogen, welche öfters eine ziemliche Zeit dauret, ehe die gänzliche Entzündung des Pulvers erfolget. Wenn ich aber dieſe Körner noch vor der Entzündung weggenommen, und unterſuchet habe, ſo habe ich weder in ihrer Farbe, noch in ihrem Zuſtande, einige Veränderung wahrnehmen können. Da aber auf dieſe Art die Körner, wenn der Schwefel

daraus

daraus wegſchmeltzt, die Kraft des Pulvers verlieren; ſo iſt klar, daß das Pulver bey dem trucknen durch eine allzugroſſe Hitze ſeiner Kraft beraubet werden könne.

Aus dem groſſen Unterſcheid, welcher ſich zwiſchen dem feuchten und truckenen Pulver in Anſehung der in dieſem Satz gemeldten Wirkungen äuſſert, erhellet zur Gnüge, wie ungewiß und unbeſtändig alle diejenigen practiſchen Anwendungen der Artillerie ſeyn müſſen, wo man auf dieſen Umſtand nicht Acht hat; und wie wenig man auf ſolche Experimenten bauen könne, welche dieſer Ungleichheit unterworfen ſind.

Ehe ich dieſen Articul ſchlieſſe, muß ich eines Einfalls Erwehnung thun, welchen ich einmahl über dieſe Materie gehabt. Da das Waſſer, wenn daſſelbe in Dünſte aufgelöſet wird, eine zehn mahl gröſſere Elaſticität als die Luft, wie man dafür hält, haben ſoll; ſo fiel ich auf die Gedanken, ob nicht in gewiſſen Fällen, die von dem Pulver angezogene Feuchtigkeit eine ſolche Verhältniß haben könnte, daß dieſelbe bey der Entzündung in Dünſte aufgelöſet, und alſo die Gewalt des Pulvers durch den Zuwachs dieſer neuen Kraft um ſo viel mehr vermehret werden könnte, als die Verringerung an der Stärcke der Flamme austrüge. In der Meynung, daß dieſes bißweilen würklich geſchehen könne, wurde ich durch einige

Experimente eines neuen Autoris bekräftiget, welcher anführet, daß die Schüſſe, welche aus einem Mörſer mit gleichen Ladungen geſchehen, des Morgens, als es noch kühl war, weiter gegangen, als bey der Tages Hitze. Denn ich ſahe wohl, daß der Unterſcheid der Dichte der Luft, wodurch derſelbe dieſe Begebenheit erklären will, die Urſache hiervon unmöglich ſeyn könnte. Nachdem ich aber dieſe Sache fleißiger unterſuchet hatte, ſo habe ich nimmer finden können, daß irgend ein Grad der Feuchtigkeit die Gewalt des Pulvers zu vermehren vermögend geweſen wäre. Denn aus allen den häufigen Verſuchen, welche ich zu dieſem Ende angeſtellt, habe ich niemahls bemerken können, daß die Gewalt die mittlere Groſſe merklich übertroffen hätte, ausgenommen in zwey Experimenten; eben dieſe Vermehrung aber kam, wie ich zu vermuthen groſſen Grund habe, vielmehr von einer Verrückung der Maſchine her. Unterdeſſen, wenn die Elaſticität der wäſſerichten Dünſte ſo groß iſt, als man insgemein darfür hält, (welches gleichwohl noch keine ausgemachte Sache iſt), ſo könnte es leicht ſeyn, daß daher einige Verſtärkung bey Entzündung einer ſehr groſſen Menge Pulvers verurſachet würde.

Anmerkung.

In dieſem Satz wird von dem Verfaſſer ein ſehr wichtiger Umſtand berühret, weswegen

gen das Pulver zu einer Zeit eine weit geringere Gewalt ausübet, als zu einer anderen. Derſelbe beruhet auf der Menge der Feuchtigkeit, welche das Pulver aus der Luft an ſich gezogen. Hierbey kommen nun zwey Umſtände vor, erſtlich wie viel Feuchtigkeit das Pulver in einem jeglichen Fall in ſich enthalte: und zweytens um wie viel die Gewalt deſſelben von einem jeglichen Grad der damit vermiſchten Feuchtigkeit vermindert werde. Das erſtere läßt ſich durch das Gewicht erkennen. Denn wenn man erſtlich eine gewiſſe Quantität Pulver vollkommen trocknet, und genau abwiegt, hernach aber bey einer jeden Veränderung der Luft das Gewicht derſelben Quantität wiederum ſorgfältig bemerket; ſo muß der Zuwachs des Gewichts immer anzeigen, wie viel Feuchtigkeit in dem Pulver enthalten iſt. Weil die Feuchtigkeit der Luft durch das Hygrometrum ziemlich genau beſtimmet werden kann, ſo könnte man über dieſen Umſtand nützliche Verſuche anſtellen, wenn man bey einem jeglichen verſchiedenen Grad, den das Hygrometrum weiſet, eine gewiſſe Quantität Pulver abwiegen ſollte. Auf dieſe Art würde man erkennen, wie viel Feuchtigkeit das Pulver in einem jeglichen Zuſtand der Luft, welcher durch das Hygrometrum angezeiget wird, in ſich enthalte. Man müßte aber bey einer jeden Veränderung, ſo in der Luft vor-

 geht,

geht, das Pulver eine geraume Zeit der Luft ausgeſetzt laſſen, damit daſſelbe immer eben den Grad der Feuchtigkeit an ſich nehmen könnte, welche die Luft hat. Denn es iſt leicht zu erachten, daß wenn die Feuchtigkeit der Luft abnimmt, diejenige, welche ſich ſchon vorher in das Pulver gezogen, nicht ſo bald wiederum durch die Ausdünſtung davon gehen könne. Es würden ſich auch bey der würklichen Anſtellung ſolcher Verſuche, allem Anſehen nach, noch mehr Schwierigkeiten einfinden, dennoch aber würden dieſelben nicht hindern, daß dergleichen Experimente keinen ſehr groſſen Nutzen haben ſollten. Da auch, wie der Autor bemerket, das ſchlechte Pulver weit mehr als das gute von der Feuchtigkeit der Luft an ſich ziehet, ſo könnte man auch auf dieſe Art die Güte des Pulvers unterſuchen: indem dasjenige unſtreitig das beſte iſt, welches am wenigſten Feuchtigkeit zu ſich nimmt.

Wenn man nun auf dieſe Art gefunden hat, wie viel Feuchtigkeit das Pulver zu einer jeden Zeit in ſich enthält, ſo kann man nach der von dem Autore erfundenen Methode leicht unterſuchen, um wie viel dadurch die Gewalt verringert wird; und ſolchergeſtalt würde man im Stande ſeyn, die Würkung des Pulvers bloß allein aus der Theorie weit genauer zu beſtimmen, als bißhero möglich geweſen. Der Verfaſſer führet hier, um die verminderte

Kraft

Kraft des feuchten Pulvers darzuthun, ein merkwürdiges Exempel an, daß der Kugel von feuchtem Pulver nur eine Geſchwindigkeit von 1200 Schuh in einer Secunde mitgetheilet worden, da unter eben denſelben Umſtänden von trockenem Pulver die Geſchwindigkeit der Kugel 1700 Schuh in einer Secunde ausgetragen. Er beſtim̃t zwar nicht, wie viel Feuchtigkeit in dieſem Fall mit dem Pulver vermiſchet geweſen: wenn wir aber annehmen, daß die Feuchtigkeit den dreißigſten Theil des ganzen Gewichts betragen, ſo könnte man ſagen, daß wenn das Pulver mit dem dreyßigſten Theil Waſſer vermiſchet wird, ſeine Gewalt um $\frac{5}{17}$ vermindert werde. Wenn nun ferner, welches zwar nicht zu vermuthen iſt, der Abgang der Gewalt des Pulvers immer der damit vermiſchten Feuchtigkeit proportional wäre; ſo könnte man hieraus finden, um wie viel die Gewalt des Pulvers durch eine jegliche andere Menge Feuchtigkeit, ſo damit vermiſchet iſt, vermindert werde.

Denn laßt uns ſetzen, daß die mit dem Pulver gemiſchte Feuchtigkeit den $\frac{1}{n}$ Theil des Gewichts austrage; ſo müßte ſich $\frac{1}{30}$ zu $\frac{1}{n}$ verhalten, wie $\frac{5}{17}$ zu dem geſuchten Verluſt der Gewalt des Pulvers, welcher folglich

=

$= \frac{150}{17n}$ oder beynahe $= \frac{9}{n}$ ſeyn würde. Wenn alſo nur der hundertſte Theil Feuchtigkeit mit dem Pulver vermiſchet iſt, ſo müſte die Kraft deſſelben um den $\frac{1}{11}$ Theil abnehmen, welcher Verluſt gleichwohl weit gröſſer ſeyn würde, als die von dem Autore angeführten Experimente anzeigen. Denn da, wie der Autor berichtet, ſolches Pulver, welches lange Zeit in einem warmen Zimmer gelegen, dennoch bey der Trocknung noch den $\frac{1}{100}$ Theil von ſeinem Gewichte verlohren, ſo muß ſich vermuthlich öfters ein eben ſo groſſer Unterſcheid bey dem Pulver, womit die vorhergemeldeten Experimente gemacht worden, befunden haben: welche doch dieſem ungeachtet mit des Autoris Theorie ziemlich genau überein zu kommen ſcheinen. Dahero zu ſchlieſſen iſt, daß, wenn nur der hundertſte Theil Feuchtigkeit mit dem Pulver vermiſchet iſt, ſeine Gewalt dadurch nicht merklich vermindert werde.

Man ſiehet aus demjenigen, was bißher angeführet worden, auch leicht, daß die verſchiedene Schwehre und Dichtigkeit der Luft in der Würkung des Pulvers keine merkliche Veränderung verurſachen könne. Man könnte zwar denken, daß da eine ſchwehre Luft ſtärker gegen die Kugel, indem dieſelbe von dem Pulver

Pulver durch den Lauf heraus getrieben wird, drücket, als eine leichtere, die Geſchwindigkeit im erſtern Fall mehr vermindert werden müß-te, als in dem letztern. Allein, da wir oben ge-wieſen haben, daß kein merklicher Unterſcheid in der Geſchwindigkeit der Kugel heraus komt, wenn man auch den Gegendruck der Luft völ-lig aus der Acht läßt, ſo kann die verſchiedene Schwehre deſſelben um ſo viel weniger einen merklichen Unterſcheid verurſachen.

XI. Satz.

Die Geſchwindigkeit zu beſtimmen, mit welcher die aus der Entzündung des Pulvers entſtehende Flamme durch ih-re eigene Ausdehnungs-Kraft fortge-het, wenn weder eine Kugel noch ein anderer Körper vor das Pulver in dem Stück geladen wird.

Wenn das ganze Weſen des Pulvers in eine ſubtile elaſtiſche Materie bey der Entzündung verwandelt würde, ſo könnte man aus der Ausdehnungs-Kraft deſ-ſelben, welche oben beſtimmet worden, und ih-rer Dichtigkeit, welche gleichfals bekannt iſt, den Grad der Geſchwindigkeit, womit ſich die-ſelbe

ſelbe auszudehnen anfängt, leicht beſtimmen, und daraus ferner die darauf folgende Vermehrung derſelben durch die Seele des Stücks heraus bringen. Nachdem wir aber dargethan haben, daß dieſe ſubtile elaſtiſche Materie, worinn die Gewalt des Pulvers beſtehet, nur ungefehr $\frac{3}{10}$ von der ganzen Subſtantz des Pulvers beträgt, ſo bleiben die übrigen $\frac{7}{10}$ nach der Entzündung mit der ſubtilen elaſtiſchen Materie vermiſchet, und müſſen dahero durch ihre Schwehre die Würkung deſſelben hemmen. Ueber dieſes ſind auch dieſe zwey verſchiedenen Materien, worinne ſich das Pulver auflöſet, nicht ſo genau mit einander vereiniget, daß dieſelben einerley Bewegung theilhaftig werden, ſondern die gröbern Theile müſſen weit langſamer fortgetrieben werden, als die ſubtilen: ja viele von denſelben bleiben ſo gar in dem Lauf zurück, wie aus der Unreinigkeit, welche ſich in den Schieß-Gewehren, nachdem dieſelben öfters gebrauchet worden, befindet, leicht abzunehmen iſt.

Dieſe Ungleichheit, welcher die ausdehnende Bewegung der Flamme unterworfen iſt, nöthiget uns, um dieſelbe genau zu beſtimmen, unſere Zuflucht zu der Experientz zu nehmen, und darauf allein unſere Unterſuchung zu gründen.

Die Experimente, welche zu dieſem Ende angeſtellet worden, waren von zweyerley Art: die

die erſten wurden gemacht mit dem Lauf, welchen wir oben mit dem Buchſtaben A bemerket haben. Derſelbe wurde mit 12 Drachm. Pulver, nebſt einem leichten Pfropf von Hanf, geladen: und nachdem ſeine Mündung 19 Zoll von dem Mittel-Punkt des in dem ſiebenden Satze beſchriebenen Penduli entfernet worden, ſo wurde daſſelbe in dieſer Lage loßgeſchoſſen, und bemerkt, daß das Pendulum von der Gewalt der bloſſen Flamme durch einen Bogen zurück getreten, deſſen Sehne 13,7 Zoll betragen. Wenn wir nun annehmen, daß die ganze Subſtantz des Pulvers auf das Pendulum geſtoſſen, und daß alle Theile mit einerley Geſchwindigkeit gegangen: ſo folget, daß dieſe Geſchwindigkeit ungefehr 2650 Schuh in einer Secunde hätte austragen müſſen. Dieſes iſt alſo die kleinſte Geſchwindigkeit, welche man dem Pulver in ſeiner Ausdehnung zuſchreiben kann. Wenn wir aber ſetzen, daß die ſubtilen elaſtiſchen Theile eine weit gröſſere Geſchwindigkeit in dieſer Ausdehnung erlangen, als die gröbern, welches ohne Zweifel der Wahrheit gemäß iſt; ſo muß die vorher gefundene gemeine Geſchwindigkeit, in Anſehung der ſubtilen Theile des Pulvers vermehret, in Anſehung der gröbern aber vermindert werden. Da auch, allem Anſehen nach, ein merklicher Theil der Geſchwindigkeit, indem die Flamme durch den Raum von 19

Zollen

Zollen durchgedrungen, verlohren gegangen, ſo habe ich hierüber die folgenden Experimente angeſtellt, welche dieſer Schwierigkeit nicht unterworfen ſind.

Ich befeſtigte den mit dem Buchſtaben A bemerkten Lauf dergeſtalt auf das Pendulum, daß die Axe deſſelben horizontal und zugleich perpendicular auf die Fläche des Bretts war: oder, welches einerley, daß derſelbe in die Fläche der Schwingungen des Penduli zu liegen kam. Das Punkt, wo die Axe des Laufs das Pendulum berührte, war 6 Zoll über dem Mittelpunkt des Bretts, und das Gewicht des Laufs nebſt dem Eiſen, welches zur Befeſtigung gebraucht worden, war 11½ Pfund. In dieſer Lage wurde der Lauf mit 12 Drachm. Pulver ohne Kugel und Pfropf geladen, und das Pulver nur allein mit dem Ladeſtock zuſammen gedruckt. Nachdem nun der Schuß geſchehen, ſo ſtieg das Pendulum durch einen Bogen hinauf, deſſen Sehne von 10 Zollen befunden worden. Wenn man nun dieſe Würkung auf einen gleich ſtarken Stoß gegen das Mittel-Punkt des Penduli reducirt, und dasjenige, was das Gewicht des Laufs dazu beygetragrn, abzieht, ſo wird man finden, daß daſſelbe durch einen Bogen, deſſen Sehne 14,4 Zoll geſtiegen ſeyn würde.

Eben dieſes Experiment iſt zum andern mahl wiederhohlet worden, und da wurde die

Sehne

Sehne des Bogens, durch welchen das Pendulum geſtiegen, von 10, 1 Zoll befunden, welche auf obige Art reducirt 14, 6 Zoll geben.

Um den Unterſcheid in der Geſchwindigkeit zu unterſuchen, welcher ſich in den verſchiedenen Theilen der Flamme befindet, habe ich den vorigen Lauf wiederum mit 12 Drachm. Pulver geladen, und daſſelbe mit einem Pfropf von Hanf, ſo 1 Drachm. wog, zuſammen getrieben. Ich ſtellte mir nun vor, daß dieſer Vorſchlag, weil derſelbe ſo leicht war, augenblicklich eben denjenigen Grad der Geſchwindigkeit erlangen würde, mit welchem ſich der ſubtile Theil des Pulvers vor ſich allein, wann kein Vorſchlag vorhanden geweſen wäre, ausgedehnt haben würde: und auf dieſe Art fand ich, daß die Sehne des aufſteigenden Bogens würcklich auf 12 Zoll vermehret worden, welche nach der obigen Reduction auf das Mittel-Punkt des Penduli 17, 3 Zoll austragen. Da nun in den beyden erſtern Experimenten die mittlere Länge der Sehne war 14, 5 Zoll; ſo hat in dem gegenwärtigen Fall, da die Gewalt durch den Zuſatz von 1 Drachm. Materie, ſo ſich mit dem geſchwindeſten Theil der Flamme gleich beweget, vermehret worden, die Sehne des aufſteigenden Bogens, um 2, 8 Zoll zugenommen. Folglich war die Geſchwindigkeit, welche dieſer Drach-

ma Materie eingedruckt worden, von 7000 Schuh in einer Secunde.

Man könnte vielleicht gegen dieſe Beſtimmung einwenden, daß die Vermehrung des Bogens, durch welchen das Pendulum in dieſem Fall zurück getreten, nicht allein von der dem Vorſchlag mitgetheilten Bewegung hergekommen, ſondern daß die nähere Einſchränkung des Pulvers, wodurch ein gröſſerer Theil davon entzündet worden, nicht wenig zu dieſer Vermehrung beygetragen. Allein, wenn es wahr wäre, daß ſich nicht alles Pulver, ſondern nur ein Theil davon entzündete, wenn kein Vorſchlag gebraucht wird; ſo würde man nicht wahrnehmen, daß, wenn man verſchiedene Quantitäten Pulver ohne Vorſchlag loßbrennet, alsdenn die Sehne des aufſteigenden Bogens nach eben der Verhältniß zu- und abnehme, als die Quantität des Pulvers vermehret oder vermindert worden. Welche Verhältniß doch, wie ich durch viele Verſuche befunden, ziemlich genau eintrift. Denn, als ich 9 Drachm. Pulver geladen, ſo fand ich die Sehne des aufſteigenden Bogens von 7, 3 Zoll, welche mit einer Ladung von 12 Drachm. 10 bis 10, 1 Zoll lang geweſen. Als ich aber nur 3 Drachm. zur Ladung genommen, ſo wurde dieſe Sehne nur 2 Zoll, welche Länge zwar um $\frac{1}{2}$ Zoll kleiner iſt, als obgedachte Verhältniß erfordert; es können aber hiervon

zwo andere wichtige Urſachen angezeiget werden.

Es findet ſich aber hier eine noch viel ſtärkere Probe, daß ſich alles Pulver auf einmahl entzündet, wenn auch kein Vorſchlag vor die Ladung geſetzt wird. Dieſelbe beruhet hierauf, daß der Theil der Bewegung des Penduli, welcher von der Ausdehnung des Pulvers allein herrühret, nicht gröſſer iſt, wenn eine Kugel vor das Pulver geladen wird, als wenn man eben dieſelbe Quantität allein loßbrennet, ohne daß dieſelbe vermittelſt eines Vorſchlags zuſammen gehalten worden. Wir haben geſehen, daß die Sehne des Bogens, durch welche das Pendulum von der Ausdehnungs-Kraft des Pulvers allein geſtoſſen worden, 10 oder 10, 1 Zoll geweſen: Als ich aber eben denſelben Lauf auf die gewöhnliche Art mit Vorſchlag und Kugel geladen, ſo habe ich die Sehne des gedachten Bogens einmahl $22\frac{1}{4}$ ein andermahl $22\frac{7}{8}$ Zoll lang gefunden, wozwiſchen 22, 56 die Mittel-Zahl iſt. Wenn wir nun ſetzen, daß die Kugel nebſt dem Vorſchlag an eben dem Ort, wo der Lauf gegen das Pendulum befeſtiget worden, aufgeſtoſſen, und das mit eben derſelben Geſchwindigkeit, welche dieſelbe bey der Mündung des Laufs erhalten hatte, ſo müſte davon das Pendulum durch einen Bogen, deſſen Sehne ungefehr 12, 3 Zoll, getrieben werden:

welches aus dem Gewichte des Penduli, dem Gewichte der Kugel und ihrer Geſchwindigkeit, nebſt dem Ort, wo dieſelbe aufgeſtoſſen, nach den vorher angeführten Experimenten und Regeln abzunehmen iſt. Wenn man alſo dieſe Zahl 12, 3 von der vorher gefundenen 22, 56 abzieht, ſo muß der Reſt 10, 26 beynahe die Sehne des Bogens anzeigen, durch welchen das Pendulum von der Kraft des Pulvers allein geſtoſſen worden, wenn man damit eine Kugel geladen. Dieſe Zahl 10, 26 iſt nicht merklich unterſchieden von 10, 1, wodurch die Sehne des aufſteigenden Bogens ausgedruckt worden, als wir eben dieſelbe Quantität Pulver ohne Kugel und Vorſchlag gegen das Pendulum abgefeuret hatten.

Daß aber dieſe Geſchwindigkeit von 7000 Schuh in einer Secunde, welche wir für den würkenden Theil der Flamme herausgebracht, nicht zu groß ſey: erhellet gantz deutlich aus dem 38ſten Experiment, welches oben angeführet worden. Denn in demſelben wurde die Kugel mit einer Geſchwindigkeit von 2400 Schuh in einer Secunde heraus getrieben. Wenn ſich nun die Flamme nicht mit einer weit gröſſeren Geſchwindigkeit ausgebreitet hätte, ſo hätte man eine merkliche Verminderung ihrer Gewalt auf dieſe ſo ſchnelle Bewegung der Kugel wahrnehmen müſſen, welches doch nicht geſchehen; Folglich mußte in

dieſem

dieſem Fall der Grad der Geſchwindigkeit, wo⸗
mit ſich das Pulver hinter der Kugel würklich
ausgebreitet, ohne einen merklichen Theil ſei⸗
ner Kraft zu verlieren, weit kleiner ſeyn, als
derjenige, womit das Pulver allein, wenn keine
Kugel daſelbſt geweſen wäre, ausgedehnet ha⸗
ben würde.

Und in eben dieſer erſtaunlichen Geſchwin⸗
digkeit, womit ſich die Flamme von dem ent⸗
zündeten Pulver ausbreitet, beſtehet haupt⸗
ſächlich die ſo gantz auſſerordentliche Gewalt
derſelben, wodurch ſie alle andere ſowohl alte
als neue Erfindungen, welche immer zum Be⸗
huf des Kriegs⸗Weſens gemacht worden, ſo
weit übertrift. Wenn man zwar nur auf die
Gröſſe der Bewegung ſieht, welche den ge⸗
worfenen Körpern eingedruckt wird, und wel⸗
che man aus dem Gewicht derſelben mit der
Geſchwindigkeit multiplicirt zu ſchätzen
pflegt: ſo muß man geſtehen, daß viele Kriegs⸗
Maſchinen der Alten eine weit gröſſere Bewe⸗
gung hervor zu bringen vermögend geweſen,
als unſere heut zu Tage üblichen ſchwerſten Ca⸗
nonen und Mörſer. Allein die entſetzliche Ge⸗
ſchwindigkeit, womit man anjetzo die Körper
vermittelſt des Pulvers fortzutreiben im Stan⸗
de iſt, kann mit jenen in keine Vergleichung
gebracht werden. Die Urſache von dieſem Un⸗
terſcheid beſtehet hierinne, daß zwar die Alten
die forttreibende Gewalt theils durch Gewich⸗

te, theils durch Federn und verdrehete Stricke, nach Belieben vermehren konnten; allein eine jegliche Vermehrung der Gewalt vermehrte zugleich die Materie, welche damit in Bewegung geſetzt werden muſte, dergeſtalt, daß wenn die Gewalt verſtärket wurde, zugleich auch diejenigen Theile der Maſchine, welche die Bewegung geben ſolten, am Gewichte zunahmen. Dahero dann nothwendig folgte, daß die Würkung der Gewalt nicht allein auf die Bewegung der fortzutreibenden Körper angewandt werden konnte, ſondern der gröſte Theil derſelben muſte auf die Bewegung derjenigen Theile der Maſchine ſelbſt, mit welchen die Kraft verknüpft war, verwandt werden, um dieſelben in Stand zu ſetzen, dem Körper, welcher fortgetrieben werden ſolte, nachzufolgen, und denſelben immer weiter fortzuſtoſſen, ſo weit ſich der Raum ihrer Würckſamkeit erſtreckte. Aus dieſem Grunde geſchahe es nun, daß obgleich dieſe alten Maſchinen ungeheure Gewichte forttreiben konnten, dennoch die Geſchwindigkeit derſelben ſehr geringe war, in Anſehung derjenigen, welche anjetzo durch die Gewalt des Pulvers den Kugeln und andern Körpern eingedruckt werden können. Dahero in allen Gelegenheiten, wo es auf eine ſehr ſchnelle Bewegung ankommt, unſere jetzigen Maſchinen einen ſehr groſſen Vortheil vor den alten erhalten. Wo aber keine ſo ſchnelle

Bewe-

Bewegung erfordert wird, da könnten auch noch heut zu Tage die alten Maſchinen mit nicht geringem Vortheil gebraucht werden. Dahero dieſelben auch noch alle Aufmerkſamkeit bey den Kriegsverſtändigen verdienen, welche eine hinlängliche Fähigkeit beſitzen, einen jeglichen Theil ihrer Profeſſion nach ſeinem wahren und eigentlichen Werth in Erwegung zu ziehen, und ſich nicht an die Vorurtheile der Zeit, in welcher ſie leben, kehren.

Aus den in dieſem Satze gegebenen Beſtimmungen läßt ſich auch die Gewalt der Petarden erklären, indem ihre Würkung bloß allein auf der Kraft der Flamme beruhet. Hieraus erhellet auch, daß eine Quantität Pulver, vermittelſt einer ſolchen Maſchine, wenn dieſelbe wohl zugerüſtet worden, eine eben ſo groſſe Würkung hervor bringen könne, als eine Kugel, welche zweymahl ſo ſchwehr iſt, und ſich mit einer Geſchwindigkeit von 14 bis 1500 Schuh in einer Secunde bewegt.

I. Anmerkung.

Wir haben ſchon oben bemerket, daß die Geſchwindigkeit, welche der Kugel von dem Pulver eingedruckt wird, nicht allein von deſſelben Ausdehnungskraft herkomme, ſondern daß auch die Geſchwindigkeit ſelbſt, mit welcher die Flamme der Kugel nachfolget, in Betrachtung gezogen werden müſſe. Denn

es iſt klar, daß, ſo groß auch immer die Gewalt des Pulvers angenommen wird, der Kugel dennoch von demſelben kein gröſſerer Grad der Geſchwindigkeit eingedruckt werden könne, als derjenige iſt, womit ſich die Flamme des Pulvers ſelbſt, wenn keine Kugel vorhanden wäre, ausbreiten würde. Dieſer Grad der Geſchwindigkeit kan nun der Kugel nimmermehr mitgetheilet werden, indem das Pulver nur in ſo ferne auf die Kugel würket, als dieſelbe noch langſamer fortgehet, als die Flamme ſelbſt fortgehen würde, wenn die Kugel in demſelben Augenblick zernichtet würde. Da nun die Kugel ſelbſt, kraft ihrer Schwehre, der Bewegung wiederſtehet, und auch über dieſes noch vielerley äuſſerlichen Wiederſtand antrift; ſo iſt leicht zu erachten, daß dieſelbe nimmer den Grad der Geſchwindigkeit, womit ſich die Flamme ſelbſt ausdehnet, erreichen könne. Hieraus ſieht man auch ferner, daß der höchſte Grad der Geſchwindigkeit, welcher einer Kugel von dem Pulver mitgetheilet werden kann, beſtändig um ſoviel kleiner ſeyn müſſe, als derjenige iſt, welchen die bloſſe Flamme erreichen kann, je ſchwerer die Kugel ſelbſt, und je gröſſer der äuſſerliche Wiederſtand iſt. Um dieſer Urſache willen iſt alſo die Frage, welche der Verfaſſer in dem gegenwärtigen Satze aufwirft, von der gröſten Wichtigkeit; indem, ehe dieſelbe erörtert

tert worden, die wahre Geſchwindigkeit der Kugel aus der Gewalt des Pulvers unmöglich beſtimmt werden kann. Der Autor ſieht zwar die Auflöſung dieſer Frage an ſich ſelbſt betrachtet, als ſehr leicht an, und findet nur in den ungleichen Theilen, worein das Pulver durch die Entzündung aufgelöſet wird, eine ſo groſſe Schwierigkeit, daß er die Theorie völlig bey Seite ſetzt, und ſeine Zuflucht bloß allein zu den Experimenten nimmt. Ungeachtet wir nun an der Geſchwindigkeit des Verfaſſers, dergleichen Fragen aufzulöſen, keinesweges zweifeln, ſo glauben wir doch, daß derſelbe bey dieſer Frage, wenn auch der gemeldete Umſtand nicht da wäre, nicht wenig Schwierigkeit gefunden haben würde. Denn dieſe Frage erfordert die tiefſte Einſicht in die Natur, und die Geſetze der Bewegung flüßiger Cörper; und es iſt noch nicht lange, daß man ſich im Stande befindet, dergleichen Aufgaben durch Hülffe der Rechnung auszuführen. Wir haben dieſe wichtige Erweiterung der mathematiſchen Wiſſenſchaften den beyden weit berühmten Männern, Johanni und Daniel Bernoulli, zu danken, von welchen der letztere dieſe Materie zuerſt in ſeinem unvergleichlichen Werke von der Hydrodynamic abgehandelt, und das ganze Werk meiſtentheils auf die Erhaltung der ſogenannten lebendigen Kräfte gegründet. Sein Herr Vater, der Hr. Prof. Joh. Ber-

 noulli

noulli in Baſel hat hierauf die Natur dieſer Bewegungen aus den erſten Grundſätzen der Mechanic auf eine ſehr ſinnreiche Art erkläret, welche Abhandlung ſich ſowohl in dem IX Theil der Werke der Kayſerl. Academie in St. Petersburg, als der vor einigen Jahren in Lauſanne herausgekommenen Sammlung aller Werke dieſes groſſen Manns, befindet. Da nun dieſe wichtigen Erfindungen unſerm Verfaſſer, als er ſein Werk geſchrieben, noch unbekannt geweſen, ſo iſt auch ſchwehr zu glauben, daß er mit der Auflöſung dieſer Frage ſo leicht würd ehaben zurechte kommen können; ungeachtet er dieſelbe für ſehr leicht zu halten ſcheinet. Die gröſte Schwierigkeit beſtehet aber gar nicht darinne, daß die ungleichen Theile, worein das Pulver durch die Entzündung aufgelöſet wird, auch in eine ungleiche Bewegung geſetzet werden: ſondern wenn auch dieſe Ungleichheit nicht vorhanden wäre, ſo würde doch die Beſtimmung der verſchiedenen Kräfte, welche auf alle Theilchen ins beſondere würken, noch weit ſchwerer fallen. Inſonderheit aber wenn man betrachtet, daß in einem jeglichen Zuſtand, worinn ſich die aus dem Pulver erzeugte Luft währender Ausdehnung befindet, nicht alle Theile einen gleichen Grad der Elaſticität, und folglich auch nicht einen gleichen Grad der Dichtigkeit, haben können; ſo ereignen ſich in der Ausrechnung ſo viel

Schwierigkeiten, daß auch die obgemeldeten Methoden der Herren Bernoulli kaum hinreichend ſind, dieſelben zu überwinden. Denn da, wie wir ſchon oben erinnert haben, die Bewegung eines jeglichen Theilchens, ſo lange die Ausbreitung dauret, beſtändig vermehret wird, ſo muß auch ein jegliches Theilchen von hinten ſtärker, als von vornen gedruckt werden: folglich muß die elaſtiſche Kraft hinten immer gröſſer ſeyn, als vorne. Wenn alſo eine Kugel vor dem Pulver befindlich iſt, ſo muß dieſelbe nach der Entzündung immer nur von der kleinſten Kraft, womit die Theile der Flamme begabet ſind, fortgeſtoſſen werden, weil darauf nur die vorderſten Theile mit ihrer Elaſticität würken. Weil aber die Theilchen dieſer aus dem Pulver erzeugten elaſtiſchen Materie ſo ſehr ſubtil ſind, und alſo eine ſehr geringe Kraft erfordert wird, um dieſelben in Bewegung zu ſetzen, ſo kann auch die Ungleichheit in der Elaſticität nicht merklich ſeyn, dahero wir uns nicht viel von der Wahrheit entfernen werden, wenn wir annehmen, daß in einem jeden Augenblick die Elaſticität durch die gantze ſubtile Materie gleich zertheilet ſey. Auf dieſe Art fallen aber die gröſten Schwierigkeiten weg, und die Frage kann nach den obgemeldeten Methoden folgender geſtalt aufgelöſet werden. *Fig.* 9.

Weil man die aus dem Pulver durch

die Entzündung erzeugte ſubtile elaſtiſche Materie als eine ſeyr ſtark zuſammen gepreßte Luft anſehen kann, ſo wollen wir ſetzen, daß im erſten Augenblick nach der Entzündung in dem hohlen Cylinder AABB der Raum AACC mit dergleichen zuſammen gepreßten Luft erfüllet geweſen. Es ſey nun die Länge dieſes gantzen Cylinders AB $= a$; die Weite deſſelben $= cc$, und die Länge AC $= b$; die in dieſem Raum AC zuſammen gepreßte Luft aber ſey m mahl dichter, als die natürliche Luft, ſo wird auch nach der gemeinen Regel die Elaſticität derſelben m mahl gröſſer ſeyn, als die Elaſticität der natürlichen Luft. Wenn wir alſo die Höhe des Queckſilbers in dem Barometer ſetzen $= h$, deren Schwehre der Elaſticität der natürlichen Luft gleich iſt, ſo wird die Elaſticität der natürlichen Luft durch das Gewicht einer Luft-Säule, deren Höhe $= 12000\, h$, ausgedrucket werden, folglich wird die Elaſticität der in dem Raum AC zuſammen gepreßten Luft dem Druck einer natürlichen Luft-Säule, welche $12000\, mh$ hoch iſt, gleich ſeyn. Laſſt uns nun ſetzen, daß ſich dieſe Luft nach einiger Zeit ſchon bis MM ausgedehnet habe, und nennen die Länge dieſes Raums AM $= x$; ſo wird die Dichte der durch dieſen Raum ausgebreiteten Luft ſich zur anfänglichen Dichte in AC verhalten, wie AC zu AM, das iſt, wie b zu x, und alſo wird

wird dieſelbe noch $\frac{mb}{x}$ mahl gröſſer ſeyn, als die natürliche Luft, und ihre Elaſticität wird dem Gewicht einer natürlichen Luft-Säule gleichen, deren Höhe iſt $= \frac{2000\ mbb}{x}$. Wenn wir nun annehmen, daß ſich dieſe Luft gantz allein durch ihre Kraft ausbreite, und weder eine Kugel noch einen Pfropf vor ſich her ſtoſſen müſſe, ſo kann die Geſchwindigkeit, mit welcher dieſe Ausdehnung geſchieht, auf einen jeglichen Augenblick, u. an einem jeglichen Orte, alſo beſtimmet werden. Es ſey $\sqrt{v}$ die Geſchwindigkeit, mit welcher ſich die vorderſte Scheibe MM gegen BB fort beweget, dergeſtalt daß v die Höhe andeutet, aus welcher ein ſchwerer Körper durch den Fall eben diejenige Geſchwindigkeit erhält, mit welcher die Scheibe MM fortgehet. Da wir nun annehmen, daß ſich die zuſammengedruckte Luft beſtändig gleichförmig ausbreite, ſo wird eine jegliche andere Scheibe ZZ um ſo viel langſamer fortgehen, je näher dieſelbe dem Boden AA iſt. Wenn wir alſo dieſe Entfernung AZ $= z$ ſetzen, ſo wird die Geſchwindigkeit in ZZ ſeyn $= \frac{z\sqrt{v}}{x}$ und in dem die vordere Scheibe MM durch den unendlich kleinen Weg M$m = dx$ fortrücket, ſo wird die Scheibe ZZ durch einen

Weg,

Weg, ſo $= \frac{zdx}{x}$ fortgehen. Da aber die Geſchwindigkeit vermehret wird, ſo wollen wir nach den Regeln der Differential-Rechnung ſetzen, daß indem MM durch Mm fortgehet, die Höhe v um dv oder die Geſchwindigkeit ſelbſt $\sqrt{v}$ um $\frac{dv}{2\sqrt{v}}$ vermehret werde, ſo wird in eben der Zeit die Geſchwindigkeit der Scheibe ZZ um $\frac{zdv}{2x\sqrt{v}}$, und die Höhe $\frac{zzv}{xx}$, aus welcher dieſe Geſchwindigkeit erlanget wird, um $\frac{zzdv}{xx}$ zunehmen. Wir wollen nun der Scheibe ZZ eine Dicke Z$z = dz$ geben, dergeſtalt, daß ihr Inhalt ſeyn ſoll $= ccdz$, und da die Luft in dieſem Zuſtand $\frac{mb}{x}$ mahl dichter iſt, als die natürliche, ſo wird die Scheibe ZZzz in Anſehung der Materie, einer gleich dicken Scheibe natürlicher Luft gleichen, deren Höhe $= \frac{mbdz}{x}$. Da nun die Bewegung dieſer Scheibe vermehret wird, keine ſolche Vermehrung aber ohne Kraft hervorgebracht werden kann, ſo wollen wir ſetzen, daß die Kraft, wodurch die Geſchwindigkeit der Scheibe

Scheibe ZZzz vermehret wird, dem Gewicht einer natürlichen gleich dicken Luft-Säule gleiche, deren Höhe = 12000 *p*. Weil wir nun geſehen, daß indem dieſe Scheibe durch den Weg $\frac{zdx}{x}$ fortrückt, die ihre Geſchwindigkeit beſtimmende Höhe $\frac{zzv}{xx}$ um $\frac{zzdv}{xx}$ wachſe: ſo muß ſich nach den Grund-Geſetzen der Mechanic dieſer Zuwachs $\frac{zzdv}{xx}$ zu dem Wege $\frac{zdx}{x}$ verhalten, wie die fortſtoſſende Kraft 12000 *ccp* zum Gewicht der Scheibe $\frac{mbccdz}{x}$, das iſt

$$\frac{zzdv}{xx} : \frac{zdx}{x} = 12000\,ccp : \frac{mbccdz}{x}.$$

woraus man bekommt die Gröſſe der zur Fortreibung dieſer Scheibe erforderten Kraft

$$12000\,ccp = \frac{mbcczdz\,dv}{xxdx} = \frac{mbcc\,dv}{xxdx} \cdot zdz.$$

Da nun zu der unendlich kleinen Scheibe ZZzz ſo viel Kraft erfordert wird, ſo wird das Integrale der gefundenen Formul nehmlich $\frac{mbccdv}{xxdx} \cdot \frac{zz}{2}$ die Kraft anzeigen, welche zur

zur Acceleration der im Raum AAZZ befindlichen Luft nöthig iſt, und wann wir jetzt $z=x$ ſetzen, ſo kommt die gäntzliche Kraft, von welcher die Acceleration aller im Raum AAMM eingeſchloſſenen Luft herrühret, heraus, und wird $= \frac{mbccdv}{2dx}$. Dieſe Kraft muß nun, wenn kein Wiederſtand vorhanden, der elaſtiſchen Kraft, womit dieſe zuſammen gedruckte Luft begabet iſt, gleich ſeyn, welche durch das Gewicht einer natürlichen Luft-Säule, deren Höhe $= \frac{12000\,mbb}{x}$ und Dicke $= cc$ ausgedruckt worden, folglich bekommen wir dieſe Vergleichung:

$$\frac{dv}{2dx} = \frac{12000\,b}{x}; \text{ oder } dv = \frac{24000\,bdx}{x}.$$

davon das Integrale gibt $v = 24000\,b\,l\frac{x}{b}$.

Wenn wir nun für x ſetzen $AB = a$, ſo bekommen wir die Höhe, aus welcher eben diejenige Geſchwindigkeit erzeuget wird, womit die in unſerm hohlen Cylinder zuſammen gepreßte Luft bey der Oefnung BB herausfahren wird; und dieſe Höhe iſt alſo $= 24000\,b\,l\frac{a}{b}$. Wobey zu merken, daß alhier für $l\frac{a}{b}$ nicht die gewöhnlichen Logarithmi, ſondern

ſondern die ſo genannten hyperboliſchen Logarithmi genommen werden müſſen. Wenn man ſich aber der gemeinen bedienen will, ſo muß man dieſelben mit dieſer Zahl 2,30258509 multipliciren, oder man bekommt $v = 55261\, b\, l \frac{a}{b}$. Will man aber wiſſen, wie viel Schuhe dieſe Geſchwindigkeit in einer Secunde betrage; ſo darf man nur die Länge b in tauſendſten Theilen eines Rheinländiſchen Schuhes ausdrucken, und die Quadrat-Wurzel aus v durch 4 dividiren. Wenn nun $b = 30$ Engliſche Zoll genommen wird, ſo iſt nach Rheinländiſchem Maaß $b = 2425$: und die geſuchte Geſchwindigkeit beträgt $\frac{1}{4} \sqrt{55261 . 2425\, l \frac{a}{b}}$ Rheinl. Schuhe in einer Secunde. In dem von dem Autore zu erſt angeführten Exempel war $a = 45$ und $b = 2\frac{5}{8}$, folglich $\frac{a}{b} = \frac{360}{21} = \frac{120}{7}$, dahero mußte in dieſem Fall die Flamme, wenn weder Kugel noch Vorſchlag vor das Pulver geladen worden, und auch kein äuſſerlicher Wiederſtand vorhanden wäre, aus dem Lauf mit einer Geſchwindigkeit heraus fahren, womit in einer Secunde ſo viel Schuhe, als dieſe Zahl $\frac{1}{4} \sqrt{55261 . 2425 . 1,23438}$ an-

zeigt, werden durchlaufen können. Da nun

l 55261	=	4, 7424187
l 2425	=	3, 3847117
l 1, 23408	=	0, 0913435
die Hälfte		8, 2184740
genommen		4, 1092370
ſubtr. l 4	=	0, 6020600
ſo beträgt dieſe Ge-		3, 5071770

ſchwindigkeit ſo viel Schuh 3215 in einer Sec. Welche Zahl mehr als um die Hälfte kleiner iſt, als diejenige, welche der Autor durch ſeine Experimenta herausgebracht; ungeachtet wir hier weder auf den Gegendruck der Luft, noch auf den Wiederſtand derſelben, geſehen haben, welche beyde Umſtände dieſe Geſchwindigkeit noch mehr verringern müſſen. Denn, da der Gegendruck der Luft dem Gewicht des Queckſilbers im Barometer, und folglich einer Luft-Säule, ſo 12000 b hoch iſt, gleichet, der Wiederſtand einer Luft-Säule aber, deren Höhe $= v$ gleich iſt, ſo wird die ſämtliche Reſiſtenz $= (12000\,b + v)\,c^2$, welche in der obigen Rechnung von der fort ſtoſſenden Kraft $\frac{12000\,mbccb}{x}$ abgezogen werden muß. Dahero wir dieſe Vergleichung erhalten

$$\frac{mb\,dv}{2dx} = \frac{12000\,mbb}{x} - 12000\,b - v,$$

welche

welche in dieſe verwandelt wird

$$dv + \frac{2v\,dx}{mb} = \frac{24000\,bdx}{x} - \frac{24000\,bdx}{mb}.$$

Dieſe Æquation wird integrabel, wenn man ſie mit $e^{\frac{2x}{mb}}$ multipliciret, allwo e die Zahl bedeutet, deren logarithmus hyberbolicus gleich iſt 1, oder es iſt $e = 2,718281828$; das Integrale ſelbſt aber wird:

$$e^{\frac{2x}{mb}} v = 24000\, b \int \frac{e^{\frac{2x}{mb}} dx}{x} - 12000\, b\, e^{\frac{2x}{mb}}.$$

Wenn nun m eine ſo groſſe Zahl andeutet, daß der Bruch $\frac{2x}{mb}$ ſehr klein wird;

ſo wird beynahe $e^{\frac{2x}{mb}} = 1 + \frac{2x}{mb}$.

und folglich $\int \frac{e^{\frac{2x}{mb}} dx}{x} = l\frac{x}{b} + \frac{2x}{mb} - \frac{2}{m}$.
weil dieſes Integrale verſchwinden muß, wenn $x = b$. Dahero bekommt man:

$$\left(1 + \frac{2x}{mb}\right)v = 24000b\, l\frac{x}{b} + \frac{24000bx}{mb} - \frac{24000b}{m}.$$

 Man

Man multiplicire durch $\frac{1}{1+\frac{2x}{mb}}$ oder durch $1-\frac{2x}{mb}$. ſo wird:

$$v = 24000\, b \left(1-\frac{2x}{mb}\right) l\frac{x}{b}$$

$$+\frac{24000\, bx}{mb} - \frac{24000\, b}{m}.$$

wenn man nehmlich die terminos, welche allzu klein werden, auslåſſt. Um nun die Geſchwindigkeit zu bekommen, mit welcher die Flamme bey der Mündung BB hervor bricht, ſo ſetze man $x = a$, und damit man ſich der gemeinen Logarithmen bedienen könne, ſo multiplicire man den gefundenen Logarithmum mit 2,30258509, woher entſpringt:

$$v = 55261\, b \left(1-\frac{2a}{mb}\right) l\frac{a}{b}$$

$$+\frac{24000\, ba}{mb} - \frac{24000\, b}{m}.$$

Hier iſt, wie wir vorher geſehen, $b = 2425$ tauſendſte Theile eines Rheinlåndiſchen Schuhes, und wenn wir mit dem Autore annehmen $m = 1000$, und für den vorigen Fall ſetzen $\frac{a}{b} = \frac{120}{7} = 17,1428$; ſo wird $l\frac{a}{b} = 1,2340832$ und alſo $v = 160646077$; und die Geſchwindigkeit wird in einer Secunde

3168

3168 Schuhe betragen: welche nicht viel geringer iſt, als diejenige, welche wir vorher, ohne auf die Reſiſtenz der Luft zu ſehen, heraus gebracht haben.

II. Anmerkung.

Wenn nun des Autoris Experimente, und die daraus gemachten Schlüſſe, ihre Richtigkeit haben; ſo iſt dieſe Geſchwindigkeit, welche wir hier aus der Theorie gefunden, viel zu klein. Dieſelbe würde aber noch viel kleiner heraus gekommen ſeyn, wenn wir der Wahrheit gemäß in Betrachtung gezogen hätten, daß ſich nicht alles Pulver im erſten Augenblick zugleich entzünde, und ferner würde noch über dieſes die Betrachtung der gröbern Theilchen des Pulvers eine merkliche Verminderung in dieſer Geſchwindigkeit verurſachet haben. Solten dieſe Umſtände, wie wohl zu vermuthen, ſo viel austragen, daß die Geſchwindigkeit in dem angeführten Exempel nicht viel über 2000 Schuhe in einer Secunde ausmachte; ſo würde auch keine Kugel mit einer ſo groſſen Geſchwindigkeit heraus getrieben werden könntn, als durch die Experimente des Autoris gefunden worden. Ja wenn wir ſo gar zugeben wollten, daß ſich alles Pulver auf einmal entzünde, und daß auch die gröbern Theile der Bewegung der ſubtilern nicht hindern; ſo würde doch die Ge-

ſchwindigkeit der Kugel weit kleiner heraus kommen, als ſolche in der That befunden wird. Um dieſes deutlicher vor Augen zu legen, ſo dürfen wir nur in der obigen Rechnung auſſer den Theilchen der zuſammen gepreſſten Lufft, welche in Bewegung geſetzt werden möchten, noch eine Kugel in Betrachtung ziehen. Laſt uns alſo ſetzen, daß ſich vor der zuſammen gepreſſten Lufft in MM noch eine Kugel befinde, deren Gewicht einer Luft-Säule gleiche, welcher Dicke $= cc$ und Höhe $= k$. Weil nun dieſe Kugel mit der forderſten Scheibe MM einerley Bewegung hat, wenn wir annehmen, daß dieſelbe von einer Kraft, welche dem Gewicht einer natürlichen Luft-Seule ſo hoch $=$ P gleich iſt, fort getrieben werde; ſo bekommen wir nach den Grund-Geſetzen der Bewegung dieſer Vergleichung.

$kdv = \mathrm{P}\,dx$, und alſo $\mathrm{P} = \frac{kdv}{dx}$. Dieſe Kraft muß zu derjenigen, welche zur Accelera-tion der Flamme ſelbſt erfordert worden, $\frac{mbccdv}{2dx}$, addirt werden, und da bekommt man die völlige zur acceleration erforderte Kraft $= \frac{mbccdv}{2dx} + \frac{kccdv}{dx}$, welche der Elaſticitæt, wodurch die Bewegung in der That fortgeſetzet wird, gleich ſeyn muß, wenn

wir

wir nehmlich, welches ohne merklichen Fehler geſchehen kan, die Reſiſtentz der Luft aus der Acht laſſen. Auf dieſe Art erhalten wir dieſe Æquation, nachdem wir durch cc dividiret.

$$\frac{mb\,dv}{2dx} + \frac{k\,dv}{dx} = \frac{12000\,mbb}{x}$$ und folglich

$$v = \frac{24000\,mbb}{mb+2k}\, l\,\frac{x}{b}.$$

Hieraus erhellet, daß die Geſchwindigkeit der Kugel immer weit kleiner ſeyn müſſe, als die Geſchwindigkeit der bloſſen Flamme, welche durch dieſe Æquation $v = 24000\,b\,l\,\frac{x}{b}$ ausgedruckt gefunden worden. Es wird ſich alſo die Geſchwindigkeit der Kugel verhalten zur Geſchwindigkeit der bloſſen Flamme, welche dieſelbe unter gleichen Umſtänden erlangt haben würde, wie $\sqrt{mb}$ zu $\sqrt{(mb+2k)}$ oder wie 1 zu $\sqrt{(1+\frac{2k}{mb})}$ Da nun in dem vorher angeführten Exempel die Geſchwindigkeit der bloſſen Flamme 3168 Schuhe in einer Secunde betragen; ſo wird die Geſchwindigkeit der Kugel, ſo unter eben denſelben Umſtänden heraus geſchoſſen worden, in einer Secunde nur $\frac{3168}{\sqrt{(1+\frac{2k}{mb})}}$ Schuhe aus-

tragen. Es iſt aber hier $m = 1000$, $b = 2\frac{5}{8}$ Zoll, und da die Kugel von Bley geweſen, ſo wird $k = 4900$ Zoll; folglich wird $V(1 + \frac{2k}{mb}) = V\frac{12425}{2625}$ und alſo die verlangte Geſchwindigkeit der Kugel von 1456 Schuhe in einer Secunde gefunden werden, welche Geſchwindigkeit weit kleiner iſt, als diejenige, welche in eben dieſem Fall die Verſuche zu erkennen gegeben haben. Dieſelbe würde aber noch geringer heraus gekommen ſeyn, wenn wir die gröberen Theile des Pulvers, und auch noch dieſes in Betrachtung gezogen hätten, daß ſich nicht alles Pulver auf einmal entzünde. Aus allem dieſem erhellet nun gantz deutlich, daß die von dem Autore angegebne Theorie von der Gewalt des Pulvers mit ſeinen eigenen Experimenten unmöglich beſtehen könne, und daß eine weit gröſſere Kraft in dem Pulver verborgen liegen müſſe, als der Autor glaubt. Wir ſind alſo genöthiget, je länger je mehr der Meynung des tiefſinnigen Herrn Daniel Bernoulli beyzupflichten, welcher in ſeiner Hydrodynamic behauptet, daß die erſte Elaſticität der im Pulver befindlichen ſubtilen Materie, bey nahe 10000 mahl gröſſer ſey, als die Elaſticität der natürlichen Luft. Da nun das Pulver ſelbſt nicht einmahl 1000 mahl ſchwerer iſt, als die Luft, und nur $\frac{3}{10}$ davon die zuſammen

mengedruckte Luft ausmachen; ſo folget hieraus nothwendig, daß in ſo ſehr ſtarken Zuſammenpreſſungen der Luft die Elaſticität derſelben nach einer gröſſeren Verhältniß vermehret werde, als die Dichtigkeit. Denn wenn man dieſes nicht zugeben will, ſo kann man in dem Pulver unmöglich diejenige Kraft finden, welche doch nach den Experimenten würklich darinne ſteckt. Solchergeſtalt wird derjenige Grundſatz des Verfaſſers, welchen wir ſchon oben in Zweifel gezogen, daß nehmlich die Elaſticität der Luft immer ihrer Dichtigkeit proportional ſey, gänzlich umgeſtoſſen: und dieſer Satz kann nicht anders beybehalten werden, als wenn die Luft nicht allzuſehr zuſammen gedruckt wird. Die Beweis-Gründe, welche der Autor anführt, gehen auch nur auf dieſen Fall, wie in der daſelbſt beygefügten Anmerkung erinnert worden. Derowegen muß, um die Würkungen des Pulvers zu erklären, eine ganz andere Lehre von der Natur der Luft zu Hülfe genommen werden. Zu dieſem Ende ſcheinet nun keine bißher bekannte Theorie der Luft bequemer zu ſeyn, als diejenige, welche ich im 2ten Theil der Comment. der Academie zu Petersburg gegeben, allwo ich aus dem Begriff, den ich mir von dem Zuſtande der Luft formiret hatte, folgendes gefunden. Da die Luft aus Materie beſtehet, ſo iſt für ſich

 klar,

klar, daß ſich dieſelbe nicht unendlich weit zuſammen drucken laſſe; dahero muß es einen Grad der Dichtigkeit geben, welchen man in Zuſammenpreſſung der Luft nicht überſchreiten kann. Es ſey alſo dieſer höchſte Grad der Dichtigkeit der Luft q mahl gröſſer, als die Dichtigkeit der natürlichen; und wenn man dieſe Zahl q als bekannt annimmt, ſo habe ich gefunden, daß ſich die Elaſticität der natürlichen Luft, zur Elaſticität einer Luft, welche m mahl dichter iſt, als die natürliche, verhalten müſſe, wie

$$\sqrt[3]{q^2} - \sqrt[3]{(q-1)^2} \text{ zu } \sqrt[3]{q^2} - \sqrt[3]{(q-m)^2}.$$

Da nun die Elaſticität der natürlichen Luft, durch einen Cylinder von Queckſilber, deſſen Höhe $= b$ ausgedrucket wird, ſo wird die Elaſticität der Luft, wenn dieſelbe m mahl dichter iſt, durch einen Cylinder von Queckſilber angezeigt werden, deſſen Höhe $= \frac{\sqrt[3]{q^2} - \sqrt[3]{(q-m)^2}}{\sqrt[3]{q^2} - \sqrt[3]{(q-1)^2}} b$. Weil aber q eine ſehr groſſe, und allem Anſehen nach gröſſere Zahl iſt, als m immer ſeyn kann, ſo wird zu unſerm Vorhaben genau genug ſeyn $\sqrt[3]{(q-1)^2} = \sqrt[3]{q^2} - \frac{2}{3\sqrt[3]{q}} - \frac{1}{9q\sqrt[3]{q}}$ und $\sqrt[3]{(q-m)^2} = \sqrt[3]{q^2} - \frac{2m}{3\sqrt[3]{q}} - \frac{mm}{9q\sqrt[3]{q}}$. Derowegen wird

die

die Elaſticität der Luft, wenn ſie m mahl dichter iſt, als die natürliche, alſo ausgedruckt werden. $\frac{6mq+mm}{6q+1}h=(m+\frac{m(m-1)}{6q})h.$ oder die Elaſticität der natürlichen Luft wird ſich verhalten zur Elaſticität einer Luft, welche m mahl dichter iſt, als die natürliche, wie 1 zu $m+\frac{m(m-1)}{6q}$. Aus welcher Formul zugleich die gemeine Regel erhellet, daß wenn m keine allzugroſſe Zahl iſt, die Elaſticität immer der Dichte ziemlich genau proportional ſey. Wenn aber die Zahl m anfängt, ſo groß zu werden, daß der Bruch $\frac{m(m-1)}{6q}$ nicht mehr aus der Acht gelaſſen werden kann; ſo muß die Abweichung der gemeinen Regul von der Wahrheit merklich werden. Dieſes beruhet aber auf der Gröſſe der Zahl q, welche uns unbekannt iſt: wir würden aber dieſelbe beſtimmen können, wenn wir nur in einem einzigen Fall wüſten, wir viel die gemeine Regel von der Wahrheit abwiche. Da wir nun aus den angeführten Gründen deutlich ſehen, daß, wenn die natürliche Luft in einen 244 mahl kleinern Raum zuſammen gedruckt wird, als welcher Fall im Pulver ſtatt findet, ihre Elaſticität vielmehr mahle vermehrt

mehrt werden müßte, ohne auf diejenige Vermehrung zu ſehen, welche von der Erhitzung herrührt; ſo folget, daß die Zahl $6q$ viel kleiner, als 244. 243 ſeyn müßte. Sollte die Elaſticität der gemeldeten zuſammen gedruckten Luft 300 mahl gröſſer ſeyn, als der natürlichen; ſo würde $56 = \frac{244.\ 243}{6q}$

und folglich $q = \frac{244.\ 243}{336}$ und alſo kleiner

als 244, welches wieder unſere feſtgeſetzten Begriffe laufft. Es iſt aber zu merken, daß wenn die Zahl m nicht viel kleiner iſt, als q, die obgedachte Näherung nicht ſtatt finden könne; dahero in ſolchen Fällen nachfolgende Regel gebraucht werden muß. Nehmlich, die Elaſticität der natürlichen Luft muß ſich verhalten zur Elaſticität einer m mahl dichtern

Luft, wie $\frac{2}{3\sqrt[3]{q}} + \frac{1}{9q\sqrt[3]{q}}$ zu $\sqrt[3]{q^2} - \sqrt[3]{(q-m)^2}$

das iſt wie $6q + 1$ zu $9qq - 9q\sqrt[3]{q\ (q-m)^2}$. Wenn alſo $m = 244$, ſo kann die Vermehrung der Elaſticität nicht gröſſer werden, als wenn auch $q = 244$. In dieſem Fall würde ſich alſo die Elaſticität der im Pulver zuſammen gedruckten Luft $\frac{9qq}{6q+1}$, das iſt 366 mahl gröſſer ſeyn, als die Elaſticität der Luft

in

in ihrem natürlichen Zuſtande. Und wenn die Erhitzung dazu kommt, wie unſer Autor dieſelbe beſtimmt; ſo würde die Elaſticität der aus dem Pulver durch die Entzündung befreyten und erhitzten Luft 1500 mahl gröſſer ſeyn, als der natürlichen. Ungeachtet nun dieſes die gröſte Kraft zu ſeyn ſcheinet, welche dem Pulver zugeeignet werden kann; ſo ſieht man doch leicht, daß dieſelbe noch nicht hinlänglich ſeyn würde, die durch die Erfahrung beſtimmte Würkung zu erklären.

III. Anmerkung.

Um derohalben zu einer richtigen Erkenntniß der im Pulver enthaltenen Kraft zu gelangen, ſo hat man erſtlich zu erwegen, daß die im Pulver enthaltene Luft, nachdem dieſelbe mit der natürlichen einerley Grad der Dichtigkeit angenommen, einen 244 mahl gröſſern Raum ausfüllt, als vorher das gantze Weſen des Pulvers eingenommen; die zuſammen gepreßte Luft im Pulver aber nur ungefehr den dritten Theil deſſelben betrage. Dahero muß die Luft im Pulver vor der Entzündung noch ungefähr drey mahl, oder nach dem Autore $\frac{10}{3}$ mahl mehr zuſammen gepreßt, und folglich 813 mahl dichter geweſen ſeyn, als die natürliche Luft. In einem ſolchen ſo ſehr zuſammen gepreßten Zuſtande befindet ſich demnach die Luft im Salpeter verſchloſ-

ſen

ſen, und da der obige Werth des Buchſtaben q nicht kleiner, als dieſe Zahl 813 angenommen werden kann, ſo ſcheinet der Wahrheit am meiſten gemäß zu ſeyn, daß q gleich ſey 813 oder nach einer graden Zahl $q = 800$. Denn weil ſich dieſer Grad der Dichtigkeit der Luft in allem Salpeter beſtändig befindet, ſo iſt zu vermuthen, daß eben dieſes auch der gröſte mögliche Grad der Zuſammenpreſſung ſey. Hieraus iſt nun leicht zu erachten, wie ungeheure Kräfte zu Erzeugung des Salpeters erfordert werden, und da ſich ſolche Kräfte in der Natur würklich befinden, ſo iſt ſehr wahrſcheinlich, daß dadurch die Luft in dem Salpeter auf den höchſten möglichen Grad zuſammen gedruckt werde, und daß aus eben dieſem Grunde die Gleichheit zwiſchen den verſchiedenen Theilen des Salpeters beruhe. Wenn wir alſo ſetzen, daß die gröſte Dichtigkeit, wozu die Luft durch die Zuſammenpreſſung gebracht werden kann, 800 mahl gröſſer ſey, als die natürliche, in welchem Zuſtand folglich die Luft eben ſo dicht, als das Waſſer ſeyn würde, welche Gleichheit nicht wenig zu Beſtätigung dieſes Satzes beyzutragen ſcheinet; ſo ſind wir im Stande, eine vollſtändige Theorie über die verſchiedenen Grade der Elaſticität, welche ſich in der Luft nach den verſchiedenen Graden der Dichtigkeit befindet, zu geben. Denn wenn wir die Elaſticität

ſticität der natürlichen Luft durch 1 anzeigen, ſo wird die Elaſticität einer Luft, welche *m* mahl dichter iſt, als die natürliche, durch dieſe Zahl $1200-3\sqrt[3]{100(800-m)^2})(1-\frac{1}{4800})$ ausgedrückt werden, woraus folgende Schlüſſe gemacht werden können.

Erſtlich, wenn *m* eine ſehr kleine Zahl iſt, ſo wird die Elasticitæt $= m + \frac{m(m-1)}{4800}$. Dahero wenn *m* ein Bruch iſt, welches geſchieht, wenn die Luft nicht zuſammen gedruckt, ſondern verdünnert wird, ſo iſt die Elasticitæt immer der Dichte proportional, wie die gemeine Regel mit ſich bringt, und auch alle Experimente, welche über die Verdünnerung der Luft angeſtellt worden, bezeugen.

Zweytens, wenn die Luft in einen 16 mahl kleinern Raum zuſamen geſtoſſen wird, welches faſt der höchſte Grad iſt, den man durch menſchliche Kräfte im Experimentiren erreichen kan; ſo wird die Elasticitæt ſchon 16 $\frac{1}{20}$ mahl gröſſer, als die Elasticitæt der natürlichen Luft. Da nun dieſer Unterſcheid kaum zu erkennen iſt, ſo hat man ſich nicht zu verwundern, daß bißher die Unrichtigkeit der gemeinen Regel nicht durch Verſuche hat entdecket werden können.

Drittens, wenn *m* eine gröſſere Zahl iſt, als 16

ſo

ſo wird die Abweichung der gemeinen Regel ſchon merklicher. Weil aber in dieſen Fällen die Formul $m + \frac{m(m-1)}{4800}$ ſchon von der Wahrheit abzugehen anfängt, ſo muß man ſich der erſten nehmlich $(1200 - 3\sqrt[3]{100\,(800-m)^2})\,(1-\frac{1}{4800})$ bedienen. Wenn alſo geſetzet wird $m = 100$, ſo wird die Elaſticitæt $= (1200 - 3\sqrt[3]{4900000})\,(1-\frac{1}{4800}) = 102,19$. Setzt man aber $m = 300$, ſo wird die Elaſticitæt $=$

$$(1200 - 3\sqrt[3]{25000000})\;(1-\frac{1}{4800})$$

$= 322,73$.

Setzt man aber viertens, $m = 800$, wie in dem Salpeter und Pulver würklich geſchieht, ſo wird die Elaſticität $= 1200$. Wenn nun noch dazu die Erhitzung von der Flamme kommt, ſo kann dieſelbe beynahe noch um 5 mahl gröſſer, und alſo über 5000 mahl gröſſer werden, als der natürlichen Luft. Solchergeſtalt bekommen wir alſo eine Gewalt, welche 5 mahl gröſſer iſt, als diejenige, welche der Verfaſſer angiebt; und welche folglich, allem Anſehen nach, vermögend ſeyn wird, nach Abzug aller obgemeldeten Hinderniſſe diejenigen Würkungen hervor zu bringen, welche uns die Erfahrung an die Hand giebt.

Wie

Wie weit alſo dieſe Lehre mit der Erfahrung übereinſtimme, wollen wir in der folgenden Anmerkung unterſuchen.

IV. Anmerkung.

Laßt uns alſo wiederum ſetzen, daß in dem hohlen Cylinder AABB der Raum AACC mit Pulver angefüllet worden. *Fig.* 9. Da nun die zuſammen gepreßte Luft $\frac{3}{10}$ Theil des ganzen Gewichts des Pulvers ausmacht; ſo kommen hier dreyerley Materien zu betrachten vor: Erſtlich dieſe zuſammen gepreßte Luft, welche, wie gezeiget worden, 800 mahl dichter iſt, als die natürliche; zweytens die groben Theile, woraus das Pulver beſtehet, und drittens die natürliche Luft; welche ſich zwiſchen den Pulver-Körnern befindet. Dieſe dreyerley Materien erfüllen den Raum AACC, und es ſcheinet, daß wir uns von der Wahrheit nicht merklich entfernen, wenn wir annehmen, daß die natürliche Luft $\frac{1}{4}$ des Raums AACC, die zuſammen gepreßte Luft auch $\frac{1}{4}$ und die gröbere Materie $\frac{2}{4}$ einnehmen. So bald alſo die zuſammen gepreßte Luft durch die Entzündung aus ihren Behältniſſen befreyet wird, ſo vermiſchet ſie ſich mit der natürlichen Luft, und nimmt folglich einen zweymahl gröſſern Raum ein, als vorher, dergeſtalt, daß dieſelbe nunmehr nur

400 mahl dichter ſeyn wird, als die natürliche. Die übrige Helfte des Raums AACC bleibt von der gröbern Materie eingenommen. Weil nun dieſe weder gantz durch die folgende Ausbreitung der Luft mit der erſten Scheibe CC fortgetrieben wird, noch auch völlig bey dem Grunde AA zurück bleibet; ſo werden wir der Wahrheit am nächſten kommen, wenn wir ſetzen, daß eine Helfte der gröberen Materie an dem Grunde AA zurück bleibe, die andere Helfte aber vor der Luft her getrieben werde. In dem erſten Augenblick alſo, nachdem ſich das Pulver entzündet, welches, wie der Autor will, auf einmahl geſchehen ſoll; ſo wird der Raum AACC dergeſtalt angefüllt ſeyn, daß der erſte vierte Theil AAEE eine Helfte der gröberen Materie des Pulvers, das letzte Viertel CCFF die andere Helfte, und die mittlere zwey Viertel EEFF die zuſammen gedruckte Luft, welche 400 mahl dichter iſt, als die natürliche, in ſich enthalten. Wenn alſo die Länge des Raums AC $= b$ geſetzt wird, ſo iſt AE $= \frac{1}{4} b$; und CF $= \frac{1}{4} b$; und EF $= \frac{1}{2} b$. Weil nun die gröberen Theile des Pulvers ſchwehrer ſind, als Waſſer, ſo wollen wir ſetzen, daß die in CCFF enthaltene gröbere Materie einer gleich dicken natürlichen Luft-Säule gleiche, deren Höhe $=$ 1000 CF $= 250\, b$. Damit aber unſere Rechnung nicht auf dieſe Hypo-

Hypotheſes, als woran man noch einigen Zweifel haben könnte, eingeſchränket werde; ſo wollen wir auf eine allgemeine Art ſetzen:

$$EF = \frac{1}{\alpha} b: AE = CF = \frac{\alpha - 1}{2\alpha} b,$$ und

die in EEFF enthaltene Luft, ſoll m mahl dichter ſeyn, als die natürliche; die gröbere Materie in CCFF aber ſoll n mahl ſchwehrer, als die gemeine Luft angenommen werden: dahero wenn man ſetzen wird $\alpha = 2$; $m = 400$ und $n = 1000$, ſo kommen die vorher gegebenen Beſtimmungen heraus.

Laßt uns nun ferner ſetzen, daß ſich nach Verflieſſung einiger Zeit die in EEFF zuſammen gepreßte Luft biß in EEMM ausgebreitet, und die in FFCC enthaltene gröbere Materie bis in MMNN fortgeſtoſſen habe, dergeſtalt, daß $MN = FC = \frac{\alpha - 1}{2\alpha} b$; ſo wird, wenn wir $EM = x$ ſetzen, die Dichtigkeit der in EEMM befindlichen Luft $\frac{mb}{\alpha x}$ mahl gröſſer ſeyn, als der natürlichen. Wenn alſo b für die Höhe einer Luft-Säule angenommen wird, deren Gewicht der Elaſticität der natürlichen Luft gleich iſt, ſo wird ungefehr $b = 29100$ Rheinl. Schuh und die Elaſticität der in EEMM eingeſchloſſenen Luft

wird dem Gewicht einer natürlichen Luft-Säule gleich ſeyn, deren Höhe =

$$\frac{\sqrt[3]{q^2}-\sqrt[3]{\left(q-\frac{mb}{\alpha x}\right)^2}}{\sqrt[3]{q^2}-\sqrt[3]{(q-1)^2}}\,h = \frac{1-\sqrt[3]{\left(1-\frac{mb}{\alpha qx}\right)^2}}{1-\sqrt[3]{\left(1-\frac{1}{q}\right)^2}}\,h.$$

allwo q die Zahl 800 andeutet. Wir wollen aber lieber den Buchſtaben q beybehalten, damit, wenn auf allen Fall ein anderer Werth dafür gefunden werden ſolte, die Rechnung dennoch Platz finden möchte. In dieſer Formul iſt aber die Erhitzung noch nicht in Betrachtung gezogen worden, wodurch nach dem Autore die Elaſticität ungefehr 4 mahl gröſſer wird. Weil aber dieſelbe bisweilen gröſſer, bisweilen kleiner ſeyn kann; ſo wollen wir an ſtatt der Zahl 4, den Buchſtaben β gebrauchen, dahero die geſuchte Elaſticität ſeyn wird =

$$\frac{1-\sqrt[3]{\left(1-\frac{mb}{\alpha qx}\right)^2}}{1-\sqrt[3]{\left(1-\frac{1}{q}\right)^2}}\,\beta\, h.$$

Es ſey ferner νv die Geſchwindigkeit, womit die forderſte Scheibe MM und alſo auch die gröbere Materie MMNN fortgetrieben wird: wo v, wie ſchon oben gemeldet worden, die Höhe andeutet, aus welcher ein ſchwehrer

rer Körper durch den Fall eben dieſelbe Geſchwindigkeit erhält: indem aber die Scheibe MM durch $Mm = dx$ fortrücket, ſo ſoll die obige Höhe v um dv zunehmen. Hieraus ergiebt ſich nun leicht die Kraft, welche erfordert wird, um dieſe Acceleration in der groben Materie MMNN hervorzubringen. Denn da die Materie einer Luft-Säule gleichet, deren Höhe $= \frac{\alpha-1}{2\alpha} nb$; ſo wird die erforderte Kraft dem Gewichte einer gleich dicken Luft-Säule gleich ſeyn, deren Höhe $= \frac{\alpha-1}{2\alpha} \cdot \frac{nbdv}{dx}$. Wenn noch über dieſes eine Kugel fortgetrieben werden ſollte, deren Gewicht einer Luft-Säule, deren Höhe $= k$ gleich wäre; ſo würde die zu Forttreibung dieſer Kugel erforderte Gewalt durch eine Luft-Säule, deren Höhe $= \frac{k\,dv}{dx}$ ausgedruckt werden.

Um aber die Kraft zu beſtimmen, welche zur Acceleration der in EEMM zuſammen gepreßten Luft erfordert wird, deren Dichte ſich zur natürlichen Luft verhält, wie $\frac{mb}{\alpha x}$ zu 1. ſo wollen wir davon eine Scheibe ZZ betrachten, und die Entfernung $EZ = z$ ſetzen. Die

Geſchwindigkeit dieſer Scheibe wird nun, wie wir oben gezeigt haben, ſeyn $= \frac{z\sqrt{v}}{x}$, und indem die forderſte Scheibe MM durch dx fortgehet, ſo wird dieſe durch $\frac{zdx}{x}$ fortrücken: und inzwiſchen die Höhe $\frac{zzv}{xx}$ welche ihre Geſchwindigkeit beſtimmt, um $\frac{zzdv}{xx}$ zu nehmen. Wenn wir nun dieſer Scheibe eine Dicke $Zz = dz$ geben; ſo wird dieſelbe einer Luft-Säule gleichen, deren Höhe $= \frac{mbdz}{ax}$: welche mit $\frac{zzdv}{xx} : \frac{zdx}{x}$ oder mit $\frac{zdv}{xdx}$ multipliciret, die Höhe einer Luft-Säule anzeigt, deren Gewicht der zur Acceleration erforderten Kraft gleich iſt. Dahero dieſe Kraft ſeyn wird $= \frac{mbz.dz\,dv}{axxdx} = \frac{mbdv}{axxdx}.zdz$. wovon das Integrale $\frac{mbdv}{axxdx} . \frac{zz}{2}$ die Kraft ausdrückt, welche zur Acceleration der in EEZZ befindlichen Luft erfordert wird, und wenn man $z = x$ ſetzt, ſo bekommt man die

die Kraft, welche zur Acceleration der ganzen Luft, ſo in EEMM eingeſchloſſen iſt, erfordert wird $= \frac{mbdv}{2\alpha\, dx}$.

Wir wollen nun erſtlich annehmen, es befinde ſich keine Kugel vor dem Pulver, ſondern es werde das Pulver bloß allein ohne einigen Vorſchlag loßgebrennt; und da wird in dieſem Fall die ſämtliche angewandte Kraft ſeyn $= \frac{mbdv}{2\alpha dx} + \frac{\alpha-1}{2\alpha} \cdot \frac{nbdv}{dx} = \frac{(m+(\alpha-1)n)bdv}{2\alpha dx}$. welche der würklichen forttreibenden Gewalt weniger dem Wiederſtand gleich ſeyn müſſen. Nun aber iſt die forttreibende Gewalt der Elaſticität gleich, und alſo $=$

$$\frac{1-\sqrt[3]{\left(1-\frac{mb}{\alpha qx}\right)^2}}{1-\sqrt[3]{\left(1-\frac{1}{q}\right)^2}}\,\beta\, h.$$

Der Wiederſtand beſtehet aber erſtlich aus dem Gegendruck der äuſſern Luft, welche durch b angezeigt wird, und denn aus der Reſiſtenz, welche einer Luft-Säule, deren Höhe $= v$. gleich iſt, folglich bekommen wir dieſe Æquation:

$$\frac{(m+(\alpha-1)n)bdv}{2\alpha dx} = \frac{1-\sqrt[3]{\left(1-\frac{mb}{\alpha qx}\right)^2}}{1-\sqrt[3]{\left(1-\frac{1}{q}\right)^2}}\,\beta h - h - v$$

Weil wir aber ſchon vorher geſehen, daß der Wiederſtand der Luft in dieſem Fall nicht viel austrägt; ſo können wir zur Leichtigkeit der Rechnung zum wenigſten den letzten Terminum v ſicher weglaſſen, und da bekommen wir:

$$\frac{\left(1-\sqrt[3]{(1-\frac{1}{q})^2}\right)\left(m+(\alpha-1)\,n\right)}{2\alpha}\,b\,dv =$$

$$-\left|\left(1-\sqrt[3]{(1-\frac{mb}{\alpha qx})^2}\right)\beta\,h\,dx\right|\left(1-\sqrt[3]{-}(1-\frac{1}{q})^2\right)$$

$b\,dx$. Um dieſe Æquation zu integriren, ſo iſt zu merken, daß

$$\sqrt[3]{(1-\frac{1}{q})^2} = 1-\frac{2}{3q}-\frac{1}{9qq}-\frac{4}{81q^3}-\frac{7}{243q^4}$$

&c. und

$$\sqrt[3]{(1-\frac{mb}{\alpha qx})^2} = \frac{2mb}{3\alpha qx}-\frac{m^2b^2}{9\alpha^2q^2x^2}-\frac{4m^3b^3}{81\alpha^3q^3x^3}-\frac{7m^4b^4}{243\alpha^4q^4x^4}$$

Hernach muß die Integration alſo angeſtellt werden, daß wenn $x = EF = \frac{b}{\alpha}$, die Geſchwindigkelt oder v nichts werde. Dahero bekommt man

(m+

$$\frac{(m+(a-1)n)bv}{2a}\left(\frac{2}{3q}+\frac{1}{9qq}+\frac{4}{81q^3}+\frac{7}{243q^4}+\&c.\right)=$$

$$\beta h\left(\frac{2mb}{3aq}\,l\,\frac{ax}{b}-\frac{m^2b^2}{9a^2q^2x}+\frac{m^2b}{9aq^2}-\frac{2m^3b^3}{81a^3q^3x^2}+\frac{2m^3b}{81aq^3}\ \&c.\right.$$

$$-hx\left(\frac{2}{3q}+\frac{1}{9qq}+\frac{4}{81q^3}\right)$$

$$+\frac{hb}{a}\left(\frac{2}{3q}+\frac{1}{9qq}+\frac{4}{81q^3}\right).$$

Weilen aber die Brüche $\frac{1}{9qq}+\frac{4}{81q^3}+\frac{7}{243q^4}+$ &c. ſo ſehr klein ſind, ſo kann man dieſelben weglaſſen, und da erhält man

$$\frac{(m+(a-1)n)bv}{2a}=\beta h\left(\frac{mb}{a}\,l\frac{ax}{b}+\frac{m^2b}{6aq}-\frac{m^2b^2}{6a^2qx}\right)+\frac{hb}{a}-hx.$$

Setzt man nun die Länge EB $= a$, und macht

macht $x = a$, ſo kömmt die Geſchwindigkeit heraus, mit welcher die Flamme bey der Mündung BB heraus fährt,

$$v = \frac{2m\beta h}{m+(\alpha-1)n}\left(l\frac{\alpha a}{b}+\frac{m}{6q}-\frac{mb}{6\alpha q a}\right)$$

$$-\frac{2h(\alpha a-b)}{(m+(\alpha-1)n)b}.$$

für welche Æquation man, ohne merklich zu fehlen, dieſe nehmen kann:

$$v = \frac{2\beta mh}{m+(\alpha-1)n}\, l\,\frac{\alpha a}{b}.$$ Wenn

wir nun für die Buchſtaben α, β, m, n, und h die oben angezeigten Werthe ſetzen, nehmlich $\alpha = 2$; $\beta = 4$, $m = 400$, $n = 1000$ und $b = 29100$ Rheinl. Schuhe; ſo kommt

$$v = \frac{16}{7}\, h\, l\,\frac{2a}{b}.$$

Laſſt uns nun hernach das oben angeführte Exempel berechnen, wo $b = 2\frac{5}{8}$ Engliſche Zoll, und $a = 45 - \frac{21}{32}$. Dahero iſt $2a = 90 - \frac{21}{16}$ und $\frac{2a}{b} = \frac{1419}{42} = 33,8$.

folglich $l\frac{2a}{b} = 1,528917$, welches aber noch mit dieſer Zahl 2,30258509 multipliciret werden muß. Es iſt aber

$l\,1$,

$$l\ 1,528917 = 0,\ 184383$$
$$l\ 2,302581 = 0,\ 362215$$
$$l\ \tfrac{16}{7} = 0,\ 359021$$

Hiezu addire man den log. 0, 905619
von b in 1000ſten Theilen ei-
nes Rheinl. Schuhes: $lb = 7,\ 463893$

kommt $lv = 8,\ 369512$

und $l\sqrt{v} = 4,\ 184756$

folglich $\sqrt{v} = 15302$

Der vierte Theil hiervon 3825 zeiget, wie viel Schuhe die geſuchte Geſchwindigkeit in einer Secunde betrage. Dieſe nicht allzugroſſe Vermehrung der Geſchwindigkeit, als wel- che vorher von 3215 Schuhen befunden wor- den, ungeachtet wir jetzo eine weit gröſſere Kraft angenommen haben, kömmt hauptſächlich von der gröbern Materie des Pulvers her, davon die Helfte vor der zuſammengepreſſten Luft her- aus getrieben werden muſte. Wenn wir aber geſetzt hätten, daß dieſe grobe Materie gänzlich bey dem Boden des Stücks AA zu- rück bleibe; ſo würde der Terminus, darin- nen n iſt, weggefallen, und alſo dieſe Æqua- tion $v = 2\beta b l \frac{xa}{b}$ oder $v = 8 b l \frac{aa}{b}$ her- ausgekomen ſeyn, woraus eine $\sqrt{\tfrac{7}{2}}$ mahl gröſ- ſere Geſchwindigkeit, das iſt, von 7157 Schu-

hen

hen in einer Secunde erwächſt, welche, nach Abzug des Gegenſtands der Luft, noch ungefehr 7000 Schuh betragen mag, welche Würkung ſehr genau mit der Muthmaſſung des Autoris, welche er aus ſeinen Experimenten gezogen, überein kommt. Denn er ſchlieſſt aus denſelben, daß, wenn die Bewegung der Flamme nicht durch die gröbern Theile des Pulvers gehemmet würde, dieſelbe in dem gegenwärtigen Fall mit einer Geſchwindigkeit von 7000 Schuhen aus dem Lauf heraus gefahren wäre. Es dienet auch inſonderheit zu Bekräftigung unſerer Meynung von der Gewalt des Pulvers, daß die von uns gefundene Geſchwindigkeit etwas gröſſer iſt, als die Experimente anzeigen; weil wegen der allmähligen Entzündung des Pulvers noch etwas abgezogen werden muß.

Wenn ſich vor dem Pulver eine Kugel befindet, ſo kan die vorige Rechnung auch leicht auf dieſen Fall eingerichtet werden. Denn wenn k die Höhe einer Luft-Seule andeutet, deren Gewicht der Schwehre der Kugel gleich iſt; ſo kommt die ſämmtliche Kraft, welche zur Acceleration erfordert wird, heraus =

$$\frac{mbdv}{2\alpha dx} + \frac{\alpha - 1}{2\alpha} \cdot \frac{nbdv}{dx} + \frac{kdv}{dx} =$$

$$(mb + (\alpha - 1) nb + 2\alpha k) \frac{dv}{2\alpha dx},$$ welche

Kraft,

Kraft, da keine Kugel da war, geweſen $=$ $(m+(\alpha-1)\,n)\frac{b\,dv}{2\alpha\,dx}$. Wir dürfen alſo nur in der vorigen Rechnung an ſtatt $m+(\alpha-1)\,n$ ſetzen $m+(\alpha-1)n+\frac{2\alpha k}{b}$, ſo bekommen wir die Geſchwindigkeit, mit welcher die Kugel heraus getrieben wird, durch dieſe Æquation beſtimmt.

$$v=\frac{2\beta\,mbh}{mb+(\alpha-1)nb+2\alpha k}\left(l\frac{\alpha a}{b}+\frac{m}{6q}-\frac{mb}{6\alpha qa}\right)$$

$$-\frac{2h(\alpha a-b)}{mb+(\alpha-1)nb+2ak}$$

Wenn wir nun nach den obigen Bedeutungen ſetzen $\alpha=2$, $\beta=4$, $m=400$, $n=1000$, $q=800$, und $h=29100$ Rheinl. Schuh, ſo bekommen wir

$$v=\frac{b}{700\,b+2k}$$

$$\left(1600\,b\,l\frac{2a}{b}+(2a-b)\left(\frac{200\,b}{3\,a}-1\right)\right)$$

$$\text{oder } v=\frac{b}{700+2k:b}\left(1600\,l\frac{2a}{b}+\right.$$

$$\left.\left(\frac{2a}{b}-1\right)\left(\frac{200\,b}{3a}-1\right)\right).$$

Um

Um nun dieſe Rechnung auf den erſten Fall des Autoris zu appliciren, ſo wird $b = 2\frac{5}{8}$; $a = 44\frac{11}{32}$; und $k = 4900$ Engliſche Zoll.

Dahero $\frac{2a}{b} = 33,8$, und der Logarithmus hyperbolicus von $\frac{2a}{b} = 3,52045$. Ferner $\frac{200b}{3a} = 3,94$. und $\frac{2k}{b} = 3733$. Hieraus erwächſt:

$$1600\, l \frac{2a}{b} = 5632,72$$

$$\left(\frac{2a}{b} - 1\right)\left(\frac{200b}{3a} - 1\right) = \frac{96,43}{5729,15}$$

Alſo iſt $v = \frac{5729,15\, b}{4433}$. Um nun zu finden, wie viel Schuh mit dieſer Geſchwindigkeit in einer Secunde durch lauffen werden können; ſo muß b in tauſendſten Theilen eines Rheinl. Schuhs ausgedruckt werden, da denn iſt $b = 29100000$ und alsdenn muß die Quadrat-Wurzel aus v durch 4 getheilt werden. Mit Logarithmis zu rechnen, wird alſo:

$$l\,b = 7,\ 463893$$
$$l\,5729,15 = 3,\ 758090$$
$$11,\ 221983$$
$$l\,4433 = 3,\ 646698$$
$$l\,v = 7,\ 575285$$
$$l\sqrt{v} = 3,\ 787642$$
$$l\,4 = 0,\ 602060$$
$$3,\ 185582$$

Die Zahl davon 1533

Folglich müßte die Kugel mit einer Geſchwindigkeit von 1533 Rheinl. Schuhen in einer Secunde heraus getrieben worden ſeyn: welche Zahl in Engliſchen Schuen 1580 beträgt. Dieſe Zahl, welche noch wegen der nicht auf einmahl erfolgten Entzündung, und des Verluſts der Kraft, ſo durch den Spielraum und das Zündloch weggehet, vermindert werden müſſte, würde um viel kleiner werden, als diejenige, welche die Experimente für dieſen Fall angezeigt haben. Die Urſache hiervon ſcheinet aber dieſe zu ſeyn, daß wir nach der Entzündung nur die Helfte des Raums AA CC mit Luft angefüllt angenommen haben; es iſt aber ſehr wahrſcheinlich, daß die grobe Materie des Pulvers keinen ſo groſſen Theil des Raums einnehme: Wobey zu merken, daß ein geringer Unterſcheid in dieſem Stücke bey der Geſchwindigkeit einen ſehr merklichen Unterſcheid verurſache. Denn, wenn wir annehmen,

men, daß die gröbere Materie nach der Entzündung nur noch den dritten Theil des Raums erfülle; ſo wird $\frac{b}{\alpha} = \frac{2}{3} b$ und $\alpha = \frac{3}{2}$; dahero die oben gefundene Æquation in dieſe verwandelt wird

$$v = \frac{2h}{900\,b + 3k} \left(1600\, b\, l \frac{3a}{2b} + \left(\tfrac{3}{2} a - b\right) \left(\frac{800\,b}{9a} - 1\right)\right). \text{ oder}$$

$$v = \frac{2h}{900 + 3k : b} \left(1600\, l \frac{3a}{2b} + \left(\frac{3a}{2b} - 1\right) \left(\frac{800\,b}{9a} - 1\right)\right)$$

Geſetzt nun, es ſey $b = 2\frac{5}{8}$; $a = 45 - \frac{7}{10}$; und $k = 4900$ Engl. Zoll; ſo wird $\frac{3a}{2b} = 25{,}46$; $\frac{800\,b}{9a} = 5{,}23$ und $l\frac{3a}{2b} = 3.23710$. Alſo iſt

$$1600\, l \frac{3a}{2b} = 5179{,}36$$

$$\left(\frac{3a}{2b} - 1\right) \left(\frac{800\,b}{9a} - 1\right) = \frac{103{,}46}{5282{,}82}$$

Hernach iſt $\frac{3k}{b} = 5600$, und $\frac{900 + 3k:b}{2} = 3250$,

dahero

daher o $v = \frac{5282\,b}{3250}$. Woraus eine Geſchwindigkeit erwächſt, welche in einer Secunde 1720 Rheinl. Schuh, oder 1773 Engl. Schuh beträgt. Dieſe Geſchwindigkeit iſt nun weit gröſſer als diejenigen, welche durch die Experimente gefunden werden, und es ſcheinet, daß nach allem Abzug eine völlige Uebereinſtimmung eintreffen würde, dahero wir billig dieſe letzte Expreſſion, da $\alpha = \frac{3}{2}$ geſetzt worden, als der Wahrheit ſehr nahe kommend, anſehen.

V. Anmerkung.

Wir können hieraus ſowohl zur Erkenntniß der Natur des Pulvers, als zu vortheilhaftem Gebrauch deſſelben, ſehr nützliche Schlüſſe ziehen, welche vielleicht zu Verbeſſerung der Artillerie nicht wenig beytragen können.

Erſtlich da die Menge der gröbern und irrdiſchen Materie, welche in dem Pulver enthalten iſt, ſo viel zur Geſchwindigkeit der Kugel beyträgt, indem dieſelbe ſehr merklich geſchwinder oder langſamer fortgetrieben wird, wenn weniger oder mehr dergleichen gröbere Materie mit dem Pulver vermiſchet iſt; ſo ſiehet man leicht, daß die verſchiedene Güte des Pulvers hauptſächlich auf der Menge der damit

vermiſchten gröbern Materie beruhe. Denn, da allem Anſehen nach in dem Salpeter, die darinne befindliche Luft ungefehr 800 mahl dichter iſt, als die natürliche, als welches der höchſte Grad der Dichtigkeit iſt, auf welchen die Luft durch die Zuſammenpreſſung gebracht werden kann: ſo würde auch alles Pulver mit einerley Kraft begabt ſeyn, wenn ſich darinn nur einerley Verhältniß zwiſchen dieſer zuſammen gedruckten Luft und der gröbern Materie befinden ſolte; woferne nehmlich die Vermiſchung nur ſo beſchaffen iſt, daß dadurch die Entzündung nicht verhindert wird. Dahero iſt das Pulver um ſo viel beſſer und ſtärker, je weniger grobe Materie darinne enthalten iſt. Da aber die Entzündung deſſelben auf dieſer gröbern Materie beruhet, ſo beſtehet der fürnehmſte Handgriff in Zubereitung des Pulvers darinne, daß man eine ſolche Proportion zwiſchen dem Salpeter und den verbrennlichen Materien treffe, daß dadurch ſowohl die Entzündung beſchleuniget, als auch zugleich ſo wenig, als immer möglich, von dieſen Materien damit vermiſchet werde. Die erſte Vorſichtigkeit kommt alſo auf die Läuterung des Salpeters an, daß dadurch die gröbern und irdiſchen Theile, ſo viel als möglich, abgeſondert werden. Denn da dieſe Theile nicht nur zur ſchnellen Entzündung nichts beytragen, ſondern dieſelbe auch verhindern, ſo vermindern dieſel-

ben

ben auch deswegen die Kraft des Pulvers, daß dadurch die Menge der gröbern Materie unnöthiger Weiſe vermehret wird: welcher Umſtand, da das Pulver gröſten theils aus Salpeter bereitet wird, ſehr viel austrägt. Die Güte und Stärke des Pulvers beſtehet alſo in dieſen zweyen Haupt-Stücken, daß ſich daſſelbe erſtlich plötzlich entzünde, und daß zweytens damit ſo wenig, als immer möglich iſt, gröbere und irrdiſche Materie vermiſchet ſey. Dahero wenn man auf die Verbeſſerung des Pulvers arbeiten will, ſo hat man auf dieſe beyden Punkte zu ſehen: erſtlich, ob man nicht eine neue Vermiſchung finden könne, wo eine ſchnellere und plötzlichere Entzündungskraft hervor gebracht werde: und zweytens, ob man nicht die Menge der gröbern Materie, welche zur Entzündung erfordert wird, vermindern könne?

Hieraus laſſen ſich ferner die Mängel eines jeglichen Pulvers leicht beurtheilen. Denn alles, was entweder die Entzündungskraft hemmet, oder die gröbere Materie vermehret, daſſelbe vermindert auch die Kraft deſſelben. Aus dem erſten Grunde wird das Pulver durch die damit vermiſchte Feuchtigkeit entkräftet, weil dadurch entweder viel Theilchen gar nicht Feuer faſſen, oder doch die Entzündung langſamer vor ſich geht. Aus dem andern Grunde wird ſolches Pulver, welches entweder

weder aus unreinem Salpeter bereitet worden, oder allzuviel Schwefel und Kohlen, oder andere dergleichen Materien in ſich enthält, ſchwächer, weil bey der Entzündung allzuviel grobe Theile mit in Bewegung gebracht werden müßten. Wenn alſo für das beſte Pulver der in obigen Æquationen befindliche Buchſtabe α durch $\frac{3}{2}$ ausgedruckt wird, ſo muß demſelben für ſchlechteres Pulver ein kleinerer Werth ertheilet werden. Dahero die für die Geſchwindigkeit der Kugel gefundene Æquation für alle Arten Pulver gebraucht werden kann. Weil wir aber darinne angenommen haben, daß ſich alles Pulver im erſten Augenblick auf einmahl entzünde, dieſes aber in der That nicht geſchieht; ſo müßten aus dieſem Grunde die gefundenen Geſchwindigkeiten etwas kleiner genommen werden: wie viel aber dieſe Verminderung austragen könne, wollen wir nachgehends genauer unterſuchen.

Drittens läſſt ſich hieraus auch beſtimmen, wie viel man Pulver in einen jeglichen gegebenen Lauf laden müſſe, damit die Kugel mit der gröſten Geſchwindigkeit heraus geſchoſſen werde. Denn man ſiehet leicht, daß durch die Verſtärkung der Ladung, die Geſchwindigkeit nicht über einen gewiſſen Grad vermehret werden könne. Um dieſes einzuſehen, darf man ſich nur einbilden, daß der ganze Lauf mit Pulver an-

gefüllet,

gefüllet werde. Denn da in dieſem Fall die Kugel gleich nach dem erſten Eindruck heraus getrieben wird, und alsdenn die forttreibende Gewalt wegen der Ausbreitung in der äuſſern Luft meiſtentheils aufhöret; ſo muß die der Kugel eingedruckte Bewegung ſehr geringe ſeyn. Da nun eine ſolche allzu ſtarke Ladung der Kugel eine weit kleinere Geſchwindigkeit mittheilet, als eine kleine; doch aber eine allzu kleine Ladung wiederum eine kleinere Würkung hervor bringt: ſo muß es nothwendig in einem jeglichen Fall eine ſolche Ladung geben, wodurch die Kugel mit der gröſten Geſchwindigkeit heraus getrieben wird, dergeſtalt, daß wenn man ſo wohl mehr als weniger Pulver nehmen ſollte, die Kugel in beyden Fällen eine ſchwächere Bewegung erhalten würde. Man ſieht aber wohl, daß die Erkenntniß dieſes Grads der Ladung in der Artillerie von einer groſſen Wichtigkeit iſt. Denn dadurch wird man nicht nur in Stand geſetzt die Kugel mit dem gröſten möglichſten Grad der Geſchwindigkeit fort zu treiben, ſondern man kan auch dadurch in vielen Fällen viel Pulver erſpahren, wenn man nehmlich weiß, daß die Kugel mit einer geringeren Ladung eben ſo geſchwind, und vielleicht noch geſchwinder, fortgetrieben werden könnte. Um derohalben die Gröſſe dieſer ſtärkeſten Ladung zu beſtimmen, ſo dürfen wir nur die oben gefundene Expreſſion für die

Geſchwindigkeit der Kugel differenziren, und nur die Quantität b als variabel betrachten, hernach dieſes Differentiale $= o$ ſetzen. Wir wollen zu dieſem Ende, damit ſich unſere Beſtimmung auf alle Fälle erſtrecke, die generale Expreſſion nehmen, welche iſt:

$$\frac{v}{2h} = \frac{\beta m b}{mb+(\alpha-1)nb+2\alpha k}\, l\frac{\alpha a}{b} + \frac{(\alpha a-b)(\beta m^2 b-6\alpha q a)}{(mb+(\alpha-1)nb+2\alpha k)6\alpha q a}.$$

Hiervon iſt das Differentiale auf gemeldte Art genommen:

$$\frac{2\alpha\beta mkdb\; l\alpha a:b}{(mb+(\alpha-1)nb+2\alpha k)^2} - \frac{\beta m db}{mb+(\alpha-1)nb+2\alpha k}$$

$$\frac{-(m+(\alpha-1)n)(\beta m^2b^2-6\alpha^2qa^2)db - 4\alpha\beta m^2bkdb + 2\alpha^2ak(\beta m^2+6q)db}{(mb+(\alpha-1)nb+2\alpha k)^2\, 6\alpha q a}.$$

welches $=o$ geſetzt, dieſe Æquation giebt:

$$12\alpha^2\beta mqka\; l\frac{\alpha a}{b} = (m+(\alpha-1)n)\beta m^2b^2 + 6\alpha\beta mq\,(m+(\alpha-1)n)\,ab - 6\alpha^2q(m+(\alpha-1)n)a^2 + 4\alpha\beta m^2bk + 12\alpha^2\beta mqak - 2\alpha^2\beta m^2ak - 12\alpha^2qak.$$

Es

Es iſt aber hier k eine ſehr groſſe Zahl, maſſen dieſelbe die Höhe einer Luft-Säule ausdrückt, deren Gewicht dem Gewicht der Kugel gleich iſt. Wenn wir nun den Diameter der Kugel ſetzen $= c$, ſo iſt dieſelbe einem gleich dicken Cylinder gleich, deſſen Höhe $= \frac{2}{3} c$. Wenn alſo die Materie, woraus die Kugel beſteht, i mahl ſchwerer als Luft angenommen wird, ſo kommt $k = \frac{2}{3} i c$; und wenn die Kugel von Eiſen geſetzt wird, weil Eiſen 7,820 mahl ſchwehrer iſt, als Waſſer; Waſſer aber ungefehr 850 ſchwehrer als Luft: ſo wird $i = 6650$, und alſo ungefehr $k = 4430 c$. Wenn wir nun in obiger Æquation die kleinſten Terminos weglaſſen, ſo wird

$$l \frac{\alpha a}{b} = 1 - \frac{m}{6q} + \frac{m + (\alpha - 1) n) a}{2 \beta m k} +$$

$$\frac{mb}{3\alpha q a} + \frac{(m + (\alpha - 1) n) b}{2 \alpha k} + \frac{(m + (\alpha - 1) n) m b^2}{12 \alpha^2 q a k}.$$

Da nun alle dieſe Brüche in Anſehung der Unität ſehr klein ſind, wenn wir e für die Zahl annehmen, deren logarithmus hyperbolicus $= 1$, ſo bekommen wir:

 $\frac{\alpha a}{b}$

$$\frac{\alpha a}{b} = e^{\frac{1-m}{6q} + \frac{(m+(\alpha-1)n)a}{2\beta mk}}$$

$$\left(1 + \frac{mb}{3\alpha qa} + \frac{(m+(\alpha-1)n)b}{2\alpha k} + \frac{(m+(\alpha-1)n)mb^2}{12\alpha^2 qak} + \frac{mmbb}{18\alpha^2 q^2 a^2} + \&c.\right)$$

woraus der Werth für b durch die Näherung nicht ſchwehr zu finden iſt. Laßt uns nun wie oben ſetzen $\alpha = \frac{3}{2}$; $\beta = 4$, $m = 400$, $n = 1000$, und $q = 800$, ſo wird

$$\frac{3a}{2b} = e^{1 - \frac{1}{12} + \frac{9a}{32k}}$$

$$\left(1 + \frac{b}{9a} + \frac{300b}{k} + \frac{50bb}{3ak} + \frac{bb}{162aa}\right)$$

Es ſey der Kürze halben $\frac{3}{2}a : e^{1 - \frac{1}{12} + \frac{9a}{32k}} = A$,

ſo wird $A = b + \frac{bb}{9a} + \frac{300bb}{k} + \frac{50b^3}{3ak}$.

Wenn man nun ſetzt $b = A - pA^2 + qA^3$, ſo wird $bb = AA - 2pA^3$ und $b^3 = A^3$ folglich

A =

$$A = A - pA^2 + qA^3$$
$$+ \frac{1}{9a}A^2 - \frac{2p}{9a}A^3$$
$$+ \frac{300}{k}A^2 - \frac{600p}{k}A^3$$
$$+ \frac{50}{3ak}A^3$$

dahero $p = \frac{1}{9a} + \frac{300}{k}$;

$q = 2p\left(\frac{1}{9a} + \frac{300}{k}\right) - \frac{50}{3ak}$.

Wir wollen dieſen Werth für eine halbe Carthaune ausrechnen, deren Länge 20 mahl länger iſt, als das Caliber, oder wo $a = 20c$. Für eine eiſerne Kugel wird alſo ſeyn $k = 4430c$, und folglich $p = \frac{1}{180c} + \frac{1}{15c} = \frac{1}{14c}$, und $q = \frac{1}{98cc} - \frac{1}{5316cc} = \frac{1}{99cc}$: Dahero haben wir $b = A - \frac{AA}{14c} + \frac{A^3}{99cc}$. Es iſt aber $A = 30c$: $e^{1-\frac{1}{12}}$, weil der Bruch $\frac{9a}{32k}$ allzuklein

 wird:

wird: und da $e^{1-\frac{1}{12}} = e:(1+\frac{1}{12})$ ſo wird $A = \frac{32,5\,c}{2,718} = 12\,c$ ungefehr; und alſo $b = 12\,c - \frac{72}{7}\,c$. Da aber hier der zweyte Terminus nicht viel kleiner iſt als der erſte, ſo ſieht man wohl, daß die gebrauchte Näherung in dieſem Fall nicht ſtatt finde. Wir müſſen alſo die erſte Æquation wiederum vornehmen, da $A = b + bb\left(\frac{1}{9a} + \frac{300}{k}\right) + \frac{50\,b^3}{3ak}$, welche auf den gegenwärtigen Fall giebt $12\,c = b + \frac{bb}{14c} + \frac{b^3}{5316\,cc}$ in welcher der letzte Terminus ſchon weggelaſſen werden kann, und da bekommen wir dieſe quadratiſche Gleichung: $bb + 14\,bc = 168\,cc$ und alſo $b = -7\,c + \sqrt{217\,cc}$, oder beynahe $b = 7\frac{3}{4}c$: Welcher Werth doch wegen des weggeworfenen letzten Termini noch etwas zu groß iſt. Hieraus ſiehet man, daß aus einer halben Carthaune eine eiſerne Kugel mit der gröſten Geſchwindigkeit heraus geſchoſſen werden kann, wenn die Ladung in der Canone ungefehr $7\frac{1}{2}$ Caliber ausfüllt. So viel Pul-

ordent-

ver wird aber ungefehr anderthalb mahl ſchwehrer ſeyn, als die Kugel. Da nun die ordentliche Ladung dem halben Gewicht der Kugel gleich genommen wird; ſo ſiehet man, daß eine dreyfache Ladung der Kugel die allergröſte Geſchwindigkeit gebe, und daß, wenn man noch mehr als dreymahl ſo viel Pulver, als gewöhnlich iſt, laden ſollte, die Kugel mit einer kleinern Geſchwindigkeit geſchoſſen werden würde. In andern Fällen aber, da eiſerne Kugeln geſchoſſen werden, kann die ſtärkſte Ladung auf gleiche Weiſe folgender Geſtalt gefunden werden. Da $k = 4430\,c$, ſo ſetze man $a = \theta c$, ſo wird $A = \frac{13\theta c}{8e} = \frac{3}{5}\theta c.$

und ferner $A = b + \frac{bb}{9\theta c} + \frac{bb}{15c}$, folglich

$$bb + \frac{45\theta bc}{5+3\theta} = \frac{45\theta Ac}{5+3\theta} = \frac{27\theta\theta cc}{5+3\theta};$$

und alſo $b = \frac{-45\theta c + 3\theta c\sqrt{(285+36\theta)}}{10+6\theta}.$

Die Verhältniß des Raums, welcher die Ladung enthält zum Caliber, beruhet alſo auf der Zahl θ, welche anzeigt, wie viel Caliber lang der Lauf iſt. Hieraus iſt dieſe Tabelle gemacht worden:

Wenn

Wenn die Länge der Seele ſo viel Caliber beträgt:	So trägt die ſtärkſte Ladung in der Seele ſo viel Caliber aus:
5 —	— — 2, 46
10 —	— — 4, 46
15 —	— — 6, 17
20 —	— — 7, 71
25 —	— — 9, 10
30 —	— — 10, 39
35 —	— — 11, 60
40 —	— — 12, 73
45 —	— — 13, 81
50 —	— — 14, 83

Wobey zu merken, daß dieſe Zahlen nicht aufs genaueſte, ſondern nur beyläuffig mit der Erfahrung übereinſtimmen werden, theils weil alle Umſtände nicht in die Rechnung gebracht werden können, theils weil ſich das Pulver nicht alles auf einmahl entzündet, wie hier angenommen worden, und auch die forttreibende Kraft noch andern Abbruch leidet.

VI. Anmerkung.

Wir haben verſprochen, auch noch zu unterſuchen, um wie viel die vorher gefundene Geſchwindigkeit vermindert werde, wenn ſich nicht alles Pulver zugleich entzündet. Es ſey demnach (*Fig.* 10.) wie vorhin die Länge des Raums,

welchen

welchen anfänglich das Pulver eingenommen, AC = b, die Länge der ganzen Canone AB = a, und nach einiger Zeit ſoll ſich die Flamme nebſt der Kugel ſchon biß NN ausgebreitet haben. Man ſetze AN = x, und die Geſchwindigkeit ſo wohl der förderſten Scheibe NN als der Kugel ſey = $\sqrt{v}$, dergeſtalt daß indem die Kugel durch Nn = dx fortgetrieben wird, die Höhe v um dv wachſe. Wenn alſo das Gewicht der Kugel durch eine Luft-Seule ausgedruckt wird, deren Länge = k, ſo iſt die Kraft, welche zur Acceleration der Kugel erfordert wird, = $\frac{k\,dv}{dx}$. Da ſich aber noch nicht alles Pulver entzündet; ſo wollen wir annehmen, daß ſich der ſchon allbereits entzündete Theil des Pulvers zur ganzen Ladung verhalte, wie y zu b, ſo wird y eine ſolche aus x und bekannten Zahlen zuſammen geſetzte Quantität ſeyn, welche, wenn $x = b$ geſetzt wird, verſchwindet, weil in dieſem Fall die Entzündung erſt anfängt: hernach wenn ſich ſchon alles Pulver entzündet hat, ſo muß $y = b$ werden, welches geſchehen ſoll, wenn $x = a$: wenn wir nehmlich den Lauf ſo lang annehmen, daß ſich alles Pulver zu entzünden Zeit hat, ehe die Kugel heraus getrieben worden. Solte ſich aber in dieſer Zeit noch nicht alles Pulver entzündet haben, ſo muß $y = b$

werden,

werden, wenn für x eine gröſſere Länge als a geſetzt wird. Dieſelbe ſey $= f$, dergeſtalt, daß wenn $x = f$, alsdenn werde $y = b$. Hieraus läßt ſich nun ſchon ziemlicher maſſen abnehmen, wie die Expreſſion für y beſchaffen ſeyn werde: denn es wird ungefehr ſeyn

$y = \frac{b(x-b)^{\mu}}{(f-b)^{\mu}}$ als welche Ausdrückung die obgedachten Eigenſchaften beſitzt. Wenn wir ferner ſetzen, daß die aus dem ſchon entzündeten Pulver erzeugte Materie den $\frac{\alpha-1}{\alpha}$ ten Theil deſſelben einnehme; ſo wird damit ein Theil des Raums AM erfüllet ſeyn, deſſen Länge $= \frac{(\alpha-1)y}{\alpha}$; hernach nimmt aber das noch nicht entzündete Pulver einen Raum ein, deſſen Länge $= b - y$, welches mit den vorigen zuſammen macht $b - \frac{y}{\alpha}$. Dahero für die Luft ein Raum übrig bleibt, deſſen Länge iſt $= x - b + \frac{y}{\alpha}$. Wenn ſich aber dieſe Luft ſo weit ausdehnen ſolte, biß dieſelbe mit der natürlichen einerley Grad der Dichte erhielte; ſo würde dieſelbe einen mit dem Lauf gleich

weiten Raum erfüllen, deſſen Länge $= 244y$; folglich muß dieſelbe in gegenwärtigem Fall $\frac{244\,y}{x-b+\frac{y}{\alpha}}$ mahl dichter ſeyn, als die natürliche. Wir wollen der Kürze halben für dieſe Zahl $\frac{244\,y}{x-b+\frac{y}{\alpha}}$ den Buchſtaben s ſetzen; ſo wird, wie wir oben gewieſen haben, die Elaſticität dieſer Luft dem Gewichte einer Luft-Säule gleich ſeyn, deren Höhe $=$

$$\frac{1-\sqrt[3]{\left(1-\frac{s}{q}\right)^2}}{1-\sqrt[3]{\left(1-\frac{1}{q}\right)^2}}\,\beta h = \beta h\left(s+\frac{ss}{6q}\right)$$

welche Näherung zu unſerm Endzweck hinlänglich iſt. Es bedeutet aber hier b die Höhe einer Luft-Säule, deren Gewicht der Elaſticität der natürlichen Luft gleich iſt, und β zeiget an, wie viel mahl die Elaſticität durch die Erhitzung vermehret werde. Da nun die durch die Entzündung ſchon befreyte Luft einer Luft-Säule gleich iſt, deren Höhe $= 244y$: ſo wird zur Acceleration derſelben eine Kraft erfordert, welche $= \frac{122\,y\,dv}{dx}$. Dieſe

Kraft

Kraft iſt nehmlich, wie aus obigem erhellet, nur halb ſo groß, als wenn alle dieſe Luft gleich ſtark accelerirt werden müßte. Auſſer dieſem iſt noch die grobe Materie zu betrachten übrig, davon ein Theil gleichfals in Bewegung geſetzt werden muß. Wir wollen wieder wie oben annehmen, daß die eine Helfte an dem Boden AA zurück bleibe, die andere aber mit der Kugel fortgeſtoſſen werde: und daß dieſelbe n mahl dichter ſey, als die natürliche Luft; ſo wird dieſelbe ſeyn $= \frac{1}{2} n \left(b - \frac{y}{a}\right)$, und zur Acceleration derſelben wird eine Kraft erfordert, welche $= \frac{1}{2} n \left(b - \frac{y}{a}\right) \frac{dv}{dx}$. dahero die ſämtliche zur Fortreibung erforderte Kraft ſeyn wird $= \frac{dv}{dx} \left(k + \frac{1}{2} nb - \frac{ny}{2a} + 122y\right)$. welche gleich ſeyn muß der würklichen Kraft, ſo vorhanden iſt $\beta b \left(s + \frac{ss}{6q}\right)$ weniger dem Gegendruck der Luft b, und noch über dieſes weniger der Reſiſtenz der Luft, welche, weil die Kugel rund iſt, durch $\frac{1}{2} v$ ausgedruckt wird. Hieraus bekömmt man dieſe Æquation:

$dv\,(2ak +$

$$dv(2\alpha k + n\alpha b - ny + 244\alpha y) =$$

$$2\alpha\beta h dx\left(s + \frac{ss}{6q}\right) - 2\alpha h dx - \alpha v dx$$

wo $s = \dfrac{244\alpha y}{\alpha(x-b)+y}$; und $y = \dfrac{b(x-b)^{\mu}}{(f-b)^{\mu}}$.

Hieraus wird $s = \dfrac{244\alpha b\,(x-b)^{\mu-1}}{\alpha(f-b)^{\mu} + b(x-b)^{\mu-1}}$.

Wenn alſo die Zahl $\mu = 1$ wåre, ſo würde $s = \dfrac{244\alpha b}{\alpha f - (\alpha-1)b}$. und $y = \dfrac{b(x-b)}{f-b}$: folglich würde in dieſem Fall die elaſtiſche Kraft immer einerley ſeyn. Wir wollen dieſen Fall wegen Erleichterung der Rechnung beybehalten, um zu ſehen, wie viel derſelbe von der Wahrheit abweicht, ſo wird

$$dv\big(\alpha(2k+nb)(f-b)+b(244\alpha-n)(x-b)\big)$$

$$= \alpha dx\,(f-b)\left(2\beta h\left(s+\frac{ss}{6q}\right)-2h-v\right)$$

und alſo

$$\frac{dv}{2\beta b\left(s+\frac{ss}{6q}\right)-2h-v} = \frac{\alpha dx\,(f-b)}{\alpha(2k+nb)(f-b)+b(244\alpha-n)(x-b)}$$

welche integrirt und auf den gegenwärtigen Fall gerichtet giebt

$$l\,\frac{2\beta h\left(s+\frac{ss}{6q}\right)-2h}{2\beta h\left(s+\frac{ss}{6q}\right)-2h-v}=\frac{\alpha\,(f-b)}{(244\,\alpha-n)\,b}$$

$$l\,\frac{\alpha\,(2k+nb)\,(f-b+(244\,\alpha-n)\,b\,(x-b)}{\alpha\,(2k+nb)\,(f-b)}.$$

Man ſetze um abzukürtzen $2\beta h\left(s+\frac{ss}{6q}\right)$ $-2h=g$; $\frac{\alpha(f-b)}{(244\,\alpha-n)\,b}=\nu$; ſo wird

$$l\,\frac{g}{g-v}=\nu\;l\,\frac{\nu(2k+nb)+x-b}{\nu(2k+nb)}$$

und folglich $\frac{g}{g-v}=\left(1+\frac{x-b}{\nu(2k+nb)}\right)^{\nu}$;

dahero $v=g-g\left(1+\frac{x-b}{\nu(2k+nb)}\right)^{-\nu}$

Aus welcher Gleichung, wenn man ſetzt $x=a$, die Geſchwindigkeit, womit die Kugel heraus⸗getrieben wird, heraus kömmt.

Um dieſe Ausdrückung auf den ſchon öfters berechneten Fall zu reduciren, ſo ſey $\alpha=\frac{3}{2}$; $\beta=4$; $n=1000$; $a=45$; $b=2\frac{5}{8}$; und $f=45$ und $k=4900$ Engl.

Zoll,

Zoll, ſo wird $s = 15,7$, $g = 124\,b$; $v = -\frac{1}{28}$, und endlich $v = \frac{10509}{24850}\,h$, woraus eine Geſchwindigkeit gefunden wird, welche in einer Secunde 877 Schuh beträgt. Ohngeachtet nun dieſe Geſchwindigkeit faſt um die Helfte kleiner iſt, als diejenige, welche aus den Verſuchen heraus kommen; ſo iſt doch dieſelbe ſehr groß, in Anſehung der kleinen Kraft, wodurch die Kugel fortgetrieben wird, als welche von einer Luft herrühret, die nur 15,7 mahl dichter iſt, als die natürliche; und alſo durch die Erhitzung nur eine 63 mahl gröſſere Elaſticität bekömmt. Wir ſehen alſo hieraus, daß wir die Zahl μ zu groß angenommen; denn je gröſſer μ angenommen wird, je kleiner wird s, und folglich auch die Geſchwindigkeit. Wenn wir aber μ kleiner als 1 ſetzen, ſo wird s, und alſo auch die Geſchwindigkeit gröſſer. Es dürfte alſo ungefehr ſeyn $\mu = \frac{1}{2}$, in welchem Fall wird $s = \frac{244\,ab}{b + a\sqrt{(f-b)(x-b)}}$ und $y = b\sqrt{\frac{x-b}{f-b}}$; und da $\sqrt{(x-b)} = \frac{y}{b}\sqrt{(f-b)}$; ſo iſt $s = \frac{244\,abb}{bb + a(f-b)y}$

und $dx = \frac{2(f-b)ydy}{bb}$. Damit aber die Integration um ſo viel weniger Schwierigkeit habe, ſo wollen wir die 3 letzten Terminos $2\alpha\beta hdx.\frac{ss}{6q} - 2\alpha hdx - \alpha vdx$ weglaſſen, welches ſehr füglich geſchehen kann, da wir ſchon oben geſehen, daß die Würkung des Wiederſtands $2\alpha hdx + \alpha vdx$ faſt nichts austrage, und dieſelbe noch über dieſes in gegenwärtigem Fall durch den Terminum $\frac{\alpha\beta hssdx}{3q}$ faſt aufgehoben wird. Solchergeſtalt bekommen wir dieſe Æquation:

$$dv = \frac{2\alpha\beta hsdx}{\alpha(2k+nb) - (n-244\alpha)y}$$

Da nun $s = \frac{244\alpha bb}{bb+\alpha(f-b)y}$ und $dx = \frac{2(f-b)ydy}{bb}$ ſo wird $sdx = \frac{488\alpha(f-b)ydy}{bb+\alpha(f-b)y}$ und dahero bekommt man: $dv =$

$$\frac{976\alpha^2\beta h(f-b)ydy}{(bb+\alpha(f-b)y)(\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)y)}$$

Man

Man ſetze um abzukürzen

$$\frac{976\ \alpha^2 \beta\ h\ (f-b)}{bb(n-244\alpha)+\alpha\alpha(f-b)\ (2k+nb)} = A$$

ſo zertheilet ſich die gefundene Æquation in dieſe Geſtalt $dv =$

$$\frac{-Abb\,dy}{bb+\alpha(f-b)y} + \frac{A\alpha(2k+nb)\,dy}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)y}$$

wovon das Integrale iſt:

$$v = C - \frac{Abb}{\alpha(f-b)}\ l(bb+\alpha(f-b)\ y) -$$

$$\frac{A\alpha(2k+nb)}{n-244\alpha}\ l(\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)y).$$

Dieſe beſtändige Quantität C muß aber alſo beſchaffen ſeyn, daß $v = o$ wird, wenn $x = b$, das iſt, wenn $y = o$; dahero hat man

$$v = \frac{A\alpha(2k+nb)}{n-244\alpha}\ l\frac{\alpha\ (2k+nb)}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)y}$$

$$-\frac{Abb}{\alpha\ (f-b)}\ l\frac{bb+\alpha\ (f-b)y}{bb}.$$

Um nun die letzte Geſchwindigkeit zu finden, mit welcher die Kugel aus dem Lauf hinaus getrieben wird, ſo ſetze man $x = a$, wir wollen aber annehmen, daß auch $f = a$, oder daß ſich das Pulver alles entzünde, indem die Kugel

 durch

durch den Lauf fährt; ſo wird $y = b$; und in dieſem Fall iſt alſo:

$$A = \frac{976\,\alpha^2 \beta h\,(a-b)}{bb(n-244\,\alpha)+\alpha\alpha\,(a-b)\,(2k+nb)}$$ und

$$v = \frac{A\alpha(2k+nb)}{n-244\,\alpha}\, l\, \frac{\alpha\,(2k+nb)}{a(2k+nb)-(n-244\,\alpha)\,b}$$

$$-\frac{A\,bb}{\alpha\,(a-b)}\, l\, \frac{bb+\alpha\,(a-b)\,b}{bb},$$ oder

$$v = \frac{-A\,bb}{\alpha\,(a-b)}\, l\left(1+\frac{\alpha(a-b)}{b}\right) - \frac{A\alpha(2k+nb)}{n-244\,\alpha}$$

$$l\left(1-\frac{(n-244\,\alpha)\,b}{\alpha\,(2k+nb)}\right).$$

Man ſetze ferner $\frac{\alpha\,(a-b)}{b} = \zeta$ und

$\frac{\alpha\,(2k+nb)}{(n-244\,\alpha)\,b} = \eta$ ſo wird

$$v = -\frac{976\,\beta\eta\, bh}{(1+\zeta\eta)\,(2k+nb)}\, l(1+\zeta) -$$

$$\frac{976\,\beta\zeta\eta^2 bh}{(1+\zeta\eta)\,(2k+nb)}\, l\left(1-\frac{1}{y}\right)$$

Damit man nun dieſen Fall beſſer mit demjenigen, da ſich alles Pulver im erſten Augenblick auf einmahl zu entzünden geſetzt wird,

ver-

vergleichen könne, ſo dürfen wir nur in der Differential-Æquation ſetzen $y = b$, und wenn wir eben dieſelben Terminos als vorher weglaſſen, ſo haben wir: $s = \frac{244\,\alpha b}{ax-(\alpha-1)b}$

und

$$dv = \frac{488\ \alpha^2\beta\ b\,h\,dx}{(\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)b)(\alpha x-(\alpha-1)b)}$$

wovon das integrale iſt:

$$v = \frac{488\,\alpha\beta\ b\,h}{\alpha(2k+nb)-(n-244\,\alpha)b}\ l\frac{\alpha x-(\alpha-1)b}{b}$$

und wenn wir ſetzen $x = a$, ſo kommt:

$$v = \frac{488\ \alpha\beta\ b h}{\alpha(2k+nb)-(n-244\,\alpha)b}\ l\left(1+\frac{\alpha(a-b)}{b}\right)$$

Setzen wir nun wie vorher $\frac{\alpha(a-b)}{b} = \zeta$;

und $\frac{\alpha(2k+nb)}{(n-244\,\alpha)b} = \eta$, ſo haben wir:

$$v = \frac{488\ \beta\,\eta\ b\,h}{(\eta-1)\ (2k+nb)}\ l(1+\zeta).$$

welche mit der vorigen Expreſſion leichter verglichen werden kann, als diejenige, ſo wir oben gefunden haben; weil wir alhier in beyden Fällen einerley Terminos weggelaſſen haben. Derowegen wenn wir die Geſchwin-

 digkeit

digkeit der Kugel, wenn ſich das Pulver auf einmahl entzündet, ſetzen $= \sqrt{u}$, und die Geſchwindigkeit der Kugel, wenn ſich das Pulver nach und nach, wie wir angenommen haben, entzündet, ſetzen $= \sqrt{v}$; ſo wird ſich verhalten $u : v = \frac{1}{\eta - 1}\, l(1 + \zeta) : \frac{-2}{1 + \zeta\eta}$

$$l(1+\zeta) - \frac{2\zeta\eta}{1+\zeta\eta}\, l\left(1 - \frac{1}{\eta}\right),$$

und da die logarithmi von allen verſchiedenen Tabellen unter ſich einerley Verhältniſſe haben, ſo iſts hier gleich viel, was man für eine Tabelle gebraucht. Wenn wir nun ſetzen $a = \frac{3}{2}$; $\alpha = 45$; $b = 2\frac{5}{8}$; $k = 4900$; und $n = 1000$, ſo wird $\zeta = 24{,}21$; $\eta = 5{,}2$ und alſo $u : v = \frac{10}{42}\, l25{,}2 : \frac{-100}{6342}\, l25{,}2 :$

$$+ \frac{12580}{6342}\, l\frac{52}{42} \quad \text{oder} \quad u : v = 1 :$$

$$\frac{1258\ l1{,}2381}{151\ l25{,}2} - \frac{10}{151} = 1 : \frac{73{,}25}{151}.$$

das iſt $u : v = 1 : 0{,}4851$ und $\sqrt{u} : \sqrt{v} = 1 : 0{,}696$. folglich verhalten ſich dieſe Geſchwindigkeiten beynahe wie 10 zu 7. Nun aber beträgt die Geſchwindigkeit, wenn ſich alles Pulver auf einmahl zu entzünden geſetzt wird, in einer Secunde 1731 Rheinl. Schuhe,

daher0

dahero für den gegenwärtigen Fall, da ſich nicht alles Pulver auf einmahl entzündet, 1212 Schuh heraus kommen. Da nun dieſe almählige Entzündung auf dem Werth $\mu = \frac{1}{2}$ beruht: als wir aber vorher $\mu = 1$ geſetzt hatten, eine Geſchwindigkeit nur von 877 Schuhen gefunden worden; ſo ſieht man ſchon, daß wenn man für μ einen noch kleinern Bruch als $\frac{1}{2}$ nehmen ſolte, die Geſchwindigkeit auch gröſſer, als 1212 Schuh, heraus kommen und folglich der Wahrheit näher kommen würde. Je kleiner wir aber den Werth von μ annehmen, je plötzlicher entzündet ſich das Pulver im erſten Anfange, dennoch aber bleibt die Entzündung im allererſten Augenblick unendlich klein. Weil wir nun verſichert ſeyn können, daß ſich gleich im erſten Augenblick ſchon ein beträchtlicher Theil des Pulvers entzündet, ſo folgt hieraus, daß die gefundene Geſchwindigkeit von 1212 Schuhen viel zu klein ſeyn müſſe: und daß alſo unſere Meynung, kraft welcher ſich das Pulver nicht auf einmahl entzünden ſoll, mit der Wahrheit ſehr wohl beſtehen könne. Denn da die plötzliche Entzündung eine Geſchwindigkeit von 1795 Engliſchen Schuhen giebt, durch die Verſuche aber nur ungefehr 1650 wahrgenommen worden, ſo iſt der Unterſcheid von 145 Schuhen groß genug, daß man daraus eine von der almähligen

ligen Entzündung herrührende Verminderung ſchlieſſen kann. Da auch die gefundene Geſchwindigkeit von 1795 Schuhen wegen des weggeworfenen Termini $\frac{55}{69}$, als welche in dieſem Fall da s ſehr groß iſt, nicht mehr ſo wenig austrägt, noch um etwas merkliches zu klein iſt, ſo begreift man leicht, daß man davon noch den durch den Spiel-Raum und das Zündloch verurſachten Verluſt abziehen könne: indem dieſer Verluſt in einem Musketen Lauf, da wegen der Fütterung durch den Spielraum faſt gar nichts durchdringen kann, kaum merklich ſeyn wird. Und alſo wird man keine weitere Urſache mehr finden, an der Wahrheit der hier gegebenen Lehre über die Gewalt des Pulvers zu zweifeln.

VII. Anmerkung.

Weil es aber eben ſo ſchwehr iſt, die allmählige Entzündung des Pulvers in die Rechnung zu bringen, als die Rechnung ſelbſt zu vollenden; ſo kan man ſich die Sache dergeſtalt vorſtellen, als wenn ſich im erſten Augenblick ein gewiſſer Theil des Pulvers auf einmahl entzündete, der übrige Theil aber gänzlich unentzündet bliebe. Denn das Pulver mag ſich in der That ſo plötzlich oder langſam, als man immer will, entzünden, ſo wird es allzeit möglich ſeyn, eine gewiſſe Portion zu beſtimmen, welche, wenn ſie ſich im erſten

Augen-

Augenblick auf einmahl entzündete, eben diejenige Würkung hervor bringen würde. Wir wollen dahero in der obigen Rechnung annehmen, daß dieſe Portion Pulver, welche ſich im erſten Augenblick entzündet, und durch ihre Kraft allein die Kugel forttreibet, durch λb ausgedrückt werde, oder, daß ſich die Portion zur ganzen Ladung verhalte, wie $\lambda : 1$ dergeſtalt daß λ einen gewiſſen Bruch andeutet, welcher der Unität um ſoviel näher komt, je plötzlicher ſich das Pulver in der That entzündet. Dahero wird in der vorher gefundenen Æquation ſeyn $y = \lambda b$: und $s =$

$$\frac{244\,\alpha\lambda b}{\alpha(x-b) + \lambda b} \text{ oder } s = \frac{244\,\alpha\lambda b}{\alpha x - (\alpha-\lambda)\,b},$$

und $\frac{ss}{6q}$ oder

$$\frac{ss}{4800} = \frac{12{,}4\,\alpha^2\lambda^2 b^2}{(\alpha x - (\alpha-\lambda)\,b)^2}.$$

Weil nun

$$dv\,(\alpha(2k + nb) - (n - 244\,\alpha)\,\lambda b) = 2\alpha\beta h dx\,\left(s + \frac{ss}{6q}\right) - 2\alpha h dx - \alpha v dx$$

ſo wird durch die Integration gefunden werden:

$$v(\alpha(2k+nb) - (n-244\alpha)\lambda b) = 488\,\alpha\beta\lambda bh\; l\,\frac{\alpha\,(x-b) + \lambda b}{\lambda b} - \frac{24{,}8\,\alpha^2\beta\lambda^2 b^2 h}{\alpha x - (\alpha-\lambda)\,b}$$

$$+ 24{,}8\,\alpha^2\beta\lambda bh - 2\alpha hx + 2\alpha bh - \alpha \int v dx.$$

Weil

Weil aber ſchon ziemlich genau iſt:

$$v = \frac{488\alpha\beta\lambda bh}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)\lambda b}\, l\, \frac{\alpha(x-b)+\lambda b}{\lambda b}.$$

ſo iſt $\alpha\int v\,dx = v\,(\alpha x - (\alpha-\lambda)\,b) -$
$- \int dv\,(\alpha x - (\alpha-\lambda)\,b) =$

Dahero iſt $\alpha\int v\,dx =$

$$\frac{488\alpha\beta\lambda bh\,(\alpha x-(\alpha-\lambda)\,b)}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)\lambda b}\, l\, \frac{\alpha(x-b)+\lambda b}{\lambda b}$$

$$- \frac{488\alpha^2\beta\lambda bh\,(x-b)}{\alpha\,(2k+nb)-(n-244\alpha)\,\lambda b}.$$

Man ſetze nun abzukürtzen

$$\frac{2\alpha b}{\alpha\,(2k+nb)-(n-244\alpha)\,\lambda b} = m,$$

ſo wird man finden:

$$v = 244\beta\lambda mh\; l\, \frac{\alpha x-(\alpha-\lambda)\,b}{\lambda b} -$$

$$\frac{12{,}4\,\alpha\beta\lambda^2\alpha bh}{\alpha x-(\alpha-\lambda)\,b} + 12{,}4\,\alpha\beta\lambda\, mh -$$

$$\frac{mh(x-b)}{b} - \frac{244\beta\lambda mh(\alpha x-(\alpha-\lambda)\,b)}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)\lambda b}$$

$$l\,\frac{ax-(\alpha-\lambda)b}{\lambda b} + \frac{244\alpha\beta\lambda mh\,(x-b)}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)\lambda b}$$

oder

oder $v = 244\beta\lambda mh\left(1 - \frac{m(\alpha x - (\alpha - \lambda)b)}{2\alpha b}\right)$

$$l\frac{\alpha x - (\alpha - \lambda)b}{\lambda b} + \frac{12{,}4\alpha^2\beta\lambda mh(x-b)}{\alpha x - (\alpha - \lambda)b}$$

$$-\frac{mh(x-b)}{b}(1 - 122\beta\lambda m).$$

Setzt man nun $x = a$, ſo kommt die Geſchwindigkeit heraus, womit die Kugel aus dem Lauf geſchoſſen wird: in welchem Fall man dieſe Vergleichung erhält:

$$v = 244\beta\lambda mh\left(1 - \frac{m(\alpha(a-b) + \lambda b)}{2\alpha b}\right)$$

$$l\frac{\alpha(a-b) + \lambda b}{\lambda b} + \frac{12{,}4\alpha^2\beta\lambda mh(a-b)}{\alpha(a-b) + \lambda b}$$

$$-\frac{mh(a-b)}{b}(1 - 122\beta\lambda m).$$

Um aber die Geſchwindigkeiten mit einander zu vergleichen, welche heraus kommen, wenn man erſtlich ſetzt, daß ſich alles Pulver, und hernach daß ſich nur ein Theil deſſelben entzünde; ſo iſt genug, den erſten Terminum allein zu nehmen. Es ſey dahero $V\,u$ die Geſchwindigkeit, womit die Kugel heraus geſchoſſen wird, wenn ſich alles Pulver auf einmahl entzündet: ferner ſey $V\,v$ die Geſchwindigkeit, womit die Kugel heraus geſtoſſen wird, wenn ſich

ſich nur ein Theil des Pulvers, welcher ſich zum ganzen verhält, wie λ zu 1 entzündet; ſo wird man haben:

$$u:v = \frac{1}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)b}\, l\, \frac{\alpha(a-b)+b}{b} : \frac{\lambda}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)\lambda b}\, l\, \frac{\alpha(a-b)+\lambda b}{\lambda b}$$

oder $u:v = 1:$

$$\frac{\alpha\lambda(2k+nb)-(n-244\alpha)\lambda b}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)\lambda b} \cdot \frac{l\,\frac{\alpha(a-b)+\lambda b}{\lambda b}}{l\,\frac{\alpha(a-b)+b}{b}}.$$

Oder um abzukürzen, ſo ſetze man, wie oben:

$$\frac{\alpha(a-b)}{b} = \zeta \text{ und } \frac{\alpha(2k+nb)}{(n-244\alpha)b} = \eta;$$

ſo wird $u:v = 1 : \frac{(\eta-1)\lambda}{\eta-\lambda} \cdot \frac{l(\zeta+\lambda):\lambda}{l(\zeta+1)}$.

Wenn nun, wie in dem ſchon oft berechneten Exempel iſt: $\alpha = \frac{3}{2}$; $a = 45$; $b = 2\frac{5}{8}$; $k = 4900$ und $n = 1000$, ſo wird $\zeta = 24,21$; und $\eta = 5,2$: folglich hat man dieſe Vergleichung:

$$u:v = 1 : \frac{4,2\lambda}{5,2-\lambda} \cdot \frac{l\,\frac{24,21+\lambda}{\lambda}}{l\,25,21}.$$

Man

Man ſetze zum Exempel $\lambda = \frac{3}{4} = 0,75$; ſo wird:

$$u : v = 1 : 0,7078 \frac{l\,33,28}{l\,25,21} = 1 : 0,7687$$

und die Geſchwindigkeiten ſelbſt werden ſich alſo verhalten:

$$\sqrt{u} : \sqrt{v} = 1 : 0,8767:$$

Da alſo, wie wir geſehen, die Geſchwindigkeit der Kugel, da alles Pulver auf einmahl zu entzünden geſetzt worden, in einer Secunde ungefehr 1800 Schuh betragen; ſo wird die Geſchwindigkeit der Kugel, wenn ſich nur $\frac{3}{4}$ vom Pulver entzünden, in einer Secunde austragen 1578 Engl. Schuh. Es iſt aber wahrſcheinlich, daß man, um mit der Wahrheit überein zu ſtimmen, einen gröſſern Theil als $\frac{3}{4}$ für λ annehmen müſſe. Setzen wir aber $\lambda = \frac{7}{8}$, ſo kömmt ungefehr eine Geſchwindigkeit von 1689 Schuhen in einer Secunde heraus, welche ſchon gröſſer iſt, als die Experientz angezeiget. Da nun auch noch etwas weniges von der forttreibenden Gewalt durch das Zündloch und den Spiel-Raum weggehet, ſo wird man ungefehr, wenn das Pulver recht gut iſt, wie der Autor gebrauchet, ziemlich ſicher für λ dieſen Bruch $\frac{9}{10}$ annehmen können. In dem gegenwärtigen Exempel wird aber dahero dieſe Proportion entſtehen.

$$u:v = 1:0,88\frac{l\,27,9}{l\,25,21} = 1:0,90765$$

und alſo $\sqrt{u}:\sqrt{v} = 1:0:0,90765$

Dahero anjetzo die Geſchwindigkeit der Kugel in einer Secunde 1755 Engliſche Suuh betragen wird. Wenn nun davon 100 Schuh für den Verluſt wegen des Spielraums und des Zündlochs abgezogen werden, ſo kommt die wahre Geſchwindigkeit, welche gefunden worden, heraus. Wir können aber aus der letzt integrirten Æquation den Werth von u oder die Geſchwindigkeit der Kugel, wenn ſich alles Pulver auf einmahl entzündet, genauer beſtimmen, als bißher; weil darinnen auch die Reſiſtenz nicht iſt aus der Acht gelaſſen worden. Wir dürfen zu dieſem Ende nur $\lambda = 1$ ſetzen, und da β eine ſolche Zahl iſt, daß nach dem Autore $244\,\beta = 1000$, ſo iſt $122\,\beta = 500$, und $12,4\,\beta = 50,8$. Ferner iſt $n = 1000$, und $\alpha = \frac{3}{2}$, woraus entſteht $m = \frac{b}{k+289b}$. Setzen wir weiter

$$\frac{\alpha(a-b)}{b} = \frac{3(a-b)}{2b} = \zeta; \text{ ſo wird}$$

$$u = 1000\,mb\left(1 - \frac{m(\zeta+1)}{3}\,l\,(\zeta+1)\right.$$

$$\left. + \frac{76,2\,\zeta mh}{\zeta+1} - \frac{2\,\zeta mh}{3}(1-500\,m)\right).$$

In

In unſerm Exempel alſo, da $a = 45$, $b = 2\frac{5}{8}$, und $k = 4900$ haben wir $\zeta = 24,2143$ und $m = \frac{1}{2155,66}$ folglich: $u =$

$$\frac{b}{2,15566} \cdot 0,996102\, l25,2143 + 0,033947.b - 0,005752.b$$

oder $u = 0,46209 b\, l25,2143 + 0,028195.b$.

Hieraus wird die geſuchte Geſchwindigkeit folgender Geſtalt beſtimmt werden:

$l\,25,2143$	=	1, 401647
$l\,1,401647$	=	0, 146638
$l\,2,202581$	=	0, 362215
$l\,0,46209$	=	9, 664723
		0, 173576
Die Zahl	=	1, 491340
		0, 028195
		1, 519535
$l\,1,519535$	=	0, 181710
$l\,b$	=	7, 463893
		7, 645603
Die Hälfte	=	3, 822802
$l\,4$	=	0, 602060
		3, 220742

Die Geſchwindigkeit 1662 Rheinl. Schuh
oder aber 1705 Engl. Schuh.

Da nun dieſe Zahl faſt um 100 Schuh kleiner iſt, als diejenige, welche wir vorher, da wir die Reſiſtenz nicht in Betrachtung gezogen haben, gefunden worden; ſo bleiben nur ungefehr 60 Schuh übrig, welche der Verminderung, ſo von der allmähligen Entzündung des Pulvers und dem Zündloch, nebſt dem Spielraum herrühren, zugeſchrieben werden können. Setzt man nun $\lambda = \frac{9}{10}$, ſo beträgt dieſer Abgang ungefehr 40 Schuh, und der übrige Verluſt mag 20 Schuh austragen.

VIII. Anmerkung.

Da wir in dieſen Anmerkungen alle diejenigen Umſtände in Erwegung gezogen, welche auf die Bewegung der Kugel, ehe dieſelbe aus der Canone heraus getrieben wird, einigen Einfluß haben, nur allein die Verminderung ausgenommen, welche von dem beſtändigen Verluſt der forttreibenden Kraft durch das Zündloch und den Spiel-Raum herkömmt: ſo wollen wir albier noch unterſuchen, wie viel dieſer Umſtand austragen könne. Es ſey demnach, wie wir vorher geſetzt haben, die Länge der ganzen Canone $AB = a$, die Länge des Raums, welcher anfänglich mit Pulver angefüllt geweſen, $AC = b$, und um die Schwierigkeiten nicht ohne Noth zu vermehren, ſo wollen wir ſetzen, daß ſich gleich im erſten Augenblick ein Theil des Pulvers, welcher ſich

ſich zur ganzen Ladung verhalte, wie λ zu 1 auf einmahl entzündet habe, und daß ſich auch nachgehends nichts mehr entzünde. Dahero wird der noch unentzündete Theil einen Raum einnehmen, deſſen Länge $= (1-\lambda)\,b$. Ferner ſey die aus dem entzündeten Pulver erzeugte gröbere Materie der $\frac{\alpha-1}{\alpha}$ te Theil deſſelben, welche mit dem unentzündeten Pulver einen Raum einnehmen wird, deſſen Länge $= b - \frac{\lambda b}{\alpha}$. Wir wollen nun ſetzen, daß die beyden Oefnungen des Spiel-Raums und Zündlochs, wodurch die zuſammen gepreßte Luft heraus fährt, zuſammen genommen, den $\frac{1}{m}$ Theil der Höhlung des Stücks, welche durch cc angedeutet wird, austrage. Zu dieſem Ende wollen wir das Zündloch ef um etwas gröſſer annehmen, damit darunter zugleich die Oefnung des Spiel-Raums begriffen werde, und folglich ſetzen $ef = \frac{cc}{m}$. Dieſes voraus geſetzt, ſo ſoll nach einiger Zeit die Kugel ſchon biß MN fortgetrieben worden ſeyn. Man nenne die Länge AM $= x$; und die Geſchwindigkeit ſowohl der Kugel, als der förderſten Scheibe MN $= \sqrt{v}$, dergeſtalt daß, indem

die Kugel durch N$n = dx$ fortrücket, die Höhe v um dv wachſe. Wenn alſo das Gewicht der Kugel durch eine Luft-Säule ausgedruckt wird, deren Höhe $= k$, ſo iſt die Kraft, welche zur Acceleration der Kugel erfordert wird $= \frac{kdv}{dx}$. Wenn hernach die gröbere Materie n mahl dichter, als die natürliche Luft, geſetzt wird, ſo iſt die Kraft, welche zur Acceleration derſelben erfordert wird $= \frac{1}{2} n (b - \frac{\lambda b}{a}) \frac{dv}{dx}$. Da aber anjetzo die Kugel nicht mehr von der ganzen Gewalt, welche anfänglich aus dem Pulver erzeugt worden, fortgetrieben wird, indem unterdeſſen ein Theil derſelben durch das Zündloch verlohren gegangen; ſo wollen wir ſetzen, daß ſich dieſer verlohrne Theil zum ganzen verhalte, wie z zu 1; oder, daß dieſer Verluſt gleich ſey einer natürlichen Luft-Säule, deren Höhe $244 \lambda b z$. Alſo wird die in der Canone noch übrige Luft ſeyn $= 244 \lambda b (1 - z)$. Da nun dieſelbe in der Canone einen Raum einnimmt, deſſen Länge $= x - b + \frac{\lambda b}{a}$; ſo muß dieſelbe $\frac{244 \lambda b (1 - z)}{x - b + \frac{\lambda b}{a}}$ mahl dichter ſeyn, als die natürliche Luft. Wir wollen, um der Kürze willen, für dieſen

Bruch

Bruch den Buchſtaben s ſetzen, ſo wird, wie oben gewieſen worden, die Elaſticität dieſer Luft dem Gewicht einer Luft-Säule gleichen, deren Höhe $= \beta h (s + \frac{ss}{6q}$: und da zur Acceleration dieſer Luft eine Kraft erfordert wird, $= \frac{122\,\lambda b (1-z)\,dv}{dx}$) ſo iſt die völlige zur Acceleration erforderte Kraft $= \frac{dv}{dx}\left(k + \frac{1}{2} nb\,(1 - \frac{\lambda}{\alpha}) + 122\,\lambda b\,(1-z)\right)$, welche der würklichen Kraft weniger dem Gegendruck b und der Reſiſtentz der Luft $\frac{1}{2} v$ gleich geſetzt, dieſe Æquation giebt:

$$dv\left(k + \frac{1}{2} nb\,(1 - \frac{\lambda}{\alpha}) + 122\,\lambda b\,(1-z)\right)$$

$$= \beta h\left(s + \frac{ss}{6q}\right) dx - hdx - \frac{1}{2}\,vdx.$$

Um aber den Verluſt z zu beſtimmen, ſo wollen wir die Geſchwindigkeit, mit welcher dieſe Luft durch das Zündloch ef heraus dringt, ſetzen $= Vu$. Indem alſo die Kugel durch dx fortgehet, ſo wird durch das Zündloch ein kleiner Cylinder heraus gehen, deſſen Länge $= \frac{dx\,Vu}{Vv}$; und deſſen Dicke $= \frac{cc}{m}$. Und weil dieſe Luft s mahl dichter iſt, als die natürli-

 che;

che; ſo wird dieſer Verluſt eine natürliche Luft-Säule austragen, deren Dicke $= cc$, und deren Höhe $= \frac{sdx\sqrt{u}}{m\sqrt{v}}$. Da nun dieſes der Abgang iſt von der in der Canone enthaltenen Luft $244\,\lambda b(1-z)$, ſo wird $244\,\lambda b dz = \frac{sdx\sqrt{u}}{m\sqrt{v}}$; wovon das Integrale alſo genommen werden muß, daß daſſelbe verſchwinde, wenn $x = b$. Nun iſt alſo noch übrig die Geſchwindigkeit $\sqrt{u}$ zu beſtimmen, welche von der Gewalt der Zuſammendrückung abhängt. Weil nun dieſe Gewalt dem Gewichte einer natürlichen Luft-Säule, ſo hoch $= \mathfrak{C}h\left(s + \frac{ss}{6q}\right)$, gleich iſt; ſo wird zu dieſer Zuſammendrückung eine Höhe von einer gleich dichten Luft, ſo $= \mathfrak{C}h\left(1 + \frac{s}{6q}\right)$ erfordert, dahero wird der Druck auf das Zündloch eben ſo groß ſeyn, als wenn ſich darüber eine Säule von einerley Luft, welche s mahl dichter als die natürliche, befände, deren Höhe $= \mathfrak{C}h\left(1 + \frac{s}{6q}\right)$. In dieſem Fall aber würde die Luft durch das Zündloch mit einer Geſchwindigkeit heraus getrieben werden, der-

gleichen

gleichen ein fallender Körper aus dieſer Höhe erlangt, und alſo wird ſeyn $u = \beta h\left(1+\frac{s}{6q}\right)$:

Wir können alhier den Bruch $\frac{s}{6q}$ als ſehr klein ſicher weglaſſen, und bekommen alſo: $u = \beta h$, und folglich $244\,\lambda b dz = \frac{s dx \sqrt{\beta h}}{m \sqrt{v}}$

Da nun $s = \frac{244\,\alpha\lambda b(1-z)}{\alpha x + (\lambda - \alpha) b}$ oder da $\alpha > 1$ und $\lambda < 1$, vielmehr $s = \frac{244\,\alpha\lambda b(1-z)}{\alpha x - (\alpha - \lambda) b}$

Wenn wir nun dieſen Werth für s ſetzen, ſo kommt: $\frac{dz}{1-z} = \frac{\alpha dx \sqrt{\beta h}}{m(\alpha x - (\alpha-\lambda) b)\sqrt{v}}$.

Wir haben aber ſchon vorher gefunden:

$$dv(2\alpha k + nb(\alpha-\lambda) + 244\,\alpha\lambda b(1-z)) = 2\alpha\beta h dz\left(s + \frac{ss}{6q}\right) - 2\alpha h dx - \alpha v dx.$$

und wenn wir hier die drey letzten Terminos, als welche nicht nur ſehr klein ſind, ſondern ſich auch beynahe faſt aufheben, weglaſſen, ſo haben wir

$$dv\,(2\alpha k + nb(\alpha-\lambda) + 244\,\alpha\lambda b(1-z)) = \frac{488\,\alpha^2\beta\lambda bh\,(1-z)}{\alpha x - (\alpha-\lambda) b}\,dx.$$

Die obige Æquation aber giebt

$$\frac{\alpha\, dx}{\alpha x - (\alpha - \lambda)\, b} = \frac{m dz \sqrt{v}}{(1-z)\sqrt{\beta h}}.$$

und dahero bekommen wir:

$$dv\,(2\alpha k + nb\,(\alpha-\lambda) + 244\,\alpha\lambda b\,(1-z)) = 488\, m\alpha\lambda b dz\, \sqrt{\beta h v}.$$

oder $dz + \frac{z dv}{2m\sqrt{\beta h v}} = \frac{dv(2\alpha k + nb(\alpha-\lambda))}{488\, m\alpha\lambda b\sqrt{\beta h v}}$.

welche mit $e^{\sqrt{v} : m\sqrt{\beta b}}$ multiplicirt, integrirt werden kann, da denn kömmt:

$$e^{\sqrt{v}:\, m\sqrt{\beta h}}\, z = \left(\frac{2\alpha k + nb(\alpha-\lambda)}{244\, m\alpha\lambda b} + \left(\frac{1}{m}\right)\right) \int e^{\sqrt{v}:m\sqrt{\beta h}} \frac{dv}{2\sqrt{\beta h v}} \text{ oder}$$

$$e^{\sqrt{v};m\sqrt{\beta h}}\, z = \left(\frac{2\alpha\, k + nb\,(\alpha-\lambda)}{244\,\alpha\lambda\, b} + 1\right)\left(e^{\sqrt{v}:m\sqrt{\beta h}} - 1\right)$$

weil die Quantität z, welche den Verluſt der forttreibenden Gewalt ausdrückt, verſchwinden muß, wenn $v = 0$, als welches im erſten Augenblick geſchieht. Hieraus bekommen wir

$z =$

$$z = \frac{2\alpha k + nb\,(\alpha-\lambda) + 244\,\alpha\lambda b}{244\,\alpha\lambda b}\left(1 - e^{-\sqrt{v}\,:\,m\sqrt{\beta h}}\right)$$

und $1-z = \frac{(2\alpha k + nb(\alpha-\lambda) + 244\,\alpha\lambda b)}{244\,\alpha\lambda b}$

$$\frac{e^{-\sqrt{v}\,:\,m\sqrt{\beta h}} \qquad -2\alpha k - nb(\alpha-\lambda)}{244\,\alpha\lambda b}$$

ferner $l(1-z) = l\left(\left(1 + \frac{2\alpha k + nb(\alpha-\lambda)}{244\,\alpha\lambda b}\right) e^{-\sqrt{v}\,:\,m\sqrt{\beta h}} \; \frac{-2\alpha k - nb\,(\alpha-\lambda)}{244\,\alpha\lambda b}\right.$

Es ſey $\frac{2\alpha k + nb\,(\alpha-\lambda)}{244\,\alpha\lambda b} = \mu$; ſo iſt

$l(1-z) = l\left((1+\mu)\, e^{-\sqrt{v}:m\sqrt{\beta h}} - \mu\right)$ und alſo

$$\frac{dz}{1-z} = \frac{(1+\mu)\, e^{-\sqrt{v}\,:\,m\sqrt{\beta h}}\, dv : 2m\sqrt{\beta h v}}{(1+\mu)\, e^{-\sqrt{v}\,:\,m\sqrt{\beta h}} - \mu}$$

oder $\frac{dz}{1-z} = \frac{(1+\mu)\, dv : 2m\sqrt{\beta h v}}{1+\mu-\mu\, e^{\sqrt{v}\,:\,m\sqrt{\beta h}}}$.

Da nun oben gefunden worden:

$$\frac{\alpha dx}{\alpha x-(\alpha-\lambda)b}=\frac{dz}{1-z}\cdot\frac{m\sqrt{v}}{\sqrt{\beta h}}.$$

ſo wird $\frac{2\alpha\beta hdx}{\alpha x-(\alpha-\lambda)b}=\frac{(1+\mu)dv}{1+\mu-\mu e^{\sqrt{v}:m\sqrt{\beta h}}}$

Weil aber m gemeiniglich eine ſehr groſſe Zahl iſt, ſo wird der Bruch $\frac{\sqrt{v}}{m\sqrt{\beta b}}$ ſehr klein, und folglich ziemlich genau $e^{\sqrt{v}:m\sqrt{\beta b}}=1+\frac{\sqrt{v}}{m\sqrt{\beta b}}$: Wenn man nun dieſen Werth in der obigen Æquation anbringt, ſo wird

$$\frac{2\alpha\beta hdx}{\alpha x-(\alpha-\lambda)b}=\frac{m(1+\mu)dv\sqrt{\beta h}}{m\sqrt{\beta h}-\mu\sqrt{v}}.$$

oder da $\frac{m\sqrt{\beta h}}{m\sqrt{\beta h}-\mu\sqrt{v}}=1+\frac{\mu\sqrt{v}}{m\sqrt{\beta h}}$.

ſo bekommt man $\frac{2\alpha\beta hdx}{\alpha x-(\alpha-\lambda)b}=$

$$(1+\mu)dv+\frac{\mu(1+\mu)dv\sqrt{v}}{m\sqrt{\beta h}}.$$

Woraus

Woraus man durch die Integration erhält:

$$2\beta h\, l\,\frac{ax-(a-\lambda)b}{\lambda b} = (1+\mu)\,v + $$

$$+ \frac{2\mu\,(1+\mu)\,v\sqrt{v}}{3m\sqrt{\beta h}}.$$

Solte aber durch das Zündloch nichts von der Gewalt des Pulvers verlohren gehen, ſo würde man haben:

$$(1+\mu)v = 2\beta h\, l\,\frac{ax-(a-\lambda)b}{\lambda b}.$$

woraus erhellet, daß in dem gegenwärtigen Fall die Geſchwindigkeit vermindert wird. Um nun zu finden, wie viel dieſe Verminderung austrägt, ſo wollen wir ſetzen, daß wenn dieſer Verluſt nicht da wäre, die Geſchwindigkeit der Kugel ſeyn würde $= \sqrt{u}$; wenn aber der Verluſt durch das Zündloch da iſt, ſo ſey die Geſchwindigkeit der Kugel $= \sqrt{v}$: und hieraus entſpringt dieſe Æquation:

$$u = v + \frac{2\mu\, v\sqrt{v}}{3m\sqrt{\beta h}}.$$

und daraus ferner durch die Näherung:

$$v = u - \frac{2\mu u\sqrt{u}}{3m\sqrt{\beta h}}.$$

und $\sqrt{v} = \sqrt{u} - \dfrac{\mu u}{3m\sqrt{\beta h}}$.

Folglich

Folglich wird ſich verhalten:

$$\sqrt{v} : \sqrt{u} = 1 - \frac{\mu \sqrt{u}}{3m\sqrt{\beta h}} : 1.$$

Wenn nun $\sqrt{u}$ durch die Anzahl der Schuhe ausgedruckt wird, welche die Kugel in einer Secunde durchzulauffen vermögend iſt, ſo wird $\sqrt{\beta h} = 2700$ Schuhe, und alſo

$$\sqrt{v} : \sqrt{u} = 1 - \frac{\mu \sqrt{u}}{8100\, m} : 1$$

es iſt aber $\mu = \frac{2\alpha k + nb(\alpha - \lambda)}{244\, \alpha \lambda b}$.

Wenn alſo die Kugel ohne dieſen Verluſt mit einer Geſchwindigkeit von 1700 Schuhen in einer Secunde heraus getrieben würde; ſo müſte dieſer Umſtand einen Verluſt von $\frac{17\mu}{81m}$. 1700 Schuh in einer Secunde austragen. In dem obigen Exempel, da $b = 2,625$: $k = 4900$; $n = 1000$; $\alpha = \frac{3}{2}$ und $\lambda = \frac{9}{10}$. Wird $\mu = 17$, und daher beträgt der Verluſt $\frac{289}{81\, m}$. 1700, das iſt $\frac{6065}{m}$ Schuh. Sollte nun die Weite des Zündlochs den hunderſten Theil der Weite der Canone austragen; ſo würde dieſer Verluſt 60 Schuh in einer Secunde ausmachen: und alſo die Kugel an ſtatt 1700 nur 1640 Schuh in einer Secunde durch-

durchlauffen. Hierbey iſt aber zu merken, daß unſere für den Verluſt gefundene Expreſſion allzu groß iſt, indem wir in der obigen Integration einige Terminos weggelaßen, welche dieſen Verluſt vermindert haben würden; und dieſer Fehler wird um ſo viel gröſſer ſeyn, je gröſſer das Zündloch, oder je kleiner die Zahl m iſt: Denn die gebrauchte Näherung gilt nur, wenn m eine ſehr groẞe Zahl bedeutet. Dieſes erhellet auch gantz deutlich aus dem Verluſt $\frac{6065}{m}$; denn wenn zum Exempel m nur 3 wäre, ſo müſte der Verluſt 2000 Schuh in einer Secunde austragen. Da nun die gantze Geſchwindigkeit nur bey 1700 Schuhen iſt, ſo ſiehet man wohl daß ſich der Verluſt auf weit weniger 1700 Schuh belauffen müſſe: folglich iſt klar, daß wenn m keine ſehr groſſe Zahl iſt, der auf dieſe Art gefundene Verluſt immer um ein merkliches zu groß ſeyn müſſe. Dahero wenn in dem Exempel $m = 100$ geſetzt worden, ſo iſt die Verminderung der Geſchwindigkeit gewiß viel kleiner, als 60 Schuh. Hernach iſt auch der heraus gebrachte Verluſt aus dieſem Grunde zu groß, weil wir angenommen haben, daß durch das Zündloch nur allein die zuſammen gepreßte Luft heraus fahre, da doch außer Zweifel auch etwas von der gröbern Materie zugleich mit heraus geht, folglich wird die forttreibende Kraft

nicht

nicht um ſo viel vermindert, als in der Rechnung angenommen worden. Denn außerdem, daß die forttreibende Gewalt dadurch keinen ſo großen Abgang leidet, ſo wird dadurch auch die gröbere Materie vermindert, welche ſonſten mit der Kugel fortgeſtoſſen werden müßte. Dieſem letzten Mangel kann nun in der gefundenen Formul leicht abgeholfen werden, wenn man das Zündloch um etwas kleiner anſetzt, als ſolches in der That iſt; wobey zu merken, daß wir hier unter dem Zündloch zugleich die Oefnung des Spielraums mit begreiffen. Um aber den erſten Fehler zu heben, welches nöthig iſt, wenn m keine ſehr groſſe Zahl iſt, ſo muß man den Werth von $e^{\sqrt{v} : m\sqrt{\beta h}}$ näher ausdrucken, und da bekommt man darfür:

$$1 + \frac{\sqrt{v}}{m\sqrt{\beta h}} + \frac{v}{2m^2\beta h} + \frac{v\sqrt{v}}{6m^3\beta h\sqrt{\beta h}} + \&c.$$

und alſo:

$$\frac{2\alpha\beta h dx}{\alpha x-(\alpha-\lambda)b} = \frac{(1+\mu)\, dv}{1 - \frac{m\sqrt{v}}{m\sqrt{\beta h}} - \frac{\mu v}{2m^2\beta b} - \frac{\mu v\sqrt{v}}{6m^3\beta h\sqrt{\beta h}} - \&c.}$$

oder den Bruch weggebracht:

$$\frac{2\alpha\beta h dx}{\alpha x-(\alpha-\lambda)b} = (1+\mu)\, dv \left(1 + \frac{\mu\sqrt{v}}{m\sqrt{\beta h}} \right.$$

$+$

$$+\frac{(\mu^2+\frac{1}{2}\mu)v}{m^2\beta h}+\frac{(\mu^3+\mu^2+\frac{1}{6}\mu)v\sqrt{v}}{m^3\beta h\sqrt{\beta h}}\Big)$$

Setzt man nun $\sqrt{u}$ für die Geſchwindigkeit, welche die Kugel erhalten würde, wenn nichts von der forttreibenden Gewalt verlohren gienge; ſo wird

$$u=v+\frac{2\mu v\sqrt{v}}{3m\sqrt{\beta h}}+\frac{(2\mu^2+\mu)v^2}{4m^2\beta h}$$

$$+\frac{(6\mu^3+6\mu^2+\mu)v^2\sqrt{v}}{15m^2\beta h\sqrt{\beta h}}.$$

und dieſe Æquation umgekehrt giebt:

$$\sqrt{v}=\sqrt{u}-\frac{\mu u}{3m\sqrt{\beta h}}+(\tfrac{1}{36}\mu^2-\tfrac{1}{8}\mu).$$

$$\frac{u\sqrt{u}}{m^2\beta h}+(\tfrac{1}{270}\mu^3+\tfrac{1}{20}\mu^2-\tfrac{1}{30}\mu).\frac{uu}{m^3\beta h\sqrt{\beta h}}$$

Weil nun $\sqrt{\beta h}$ eine Geſchwindigkeit von 2700 Schuhen ausdruckt, wenn $\sqrt{u}$ gleichfals in Schuhen genommen, und der Bruch $\frac{\sqrt{u}}{m\sqrt{\beta h}}$ Kürze halber $=r$ genennet wird: ſo findet man

$$\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{u}}=1-\tfrac{1}{3}\mu r+(\tfrac{1}{36}\mu^2-\tfrac{1}{8}\mu)\,r^2+$$

$$(\tfrac{1}{270}\mu^3+\tfrac{1}{20}\mu^2-\tfrac{\mu}{30})\,r^3.$$

Da

Da nun in obigem Exempel $\mu = 17$, und $r = \frac{17}{27m}$, ſo wird $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{u}} = 1 - 3,568 \cdot \frac{1}{m} + 2,340 \cdot \frac{1}{m^2} + 8,007 \cdot \frac{1}{m^3}$.

Dieſe Formul dienet nun, wenn m keine ſehr groſſe Zahl iſt, als etwan unter 60. Denn wenn $m = 60$, ſo giebt der dritte Terminus $2,340 \cdot \frac{1}{m^2}$ mit $\sqrt{u} = 1700$ multipliciret nur 1 Schuh. Es ſey zum Exempel $m = 10$, oder das Zündloch, nebſt der Oefnung des Spielraums, betrage den zehnten Theil der gantzen Mündung; ſo wird $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{u}} = 0,67461$, und der Verluſt an der Geſchwindigkeit beträgt 553 Schuh. Dergeſtalt, daß die Kugel nur eine Geſchwindigkeit von 1147 Schuh in einer Secunde erhält. Uebrigens iſt hier noch zu bemerken, daß da $\mu = \frac{2\alpha k + nb(\alpha - \lambda)}{244\,\alpha\lambda b}$, der Abgang an der Geſchwindigkeit um ſo viel gröſſer werde, je ſchwehrer die Kugel, oder je gröſſer k iſt, und hieraus können wir einen von den ſtärkſten Gründen, welche der Verfaſſer zu Behauptung ſeiner Meynung, daß ſich alles

alles Pulver im erſten Augenblick auf einmahl entzünde, anführet, hinlänglich wiederlegen. Denn derſelbe ſagt, daß, wenn ſich nicht alles Pulver auf einmahl entzündete, zwey oder drey Kugeln, welche zugleich geladen werden, nach Proportion eine gröſſere Geſchwindigkeit erhalten müßten, als nur eine, indem dieſelben länger im Lauf blieben, und alſo eine ſtärkere Gewalt aushielten. Dem ungeachtet aber habe er niemahls finden können, daß ſolches durch ſeine Experimente wäre beſtätiget worden. Und in der That würde dieſer Schluß ſeine völlige Richtigkeit haben, und die Meynung des Autoris bekräftigen; wenn dieſer wegen des Zündlochs hier erklärte Umſtand nicht vorhanden wäre. Denn da aus dieſem Grunde eine ſchwerere Kugel einen ſtärkern Abgang leidet, als eine leichtere; aus dem vorigen Grunde aber das Wiederſpiel folget: ſo kann es leicht geſchehen, daß dieſe zwey wiederwärtigen Würkungen entweder einander völlig aufheben, oder doch ſo nahe, daß der Unterſcheid in der Erfahrung nicht bemerkt werden kan. Wenn man nun alle dieſe Anmerkungen zuſammen nimmt; ſo wird man in einem jeglichen vorkommenden Fall nicht nur die Urſachen von allen Umſtänden anzeigen, ſondern auch zum voraus die Geſchwindigkeit der Kugel durch die Rechnung beſtimmen können.

XII. Satz.

Die Gewalt zu unterſuchen, mit welcher eine Kugel, ſo von der Ladung merklich entfernet iſt, fortgetrieben wird.

Wir haben in verſchiedenen von den oben angeführten Experimenten die Kugel nicht unmittelbar vor das Pulver, ſondern in einer geringen Entfernung von demſelben geſetzt, inzwiſchen hat doch der ledige Raum zwiſchen der Ladung und der Kugel immer über anderthalb Zoll betragen: und in dieſem Fall haben wir geſehen, daß unſere Theorie noch ziemlich genau mit den Experimenten übereingeſtimmet. Wenn aber die Kugel noch weiter von dem Pulver, als in einer Entfernung von 12, 18 oder 24 Zoll geladen wird; ſo finden diejenigen Gründe nicht mehr ſtatt, welche wir oben in dem 7ten Satz, da die Kugel entweder unmittelbar vor das Pulver, oder nicht weit davon, geſetzt worden, gebraucht haben. Denn wir haben in dem vorhergehenden Satze geſehen, daß wenn ſich nicht unmittelbar vor dem Pulver ein ſchwerer Körper befindet, die Flamme ſich alsdenn mit einer weit gröſſeren Geſchwindigkeit ausbreite, als dieſelbe immer einer Kugel einzu-

drucken

drucken vermögend iſt. Da nun das Pulver, indem ſich daſſelbe durch einen ledigen Raum von 12, 18 oder 24 Zoll ausbreitet, einen ſehr beträchtlichen Grad von dieſer Geſchwindigkeit erhält; ſo wird die erſte Bewegung der Kugel nicht allein von der druckenden Kraft des Pulvers, ſondern auch von dem würklichen Stoß deſſelben verurſachet: und dahero wird der Kugel in dem erſten Augenblick ein weit gröſſerer Grad der Bewegung eingedruckt, welcher ſo wohl aus der Gewalt des Stoſſes, als aus der Ausdehnungs-Kraft des Pulvers, beſtimmt werden muß.

Hieraus folget nun, daß die Geſchwindigkeit der Kugel, wenn dieſelbe ziemlich weit von dem Pulver geladen worden, weit gröſſer ſeyn müſſe, als diejenige, welche oben in dem ſiebenden Satze aus der Ausdehnungs-Kraft des Pulvers allein heraus gebracht worden. Wir haben auch dieſe der Theorie gemäße Vermehrung der Geſchwindigkeit der Kugel durch vielerley Verſuche beſtätiget. Auf dieſe Art haben wir gefunden, daß eine Kugel, welche in dem mit dem Buchſtaben A bezeichneten Lauf $11\frac{3}{4}$ Zoll weit von dem Boden geladen, und mit 12 Drachm. Pulver heraus geſchoſſen worden, eine Geſchwindigkeit von 1400 Schuhen in einer Secunde erhalten: da dieſelbe doch, wenn ſie von der bloſſen Ausdehnungs-Kraft des Pulvers wäre in Bewegung geſetzt wor-

den, nur eine Geſchwindigkeit von 1200 Schuhen in einer Secunde erlangt haben würde. Eben dieſen Umſtand haben wir auch in allen andern gröſſeren Entfernungen (und auch in kleinern, obgleich nicht auf denſelben Grad) und mit allen Ladungen der Wahrheit gemäß befunden. Alle dieſe Würkungen kommen auch ziemlich genau mit demjenigen überein, was wir in dem vorigen Satz über die Geſchwindigkeit der Ausdehnung ſo wohl der ſubtilen als der gröbern Theile der Flamme ausgeführet haben.

Hieraus fließt noch eine andere Betrachtung von ſehr groſſer Wichtigkeit im Gebrauch der Artillerie, welche darinne beſtehet, daß man nimmer eine Kugel auf eine merkliche Diſtantz vor das Pulver laden ſoll, wenn der Lauf nicht über die maßen ſtark und feſt iſt. Deñ, wenn eine mäßige Ladung Pulver ſich ſchon durch den ledigen Raum ausgebreitet, und alsdenn erſt die Kugel erreichet: ſo muß ſich die Flamme durch die ſchon erhaltene Geſchwindigkeit hinter der Kugel aufhäuffen, und dadurch einen weit gröſſern Grad der Dichtigkeit erhalten; dahero der Lauf, wenn derſelbe an dieſem Ort keine außerordentliche Stärke hat, von dieſer verſtärkten Kraft des Pulvers unfehlbar zerſpringen wird. Ich habe auch die Wahrheit dieſes Schlußes an einer herrlichen und aus zähem Eiſen geſchmiedeten

deten Mußkete erfahren. Denn als ich dieſelbe mit 12 Drachm. Pulver geladen, und die Kugel 16 Zoll weit vom Boden hinein geſetzt hatte; ſo iſt dieſer Lauf nach dem Schuß juſt hinter der Kugel faſt zweymahl ſo dicke aufgeſchwollen, und hat daſelbſt eine Geſtalt, als eine aufgeblaſene Blatter, bekommen: über dieſes waren auch zwey groſſe Stücke ungefehr zwey Zoll lang daraus geſprungen.

Da nun die ganze Bewegung einer Kugel, welche ziemlich weit vor das Pulver geladen worden, von zweyerley Kräften, welche darauf würken, herkommt: nehmlich erſtlich von dem Stoß der Theile des entzündeten Pulvers, deſſen Stärke auf der Geſchwindigkeit, welche dieſe Theile durch die Ausdehnung ſchon würklich erhalten haben, beruhet, und denn zweytens von der fortdaurenden Kraft der Ausdehnung, womit die Kugel durch die übrige Länge des Laufs fortgetrieben wird: ſo war ich bemühet, dieſe zwey verſchiedenen Würkungen von einander abzuſondern, und nur die letztere beyzubehalten, welche von dem fortdaurenden Druck der Flamme herrühret. Zu dieſem Ende trieb ich das Pulver nicht mehr auf dem Boden des Laufs zuſammen, ſondern um die Würkung des Stoſſes zu verhüten, ſo zerſtreuete ich daſſelbe durch den ganzen Raum hinter der Kugel ſo gleichförmig, als mir möglich war, und bildete mir ein, daß durch dieſes

Mittel die Geſchwindigkeit der Flamme an einem jeglichen Ort durch die Ausdehnung der umliegenden Theile gehemmet werden würde. Nachdem ich nun die Ladung auf dieſe Art eingerichtet; ſo fand ich, daß die Kugel, welche $11\frac{1}{4}$ Zoll weit von dem Boden geſetzt worden, an ſtatt der Geſchwindigkeit von 1400 Schuhen in einer Secunde, welche in dem vorhergehenden Experiment heraus gekommen, anjetzo nur eine Geſchwindigkeit von 1100 Schuhen bekommen, welche um 100 Schuh kleiner iſt, als nach unſerer Theorie aus der fortdaurenden Druckung des Pulvers allein gefunden wird.

Die Urſache dieſes Abgangs war nun außer Zweifel die innere Bewegung der Flamme. Denn aus der Entzündung des Pulvers, welches durch einen weit gröſſern Raum, als daſſelbe anzufüllen vermögend war, zerſtreuet geweſen, muſten nothwendig mancherley verſchiedene Stöſſe und Zurückprallungen der Flamme entſtehen: und durch dieſe innerliche Bewegungen der ſubtilen flüßigen Materie, muſte nothwendig der Druck auf die innern Wände, und folglich auch auf die Kugel, wie bey allen andern flüßigen Materien in dieſem Fall zu geſchehen pflegt, ſehr merklich vermindert werden. Um nun dieſe Ungleichheit der Gewalt zu vermeiden, ſo habe ich nachgehends in allen Experimenten, welche ich gemacht,

macht, das Pulver immer ſo nahe, als möglich geweſen, ſorgfältig zuſammen geſtoſſen, wenn auch die Kugel in einer kleinen Entfernung von demſelben geſetzet worden.

Anmerkung.

Die Unterſuchung, wovon in dieſem Satz gehandelt wird, iſt eine von den ſchwehreſten Materien, welche immer in der Lehre von der Bewegung flüßiger Körper vorkommen können: und wenn dieſer Satz nach aller Schärfe ausgeführet werden ſollte; ſo würden noch zur Zeit weder die bekannten Vortheile der Auflöſungskunſt, noch die Grundſätze der Wiſſenſchafft ſelbſt, wohin dieſe Unterſuchung gehöret, hinreichend ſeyn, alle dabey vorkommende Schwierigkeiten zu überwinden. Es wird nehmlich hier der Fall betrachtet, wenn die Kugel nicht unmittelbar auf das Pulver geladen, ſondern ein merklicher Raum zwiſchen dem Pulver, und der Kugel, ledig gelaſſen wird. Wenn nun dieſer Raum völlig leer wäre, und ſich darinne auch ſo gar keine Luft befände; ſo würde ſich gleich nach der Entzündung die dadurch befreyte zuſammen gepreßte Luft nach der im vorigen Satze beſchriebenen Art ſo lange gantz frey ausdehnen, biß die vörderſten Theile derſelben die Kugel erreichten. Und in dieſem Fall würde es ſo ſchwehr nicht ſeyn, ſo wohl die Ausdehnungs-Kraft der

der zuſammen gedruckten Luft, in dem Augenblick, da dieſelbe auf die Kugel zu würken anfängt, als auch die Geſchwindigkeit aller Theile derſelben nach den bißher erklärten Regeln zu beſtimmen. Und da alsdenn auf die Kugel eine doppelte Gewalt würket, wovon die erſte in der Ausdehnungs-Kraft der zuſammengedruckten Luft beſtehet, und die Kugel ſo lange fortſtößt, biß dieſelbe gänzlich zum Lauf hinaus getrieben worden; die andere aber aus der Gewalt des Stoßes entſpringt, und gleichſam nur einen Augenblick ihre Kraft auf die Kugel ausübet: ſo könnte auch noch die Würkung der erſten Kraft nach den hier angeführten Grundſätzen beſtimmet werden, wie ſolches denn auch oben würklich geſchehen iſt. Allein es finden ſich bey Beſtimmung der andern Würkung um ſo viel gröſſere Schwierigkeiten, welche noch zur Zeit nicht wohl aus dem Wege geräumet werden können. Dieſe Sache ſcheinet zwar in die Lehre von der Mittheilung der Bewegung, ſo durch den Stoß geſchieht, zu lauffen, und folglich da dieſe Lehre ſchon genugſam ausgeführt iſt, keinen ſo groſſen Hinderniſſen unterworfen zu ſeyn; allein da in dieſem Falle ſo wohl die Schwehre, als die Geſchwindigkeit des anſtoſſenden Körpers, bekannt ſeyn muß: ſo ſiehet man leicht, daß in den gegenwärtigen Aufgaben dieſe beyden Stücke gänzlich ungewiß ſind. Denn weil hier

hier die ſich ausdehnende Luft den anſtoſſen Körper ausmacht; ſo kann weder das ganze Weſen derſelben für die Schwehre des anſtoſſenden Körpers, noch die Geſchwindigkeit der vorderſten Theilchen für die Geſchwindigkeit deſſelben, angenommen werden. Um dieſes deutlicher zu machen, ſo darf man nur betrachten, daß ſo bald die vorderſten Theilchen der zuſammen gepreßten Luft auf die Kugel ſtoſſen, die hintern nur in ſo ferne zugleich mit würken, als die Bewegung derſelben gehemmet wird. Da nun dieſelben ihre Bewegung noch einiger maßen fortſetzen können; ſo iſt es eben ſo viel, als wenn ein Theil derſelben gar nicht zu dem Weſen des anſtoſſenden Körpers gehörte. Wie groß aber dieſer Theil ſey, iſt eben dasjenige, worinn die gröſte Schwierigkeit beſtehet. Inzwiſchen ſcheinet es doch, daß man von der Wahrheit nicht allzuſehr abweiche, wenn man die Helfte, oder ein Drittel für dieſen geſuchten Theil annimmt. Wenn wir demnach ſetzen, daß (Fig. 9.) die Kugel anfänglich in ZZ geſetzt worden, und die Ladung den Raum AC erfüllet habe, ſo nenne man $AC = b$; $AZ = f$: ſo wird das Gewicht der Ladung ungefehr einer natürlichen Luft-Säule gleichen, deren Höhe $= 1000\,b$; wenn wir nehmlich annehmen, daß das Pulver 1000 mal ſchwehrer iſt, als die Luft, und hiervon wird alſo die Helfte an die Kugel ſtoſ-

ſen, deren Gewicht durch eine Luft-Säule, welcher Höhe $= k$, ausgedrückt worden. Indem ſich aber nach der Entzündung die Flamme biß ZZ ausbreitet, ſo wird dieſelbe, wie aus dem vorhergehenden erhellet, eine Geſchwindigkeit bekommen, welche aus der Höhe

$$= \frac{2\alpha}{n(\alpha-\lambda)+244\,\alpha\lambda}\cdot 244\,\beta\lambda h$$

$l\,\frac{\alpha f-(\alpha-\lambda)b}{\lambda b}$ herkömmt: Wo $\alpha = \frac{3}{2}$; $n = 1000$; $244\,\beta = 1000$; und λ den entzündeten Theil des Pulvers bedeutet, wofür wir annehmen wollen $\lambda = \frac{9}{10}$: aber b iſt die Höhe einer natürlichen Luft-Säule, deren Gewicht der Elaſticität der natürlichen Luft gleich iſt. Dahero wird die obige Höhe, wodurch die Geſchwindigkeit der Flamme in Z ausgedruckt wird, seyn $= \frac{20}{31}\,hl\,\frac{5f-2b}{3b}$ und folglich die Geſchwindigkeit ſelbſt $= \sqrt{\frac{20}{31}\,b\,l\,\frac{5f-2b}{3b}}$. Da nun die Kugel anfänglich ſtille geſtanden; ſo muß man nach den bekannten Regeln dieſe Vergleichung anſtellen: Wie ſich verhält die Summa der beyden Körper $500\,b+k$ zu dem anſtoſſenden $500\,b$, alſo verhält ſich die Geſchwindigkeit des anſtoſſenden

ſenden Körpers $\sqrt{\frac{90h}{31}\, l\, \frac{5f-2b}{3b}}$ zur Ge-
ſchwindigkeit beyder nach dem Stoß; dahero die Geſchwindigkeit der Kugel nach dem Stoß ſeyn wird $= \frac{500\,b}{k+500\,b} \sqrt{\frac{90\,b}{31}\, l\, \frac{5f-2b}{3b}}$.
Wenn man von der Materie des Pulvers einen kleineren Theil als die Helfte genommen hätte; ſo müßte man auch für $500\,b$ eine kleinere Zahl ſetzen. Wollen wir dafür $310\,b$ annehmen, ſo giebt $k + 310\,b$ eben denjenigen Nenner $\alpha(2k + nb) - (n - 244)\,\lambda b$ welcher oben in der VIIten Anmerkung zum vorigen Satz gefunden worden, und eben dieſe Uebereinſtimmung ſcheinet auch eine ſtarke Probe zu ſeyn, daß dieſe Zahl $310\,b$ den richtigen Theil anzeigt. Demnach bekommen wir für die Höhe, welche die Geſchwindigkeit der Kugel ausdruckt, dieſe Expreſſion;

$$\frac{310.\,900\,b^2 b}{(k+310\,b)^2}\, l\, \frac{5f-2b}{3b} =$$

$$\frac{279000\,b^2 h}{(k+310\,b)^2}\, l\, \frac{5f-2b}{3b}.$$

Wenn aber die Kugel anfänglich unmittelbahr vor das Pulver wäre geſetzt worden, ſo würde dieſelbe, nach dem ſie biß in ZZ fortgeſtoſſen worden, eine Geſchwindigkeit erhalten,

halten haben, welche aus dieſer Höhe $= \frac{900\,bh}{k+310\,b}\, l\, \frac{5-2\,b}{3\,b}$ entſtehet: folglich wird ſich dieſe Geſchwindigkeit zu jener verhalten, wie 1 zu $\sqrt{\frac{310\,b}{k+310\,b}}$: und alſo wird die der Kugel durch den Stoß mitgetheilte Geſchwindigkeit weit kleiner ſeyn, als diejenige, welche ſie in Z erlangt haben würde, wenn ſie unmittelbar vor das Pulver wäre geladen worden. Wenn nun dieſe durch den Stoß erlangte Geſchwindigkeit richtig iſt; ſo wird es leicht ſeyn, die folgende Vermehrung derſelben durch die Ausdehnungskraft zu beſtimmen. Wir dürfen zu dieſem Ende nur die oben gefundene Æquation nehmen, welche nachdem man die kleinen Terminos weggelaſſen, und für die Buchſtaben α, λ, β, und n die gehörigen Werthe geſetzt, alſo beſchaffen iſt.

$$v = \frac{900\,bb}{k+310\,b}\, l\, \frac{5x-2\,b}{3\,b}$$

und dazu noch eine unveränderliche Quantität ſetzen, welche ſo beſchaffen ſeyn muß, daß wenn man $x = f$ ſetzt, die Höhe v in $\frac{279000\,bbb}{(k+310\,b)^2}\, l\, \frac{5f-2\,b}{3\,b}$ verwandelt werde. Es bedeute alſo v die für die Geſchwindigkeit der Kugel gebührende Höhe, nachdem die Kugel

gel biß in MM, da AM $= x$, fortgeſtoſſen worden, und da wird man eine ſolche Æquation haben.

$$v = \frac{900 bb}{k + 310 b} l \frac{5x - 2b}{3b} + C.$$

Um nun die Quantität C zu beſtimmen, ſo ſetze man $x = f$ und $v = \frac{279000 bbb}{(k + 310 b)^2}$ $l \frac{5f - 2b}{3b}$. da wird:

$$\frac{279000 bbb}{(k + 310 b)^2} l \frac{5f - 2b}{3b} =$$
$$\frac{900 bh}{(k + 310 b} l \frac{5f - 2b}{3b} + C$$

und alſo $C = \frac{-900 bkb}{(k + 310 b)^2} l \frac{5f - 2b}{3b}$

Folglich wird man erhalten

$$v = \frac{900 bb}{k + 310 b} l \frac{5x - 2b}{3b} - \frac{900 bkb}{(k + 310 b)^2} l \frac{5f - 2b}{3b}$$

Wenn aber die Kugel in ZZ keinen Stoß bekommen hätte, ſondern bloß allein von der Ausdehnungs-Kraft wäre fort getrieben worden, ſo würde $C = \frac{-900 bb}{k + 3106} l \frac{5f - 2b}{3b}$ und alſo

$$v = \frac{900 bb}{k + 310 b} l \frac{5x - 2b}{3b} - \frac{900 bb}{k + 310 b} l \frac{5f - 2b}{3b}.$$

Wenn

Wenn aber die Kugel anfänglich unmittelbar vor das Pulver wäre geladen worden, ſo würde heraus kommen:

$$v = \frac{900bh}{k+310b} \, l \frac{5x-2b}{3b}.$$

Wenn wir nur für x die Länge des ganzen Laufs a, und für das von dem Autore angeführte Exempel ſetzen $a = 45$; $b = 2,625$; $f = 11,25$; $k = 4900$; und $lb = 7,463893$, ſo können wir die dreyerley Geſchwindigkeiten folgender Geſtalt beſtimmen:

$$\frac{900b}{k+310b} = \frac{236350}{561375}; \quad \frac{900bk}{(k+310b)^2} = \frac{490000}{571375} \cdot \frac{236260}{571375}.$$

oder

$$\frac{900b}{k+310b} = 0,41438;$$

$$\frac{900bk}{(k+3106)^2} = 0,35459$$

und $\frac{5x-2b}{3b} = 27,905$; $\frac{5f-2b}{3b} = 6,375$.

folglich $l\,27,905 = 1,445682$;

$l\,6,375 = 0,804470$

$l\,1,445982 = 0,160073$;

$l\,0,80448 = 9,905515$

Man

Man addire $\underline{0,362215}$ ſo kommt

$$l\,l\,\frac{5x-2b}{3b} = 0,522288$$ und

$$l\,l\,\frac{5f-2b}{3b} = 0,267730$$

ſo bekommt man:

$$\frac{900b}{k+310b}\,l\,\frac{5x-2b}{3b} = 1,37639$$

$$\frac{900b}{k+310b}\,l\,\frac{5f-2b}{3b} = 0,76592$$

$$\frac{900bk}{(k+310b)^2}\,l\,\frac{5f-2b}{3b} = 0,65683.$$

Wenn alſo die Kugel anfänglich unmittelbar vor das Pulver geladen wird, ſo wird $v = 1,37638\,b$, und die Geſchwindigkeit beträgt in einer Secunde 1582 Schuh. Wird aber die Kugel anfänglich in ZZ geſetzt, und das Pulver durch den Raum AZ alſo zerſtreuet, daß die Kugel keinen Stoß leidet; ſo wird $v = 0,61046\,b$, und dieſe Geſchwindigkeit beträgt 1054 Schuh in einer Secunde. Wenn aber die Kugel in ZZ zugleich den Stoß von dem Pulver erhält; ſo wird $v = 0,71955\,b$ und dieſe Geſchwindigkeit beträgt 1144 Schuh in einer Secunde.

Es iſt aber zu merken, daß die Formul,

aus

aus welcher dieſe Geſchwindigkeiten beſtimmet worden, etwas zu klein iſt, dahero die gefundenen Zahlen noch um etwas vermehret werden müſſen. Dem ungeachtet aber iſt klar, daß die Geſchwindigkeit der Kugel im letzten Fall, da dieſelbe anfänglich durch den Stoß des Pulvers in Bewegung geſetzet worden, weit kleiner iſt, als die Erfahrung ausgewieſen. Wenn wir aber auf die dabey vorgefallenen Umſtände Acht haben, ſo ſieht man leicht, daß ſich die ſubtile Materie bey dem Stoß hinter der Kugel ſehr ſtark müſſe gehäuffet, und alſo eine weit gröſſere Elaſticität bekommen haben, wodurch folglich der Kugel auch ein weit gröſſerer Grad der Geſchwindigkeit eingedruckt worden. Was aber die Aufſchwellung und Zerſprengung des Laufs anlangt, ſo iſt die Urſache davon leicht einzuſehen. Denn da der Kugel gleichſam in einem Augenblick ein ziemlicher Grad der Geſchwindigkeit durch den Stoß eingedruckt wird; ſo iſt klar, daß eine druckende Kraft, welche in eben dieſer kurzen Zeit der Kugel eben dieſen Grad der Geſchwindigkeit einzudrücken vermögend wäre, erſtaunlich groß ſeyn müſſe: und es dürfte vielleicht eine 10mahl ſtärkere Kraft, als die ausdehnende Gewalt des Pulvers allein auf die Kugel auszuüben pflegt, nicht hinlänglich ſeyn, eine ſolche Würkung hervorzubringen. Da nun eine Canone oder ein Mußketen-Lauf

an einem jeglichen Ort nur ſo ſtark gemacht zu werden pflegt, als zu Aushaltung der ordentlichen Ausdehnungs-Kraft des Pulvers erfordert wird; ſo hat man ſich nicht zu verwundern, wenn von dieſem groſſen Zuwachs der Gewalt ein gewöhnlicher Lauf zerſpringet, oder auseinander gedehnet wird, wie in dem von dem Autore angeführten Exempel geſchehen iſt.

Wenn die Kugel dieſen Stoß nicht bekommen hätte, ſo würde dieſelbe nach unſerer Rechnung eine Geſchwindigkeit von 1054 Rheinl. Schuhen in einer Secunde erhalten, welche in Engliſchen Schuhen 1086 beträgt, und folglich mit 1100, ſo durch die Experimente heraus gekommen, um ſo viel mehr genau überein trifft, da die Formul, welche hier gebraucht worden, etwas zu klein iſt. Wenn alſo der Autor für dieſen Fall eine Geſchwindigkeit von 1200 Schuhen heraus bringt, ſo muß entweder in ſeine Rechnung ein Fehler eingeſchlichen ſeyn, oder die Urſache davon ſteckt, welches wahrſcheinlicher iſt, in der Unrichtigkeit der Theorie des Autoris ſelbſt; indem er nicht auf die Kraft geſehen, welche zu Forttreibung der Flamme erfordert wird. Da ſich nun die Sache alſo verhält, ſo fällt auch ſeine Erklärung, wodurch er die Verminderung der Geſchwindigkeit der Kugel in dieſem

Fall erklären will, weg; als welche außer dieſem auch ſo beſchaffen iſt, daß daraus die Würkung, welche der Autor angiebt, nicht folgen kann. Denn ungeachtet dieſer Satz unſtreitig wahr iſt, daß die ausdehnende Kraft einer flüßigen elaſtiſchen Materie geringer wird, wenn ſich darinne eine innerliche Bewegung unter den Theilen derſelben befindet; ſo iſt doch leicht zu erachten, daß dieſe innerliche Bewegung in der Flamme, wenn das Pulver durch den gantzen Raum hinter der Kugel zerſtreuet worden, alſobald aufhören müſſe, wenn dieſelbe auf die Kugel zu würken anfängt.

Wir haben aber in demjenigen, was wir vorher von der Bewegung der Kugel, wenn dieſelbe nicht unmittelbar auf das Pulver geladen wird, ausgeführet haben, angenommen, daß der Raum zwiſchen dem Pulver und der Kugel völlig leer ſey. Da ſich nun darinn eine natürliche Luft befindet, ſo entſtehet daher in den gemachten Schlüßen eine geringe Veränderung. Denn, ſo bald ſich nach der Entzündung die Flamme auszubreiten anfängt, ſo wird die zwiſchen dem Pulver und der Kugel befindliche Luft zuſammen gedruckt, und bekommt folglich eine Kraft die Kugel fortzuſtoſſen, dergeſtalt, daß die Kugel würklich in Bewegung geſetzt wird, ehe die Flamme dieſelbe unmittelbar erreichet, und darauf den Stoß ausübet. Und in dieſem

Umſtan=

Umſtande ſcheinet die Urſache gröſten theils zu ſtecken, daß die Kugel eine ſchnellere Bewegung erhält, als durch die obige Rechnung gefunden worden.

XIII. Satz.

Die verſchiedenen Gattungen von Pulver herzuzehlen, und den ſicherſten Weg anzuzeigen, um die Güte deſſelben zu erforſchen.

Das Pulver, welches wir bißher betrachtet haben, war von derjenigen Art, welches zum Dienſt der Regierung bereitet zu werden pflegt. Außer demſelben aber giebt es noch mancherley andere Arten, davon einige beſſer, andere ſchlechter ſind, von welchen ich mir vorgenommen habe einige Nachricht zu ertheilen, in ſo ferne ich dieſelben zu unterſuchen im Stande geweſen bin.

Ich muß aber erſtlich zum voraus erinnern, daß das Pulver der Regierung, wenn daſſelbe wohl zubereitet worden, meines Bedünkens ſo gut iſt, als immer ein Pulver, ſo zum allgemeinen Gebrauch verfertiget wird, ſeyn kan. Ich habe daſſelbe mit groſſer Sorgfalt unterſuchet, und mit andern Arten von Pulver, welche hier in Engelland ge-

macht, und für die beſten gehalten werden, dergleichen ſind das Bataille Pulver und andere, in Vergleichung gezogen, und ich konnte keinen merklichen Unterſcheid dazwiſchen wahrnehmen. Ich habe daſſelbe auch durch vielerley Verſuche mit einem gewißen Spaniſchen Pulver, ſo von St. Jago kommt, verglichen. Und ob ich gleich, wenn ich meine Meynung davon ſagen ſoll, das Spaniſche Pulver beſſer befunden; ſo beträgt doch der Unterſcheid nur etwa den funfzigſten oder ſechzigſten Theil, und iſt demnach allzu klein, als daß man davon mit einer völligen Gewißheit verſichert ſeyn könnte. Wenn ich auch andere Experimente gegen die meinigen halte, ſo finde ich, daß das Franzöſiſche Pulver ſehr wenig von dem unſrigen unterſchieden iſt: ungeachtet ich hierüber nicht ſo gewiß ſeyn kan, als ich wünſchte, indem ich nimmer etwas von dieſem Pulver habe bekommen können. Ich muß aber hierbey nochmahls wiederholen, daß wenn ich von dem Pulver unſerer Regierung ſpreche, ich ſolches verſtehe, welches nach der verordneten Proportion der Materialien zuſammen geſetzt, und wohl durch gearbeitet worden: denn von dieſer Art war dasienige Pulver, deſſen ich mich in meinen Verſuchen bedienet habe.

Das ſtärkſte Pulver, womit ich jemahls umgegangen, war, wie ich berichtet worden, von einer Art, welche in Holland verfertiget wird.

Die

Die Gewalt deſſelben verhält ſich zu der Gewalt des Pulvers unſerer Regierung bey nahe, wie 5 zu 4. Allein dieſes Pulver iſt ohne Zweifel aus den feinſten und auserleſenſten Materialien bereitet, und allem Anſehen nach noch mit ſtarkem Spiritu gearbeitet worden, dergeſtalt, daß wenn daſſelbe in groſſer Menge gemacht werden ſollte, die Unkoſten, welche darauf verwandt werden müſten, dieſen Zuwachs der Gewalt weit überwägen würden.

Das beſte Pulver, welches mir nächſt dieſem vorgekommen, iſt in Portugall unter der Aufſicht eines Holländers gemacht worden, welcher ſeit einigen Jahren bey Liſſabon Pulver-Mühlen aufgerichtet. Dieſes Pulver iſt zwar etwas ſchwächer, als das vorhergemeldete Holländiſche, es kommt aber dieſem doch näher, als unſerem Regierungs-Pulver.

Das gemeine Kram-Pulver, welches hier in Engelland in allen Gewürtz-Läden verkaufft wird, iſt nicht nur viel ſchlechter, als das Regierungs- und Batallien-Pulver, ſondern auch über die maßen verſchieden, je nach dem Gutdüncken derjenigen, von welchen daſſelbe gemacht wird. Ich habe davon vielerley Arten unterſucht, deren Stärke ſich zu dem Regierungs-Pulver ungefehr verhalten, wie 2 zu 3: es giebt aber darunter noch andere Gattungen, welche noch ſchlechter ſind. Unter allen verſchiedenen Sorten aber iſt dasjeni-

ge das ſchlechſte, welches für die Africaniſche Handlung verfertiget, und insgemein Guinea-Pulver genennet wird. Dergleichen ſchlechtes Pulver aber iſt keiner fleißigen Unterſuchung werth, indem bey der Zubereitung deſſelben keine gewiſſen und feſtgeſetzten Regeln beobachtet werden.

Dieſer Unterſcheid nun in der Stärke des Pulvers kan von dreyerley Urſachen herrühren: entweder erſtlich von der Beſchaffenheit der Materien, aus welchen daſſelbe bereitet wird; oder zweytens von der Proportion, welche bey Vermiſchung deſſelben beobachtet wird; oder drittens von der Art, wie daſſelbe gearbeitet wird.

Das Pulver wird, wie jedermann zur Gnüge bekannt, aus Salpeter, Schwefel und Kohlen zuſammen geſetzt. Von dieſen Materien ſind nun der Schwefel und die Kohlen am wohlfeilſten. Und ob es gleich unter dieſen einige Arten giebt, welche vor andern zu dieſem Ende tüchtig ſind; ſo trägt doch der Unterſcheid, wenn man davon die allerbeſten nimmt, in Vergleichung der ſämmtlichen Koſten, welche bey Verfertigung des Pulvers aufgehen, ſo wenig aus, daß es ſehr ungereimt ſeyn würde, wenn man Pulver, welches ſonſten gut ſeyn könnte, durch ſchlechten Schwefel und Kohlen verderben wolte.

Die theuerſte Materie bey Verfertigung des

Pulvers iſt der Salpeter, und eben deswegen rühren auch die meiſten Mängel des Pulvers hiervon her. Es iſt aber der Salpeter nichts anders, als eine durch die Erde aus der Luft getränkte Materie. Denn wenn eine Quantität Erde, aus welcher der Salpeter ſchon ausgezogen worden, wiederum von neuem der Luft eine Zeitlang ausgeſetzet wird, ſo wird darinn wiedrum Salpeter erzeuget; und dieſes geſchieht ſo oft, als man den Verſuch auch immer wiederholet.

Der Salpeter iſt an ſich ſelbſt eine unverbrennliche Materie; denn wenn derſelbe in das ſtärkſte Feuer geſetzet wird, ſo ſchmeltzet er nur, und entzündet ſich nimmer, wofern keine verbrennliche Materie damit vermiſchet wird. Ob derſelbe aber gleich für ſich ſelbſt und ohne Vermiſchung mit andern Materien ſich weder entzündet noch brennet, ſo vermehret derſelbe doch, wenn er mit verbrennlichen Materien vermiſchet wird, die Heftigkeit der Entzündung auf eine gantz erſtaunliche Art, und thut in dieſem Fall eine weit ſtärkere Würkung, als die Luft, wenn dieſelbe vermittelſt etlicher Blaſe-Bälge mit dem Feuer vermiſchet wird, immer hervorzubringen vermögend iſt.

Da nun das Pulver erſtlich aus Schwefel und Kohlen, welches verbrennliche Materien, und denn aus Salpeter, welches eine unverbrennliche Materie iſt, beſtehet; ſo iſt klar, daß

wenn die Quantität des Salpeters in Anſehung der zwey übrigen Materien zu groß genommen wird, alsdenn die Verbrennlichkeit dieſer nicht hinlänglich ſey, allen Salpeter zu verzehren. Dahero in dieſem Fall das Feuer nicht ſo würkſam, und folglich das Pulver, wie in dem 10ten Satz angemerket worden, nicht ſo ſtark ſeyn wird, als wenn man einen Theil des Salpeters davon, und an deſſen ſtatt eine gleiche Quantität von den andern Materien hinzu thun ſollte. Wenn aber im Gegentheil weniger Salpeter unter das Pulver genommen wird, als die beyden übrigen Materien leicht zu verzehren vermögend ſind; ſo iſt das Feuer nicht ſo heftig, als es ſeyn ſolte, indem daſſelbe auf keinen ſo hohen Grad vermehret wird, als geſchehen würde, wenn man eine gröſſere Menge Salpeter zu der Vermiſchung nehmen ſollte.

Hieraus erhellet nun, daß die Güte des Pulvers nicht aus der Menge des damit vermiſchten Salpeters beurtheilet werden könne; ungeachtet dieſe Materie der Grund zu ſeyn ſcheinet der ſubtilen elaſtiſchen Materie, in welcher die ganze Gewalt beſtehet. Denn da ſowohl die Verwandlung des Salpeters in dieſe ſubtile elaſtiſche Materie, als die daher entſtehende Ausdehnungs-Kraft einiger maßen auf der Gewalt des Feuers, womit die Entzündung verknüpfet iſt, beruhet; ſo iſt klar, daß es eine

ſolche

ſolche Proportion in der Vermiſchung dieſer Materialien geben müſſe, welche zu dem vorgeſetzten Endzweck die bequemſte iſt, und alſo die beſte Art von Pulver hervor bringt.

Wie nun dieſe Proportion beſchaffen ſeyn müſſe, iſt durch die Erfahrung ausgemacht worden, und es ſcheinet anjetzo eine allgemeine Regel zu ſeyn, daß in einer jeglichen Quantität Pulver drey Viertel davon aus Salpeter, das übrige Viertel aber aus gleichen Theilen Schwefel und Kohlen beſtehen müſſe. Dieſe Verhältniß wird nicht nur von den Franzoſen, ſondern auch von den meiſten Völkern in Europa beobachtet; wir hingegen maſſen uns weit genauere Beſtimmungen der zu dieſer Vermiſchung erforderten Theile an, ob dieſelben gleich nicht merklich von der gemeldeten verſchieden ſeyn ſollen, und ich bin auch nicht verſichert, daß dieſelben einigen Vorzug verdienen. Zum wenigſten iſt ſo viel gewiß, daß keine von den bißher bey uns in Engelland üblichen Arten das Pulver zu probiren, vermögend iſt, den Unterſcheid dazwiſchen anzuzeigen: und andere Arten von Pulver, welche nach den gewöhnlichen Proportionen gemacht werden, geben den unſrigen nicht viel nach.

Um aber gutes Pulver zu machen, ſo hat man nicht allein nöthig, auf die gehörige Proportion der Materialien zu ſehen; ſondern die

Sache beruhet noch auf einem andern Umſtande von nicht geringerer Wichtigkeit, welcher darinne beſtehet, daß die Materialien ſehr wohl untereinander vermiſchet werden müſſen. Denn, wenn hierinne nicht alle Sorgfalt angewandt wird, ſo geſchieht es, daß einige Theile allzu viel, andere aber allzu wenig Salpeter in ſich enthalten; in beyden Fällen aber wird die Gewalt des Pulvers geſchwächet.

Da nun die Güte des Pulvers auf ſo vielerley Umſtänden beruhet, nehmlich in der Beſchaffenheit und Menge der Materien, aus welchen daſſelbe zuſammen geſetzt wird, und der Art der Vermiſchung ſelbſt; ſo iſt es ohne Zweifel eine Sache von ſehr groſſer Wichtigkeit, daß diejenigen, welche das Pulver in die öffentlichen Magazins empfangen, einen ſicheren Weg haben, ſich von der Güte deſſelben zu verſichern. Die gemeinſte Art zu dieſem Zwecke zu gelangen, beſtehet hier zu Lande, wenn ich recht berichtet worden bin, darinne, daß man einen kleinen Hauffen von dem Pulver, welches probiret werden ſoll, auf einem reinen Brett anzündet, und ſo wohl auf die Flamme und den Rauch, ſo dabey entſteht, als auch auf die Marken, welche auf dem Brett zurück bleiben, wohl Acht giebt: aus welchen lehrreichen Umſtänden die Güte des Pulvers ſehr genau, wie man dafür hält, ſoll können beurtheilet werden. Allein, auſſer dieſer ſo ungewiſſen

wiſſen Manier, welche, ſo ſehr dieſelbe auch im Schwange ſeyn mag, dennoch kein verſtändiger, wie ich glaube, im Ernſt gut heiſſen wird, pflegen noch bey beſondern Gelegenheiten bißweilen andere Proben angeſtellt zu werden, welche alle eine genaue Verwandſchaft mit den gemeinen Pulver Proben, welche in den Kramläden feil ſind, haben. Nur pflegen dieſelben etwas künſtlicher ausgearbeitet zu ſeyn, und an ſtatt einer Feder ein Gewicht zu bewegen, als welches eine gewiſſere und gleichförmigere Gewalt iſt.

Ob aber gleich dieſe Maſchinen einen gröſſeren Grad der Vollkommenheit beſitzen, als die gemeinen Pulver Proben, ſo ſind dieſelben doch auch ſehr groſſen Unrichtigkeiten unterworfen. Denn da dieſelben nur allein durch die erſte Gewalt der Flamme in Bewegung geſetzt werden, und die folgende Ausdehnungskraft darauf weiter keinen Einfluß hat, ſo können auch dieſelben die wahre Kraft des entzündeten Pulvers nicht mit der Gewißheit und Gleichförmigkeit anzeigen, als man von dieſer Art Verſuchen zu fordern pflegt. Derowegen bin ich genöthiget zu glauben, daß die Art, welche in Frankreich im Gebrauch iſt, und nach welcher daſelbſt das Pulver aus den Pulver-Mühlen in Empfang genommen zu werden pflegt, weit richtiger ſey. Man verfährt aber daſelbſt folgender Geſtalt:

In

In einem jeglichen Magazin befindet ſich ein kleiner gegoſſener Mörſer, mit dem dazu gehörigen Geſtell nach einem beſtimmten Modell, welches durch das ganze Königreich einerley iſt, feſtgeſetzt. Dieſer Mörſer iſt beſtändig auf 45° gerichtet, und hält accurat drey Unzen Pulver. Hiebey wird nun dieſe Regel beſtändig beobachtet, daß kein Pulver in die Magazins angenommen wird, wovon nicht drey Unzen, ſo in die Kammer des Mörſers geladen werden, eine wichtige Kugel von $7\frac{1}{2}$ Zoll im Diameter zum wenigſten 55 Franzöſiſche Faden weit herauswerfen.

Man wendet aber gegen dieſe Art ein, daß wenn man ein jegliches Faß mit Pulver ſolchergeſtalt probiren wollte, die Beſchwehrlichkeit, ſowohl um den Mörſer immer zu laden, als die Kugel zurück zu hohlen, unerträglich, und der Zeit Verluſt ſo groß ſeyn würde, daß man mit dergleichen Arbeit nicht wohl zu Ende kommen könnte. Wollte man aber eine groſſe Anzahl Fäſſer auf die mit einigen wenigen angeſtellte Probe hin annehmen; ſo würde man Gefahr lauffen, daß ſich einige ſchlechte darunter befänden, und hierdurch könnte öfters ein groſſer Unterſchleif vorgehen. Hierzu kommt noch eine andere Schwierigkeit, welche von gröſſerer Wichtigkeit iſt, und dieſe beſtehet in der groſſen Ungleichheit, welche ſich zwiſchen dem Gewicht der Kugel, und der Menge des Pulvers, womit dieſelbe

dieſelbe fortgetrieben wird, befindet: dergeſtalt, daß in dieſem Fall das Pulver ſeine Kraft weit länger ausübet, und ſich durch einen weit gröſſeren Raum ausdehnet, als jemahls bey dem würklichen Gebrauch deſſelben zu geſchehen pflegt. Da nun hierzu einige Zeit erfordert wird, ſo nimmt inzwiſchen die Hitze der Flamme merklich ab, und ein groſſer Theil deſſelben entwiſchet durch das Zündloch, und den Spielraum der Kugel; dergeſtalt, daß die Gröſſe der Bewegung, welche durch die Entzündung des Pulvers in dieſem Fall hervorgebracht wird, nur ein wenig mehr, als halb ſo groß iſt, als dieſelbe ſeyn müßte, wenn das Pulver mit ſeiner vollen Gewalt auf die Kugel würkete, und die gedachten Umſtände, wodurch die Gewalt geſchwächet wird, nicht vorhanden wären. Da nun um dieſer Urſachen willen die forttreibende Gewalt des Pulvers nach keinem beſtändigen Geſetze vermindert wird, ſo kann es geſchehen, daß nach der Beſchaffenheit dieſer veränderlichen Umſtände, die Kugel auf ſehr verſchiedene Weiten geworfen wird, und alſo daraus nichts ſicheres auf die Gewalt des Pulvers geſchloſſen werden kann.

Dieſer letzte Einwurf fällt nun gänzlich weg, wenn man ſich derjenigen Manier bedienen will, wodurch ich die Stärke aller verſchiedenen Arten von Pulver unterſuchet habe, welches durch die Beſtimmung der würklichen Geſchwin-

ſchwindigkeit, womit eine Kugel durch die gewöhnliche Ladung heraus getrieben worden, geſchieht. Da nun dieſe Geſchwindigkeit, ſo groß dieſelbe auch immer ſeyn mag, aus der Bewegung, welche dem Pendulo durch den Stoß von der Kugel eingedrücket wird, nach den hier oben ausgeführten Grundſätzen, leicht beſtimmt werden kann: ſo ſcheinet dieſe Methode eine herrliche Verbeſſerung der in Frankreich üblichen Manier zu ſeyn, um dieſelbe an ſtatt dieſer einzuführen. Ob ich aber gleich verſichert bin, daß dieſe Probe mit dem Pendulo weit richtiger, und nicht ſo mühſam ſeyn, dabey auch viel geſchwinder von ſtatten gehen würde; ſo wollte ich doch zum Gebrauch, weil dieſe Art keine geringe Aufmerkſamkeit und Sorgfalt erfordert, und dadurch in der Ausübung, wenn eine groſſe Anzahl Fäſſer ein jedes insbeſondere unterſucht werden ſoll, etwas unbequem fallen dürfte, eine andere Art vorſchlagen, welche nicht weniger gewiß, und mit ſolcher Geſchwindigkeit ins Werk gerichtet werden kann, daß der gröſte Theil der Arbeit bloß allein in der Abwägung der Quantität Pulver, ſo aus einem jeden Faß genommen werden muß, beſtehen ſollte. Und auf dieſe Art würden drey oder vier Menſchen vermögend ſeyn, in einem Morgen biß auf 500 Fäſſer zu probiren. Ueber dieſes könnten die zu dieſem Ende erforderten Maſchinen aus gegoſſenem Eiſen verfertiget,

und

und wegen des wohlfeilen Preiſes ſehr leicht nach Belieben vermehret werden. Dem ſey aber wie ihm wolle, ſo werde ich vor jetzo die Beſchreibung dieſer Art das Pulver zu probiren noch zurück halten, und auf eine andere Zeit verſparen; inzwiſchen aber zur Betrachtung des Wiederſtands der Luft, welches eine Materie von der gröſten Wichtigkeit zur Verbeſſerung und Erweiterung der Artillerie iſt, fortſchreiten.

Anmerkung.

Die Gewalt des Pulvers beruhet, wie aus obigem zur Gnüge erhellet, auf dieſen zwey Punckten: erſtlich auf der Menge der ſubtilen elaſtiſchen Materie, ſo mit der Luft einerley zu ſeyn gewieſen worden, welche aus einer gegebenen Quantität Pulver durch die Entzündung erzeuget wird; und zweytens auf der Plötzlichkeit der Entzündung ſelbſt. Je mehr Luft alſo in dem Pulver enthalten iſt, je gröſſer iſt auch die Dichtigkeit derſelben, und folglich wird auch die Ausdehnungs-Kraft, worinne die Gewalt des Pulvers beſtehet, um ſo viel gröſſer. Hierinne iſt auch ſchon zugleich dasjenige enthalten, was oben von der gröberen Materie der Flamme, welcher mit in Bewegung geſetzt werden muß, und weswegen die forttreibende Kraft des Pulvers vermindert wird, angeführet worden. Denn je mehr Luft aus einer gegebenen Quantität

tität Pulver erzeuget wird, je kleiner muß nothwendig der Ueberreſt, welcher die gröbere Materie ausmacht, ſeyn. Dahero hat man von einem ſolchen Pulver, worinne eine gröſſere Menge zuſammen gedruckter Luft enthalten iſt, einen doppelten Vortheil zu gewarten; indem daraus nicht nur eine ſtärkere Ausdehnungs-Kraft entſtehet, ſondern auch die Menge der gröberen Materie, welche zugleich in Bewegung geſetzt werden muß, um ſo viel geringer iſt. Hiernechſt kommt es aber inſonderheit auf die Plötzlichkeit der Entzündung an, als wodurch die eingeſchloſſene Luft von ihren Banden befreyet, und in Stand geſetzet wird, ihre Kraft auszuüben. Je geſchwinder ſich alſo die Entzündung durch das gantze Weſen des Pulvers ausbreitet, je gröſſer wird auch die Kraft, ſo daraus entſteht, indem gleich im erſten Augenblick eine gröſſere Gewalt vorhanden iſt, welche auf die Kugel würket, und auch nachgehends darauf zu würken fortfährt. Durch die Plötzlichkeit der Entzündung wird aber auch die ausbreitende Gewalt noch aus einem andern Grunde vermehret; denn je ſchneller das Pulver Feuer fängt, je gröſſer iſt auch die Hitze, ſo dabey hervorgebracht wird. Da nun durch die Hitze, wie wir oben geſehen, die Elaſticität der Luft ſehr merklich vermehret wird, ſo entſpringt daher auch ein ſehr groſſer Zuwachs in der Gewalt des Pulvers. Um alſo von der Stärke

einer

einer jeglichen Art von Pulver eine vollkommene Kenntniß zu erlangen; ſo iſt nöthig, daß man erſtlich wiſſe, wie viel Luft in einer gegebenen Quantität Pulver enthalten ſey, und denn zweytens, wie viel Zeit vorbey gehe, indem ſich die Entzündung durch alles Pulver ausbreite. Das erſtere läßt ſich nun auf diejenige Art, welche der Autor in den erſten Sätzen dieſes Capitels ausgeführt, durch Verſuche beſtimmen; über das letztere aber kan man nicht wohl zu einer völligen Gewißheit gelangen, indem die Zeit, in welcher die gänzliche Entzündung geſchieht allzukurz, und auch auf ſolchen veränderlichen Umſtänden beruht, daß dieſelbe allem Anſehen nach nicht immer einerley ſeyn wird. Wir wollen demnach dasjenige, was oben über den erſten Punkt durch Verſuche ausgemacht worden, zuſammen nehmen, und in Erwegung ziehen. Der Verfaſſer hat ſeine Verſuche über diejenige Art von Pulver, welche in Engelland zum Dienſt der Regierung gemacht zu werden pflegt, angeſtellt, und die Menge der darinne eingeſchloſſenen Luft auf eine doppelte Art beſtimmt: erſtlich in Anſehung des Raums, und zweytens in Anſehung des Gewichts. Durch die erſte Art hat er befunden, daß die in einem cubiſchen Zoll Pulver enthaltene Luft, nachdem ſich dieſelbe mit der natürlichen Luft auf einerley Grad der Dichtigkeit ausgebrei-

tet, einen Raum von 244 cubiſchen Zollen auszufüllen vermögend ſey. Da nun in einem cubiſchen Zoll Pulver 244 cubiſche Zoll natürliche Luft in einem ſehr zuſammen gepreßten Zuſtande enthalten; ſo iſt klar, daß wenn in einer Canonen- oder in einem Müßketen-Lauf die Länge des Raums AC (Fig. 9.) welche mit Pulver angefüllet worden, $= b$ geſetzt wird, die darinne eingeſchloſſene Luft einem Cylinder von natürlicher Luft gleich ſey, deſſen Dicke mit der Weite des Laufes CC einerley, die Länge aber $= 244\,b$ iſt. Nachdem aber der Verfaſſer das Gewicht dieſer in dem Pulver enthaltenen Luft mit dem ganzen Gewicht des Pulvers verglichen, ſo hat er befunden, daß ſich jenes zu dieſem verhalte, wie 3 zu 10. Da nun in dem vorigen Fall das Gewicht der eingeſchloſſenen Luft dem Gewicht einer Luft-Säule gleich war, deren Höhe $= 244\,b$; ſo muß das Gewicht der ganzen Ladung von Pulver dem Gewicht einer natürlichen Luft-Säule gleichen, deren Höhe $= \frac{10}{3} \cdot 244\,b$ $= 813\,b$. Folglich ſind die gröbern Theile, woraus das Pulver beſteht, dem Gewicht nach einer Luft-Säule gleich, deren Höhe $= 569\,b$. Da ſich nun dieſe gröbern Theile bey der Entzündung nicht ausdehnen, wenn wir ſetzen, daß die Luft in den Pulverkörnern 800 mahl dichter ſey, als die natürliche, und folglich anfänglich in dem Raum AC einen Theil einge-

nommen

nommen habe, deſſen Länge $= \frac{244}{800} b$, ſo iſt der Ueberreſt $= \frac{556}{800} b$, welcher theils von der gröbern Materie der Pulverkörner, theils von der zwiſchen den Körnern befindlichen Luft eingenommen wird. Wenn wir alſo ſetzen, daß die Zwiſchenräumlein zwiſchen den Pulver-Körnern den fünften Theil des ganzen Raums austragen, ſo bleibt für die gröbere Materie des Pulvers allein ein Raum übrig, deſſen Länge $= \frac{396}{800} b$; und ſo viel Raum muß auch die gröbere Materie des Pulvers nach der Entzündung beſtändig einnehmen. Um nun mit dieſer Art von Pulver andere Arten zu vergleichen, ſo laßt uns ſetzen, daß die in einer andern Art von Pulver enthaltene Luft einer natürlichen Luft-Säule gleich ſey, deren Länge $= mb$, wenn nehmlich b die Länge des Raums AC andeutet, uud daß die Schwehre des ſämtlichen Pulvers einer Luft-Säule gleiche, deren Höhe $= n\ b$. Wenn wir nun ferner annehmen, daß die in den Poris des Pulvers enthaltene Luft beſtändig 800 mahl dichter ſey, als die natürliche, ſo muß dieſelbe vor der Entzündung einen Raum einnehmen, deſſen Länge $= \frac{m}{800} b$: folglich, wenn für die Zwiſchen-Räumlein wiederum der fünfte Theil angenommen wird, ſo bleibt für die gröbere Materie ein Raum übrig, deſſen

Länge $= \frac{640 - m}{800} b$. Wenn wir nun wiſſen wollen, was die verſchiedenen Werthe der Buchſtaben m und n in der Geſchwindigkeit der Kugel austragen können, ſo dürfen wir nur die Rechnung auf dieſen Fall richten. Es ſey demnach die Länge des ganzen Laufs $AB = a$; k die Höhe einer Luft-Säule, deren Gewicht dem Gewicht der Kugel gleich iſt: und b die Höhe einer Luft-Säule, deren Gewicht der Elaſticität der natürlichen Luft gleich iſt. Man ſetze $AM = x$, und nachdem die Kugel von CC ſchon biß in MM fortgetrieben worden, ſo ſey ihre Geſchwindigkeit $= Vv$; dergeſtalt, daß, indem die Kugel durch $Mm = dx$ fortgehet, die Höhe v um dv gröſſer werde. Um nun dieſe Vermehrung der Geſchwindigkeit in der Kugel hervor zu bringen, ſo wird dazu eine Gewalt erfordert, welche dem Gewicht einer Luft-Säule, ſo $= \frac{kdv}{dx}$, gleichet. Da ferner die gröberen und ſubtilen Theile des Pulvers insgeſammt ihrer Schwehre nach einer Luft-Säule gleichen, deren Höhe $= nb$, ſo wird zur Acceleration dieſer Materie eine Kraft erfordert $= \frac{nbdv}{2dx}$, welche Formul Statt findet, die gröbere Materie mag durch den ganzen Raum AM gleich

zer-

zerſtreuet ſeyn, oder wie wir oben angenommen, die eine Hälfte davon mit der Kugel fortgeſtoſſen werden, die andere aber an dem Boden AA zurück bleiben. Wenn alſo inzwiſchen nichts von der ſämtlichen Materie des Pulvers durch das Zündloch und Spielraum verlohren gegangen; ſo iſt die Kraft, welche zur Acceleration ſowohl der Kugel, als des Pulvers ſelbſt erfordert wird $= (k + \frac{1}{2} nb) \frac{dv}{dx}$, das Pulver mag ſich auf einmahl plötzlich entzündet haben, oder nicht.

Wir wollen ſetzen, das Pulver habe ſich anfänglich alles auf einmahl entzündet, ſo iſt daraus ein Cylinder, deſſen Höhe $= mb$ Luft entſtanden, welche nebſt der gröbern Materie im Raum AM enthalten iſt. Da nun die gröbere Materie allein davon einen Platz $= \frac{640 - m}{800} b$ einnimt, ſo bleibt für die Luft über $x - \frac{(640-m)\,b}{800}$ So vielmahl alſo dieſe Gröſſe $x - \frac{(640-m)\,b}{800}$ kleiner iſt, als mb, ſo vielmahl wird die Luft dichter ſeyn, als die natürliche. Man ſetze der Kürze halber $\frac{800\, mb}{800x - (640-m)\,b} = s$, ſo wird die Dichte der in AM zuſammen

 ge-

gedruckten Luft s mahl gröſſer ſeyn, als der natürlichen: und folglich ihre Elaſticität durch die Höhe einer natürlichen Luft-Säule ausgedruckt werden, deren Höhe $= h\left(s + \frac{ss}{6q}\right)$ $= h\left(s + \frac{ss}{4800}\right)$, wenn wir nehmlich für q, als den höchſten Grad der Dichte der Luft, 800 ſetzen. Dieſe Höhe muß aber noch wegen der Erhitzung durch den Buchſtaben β multipliciret werden, deſſen Werth ungefehr 4 iſt. Hieraus entſpringt alſo, wenn der Gegendruck und Wiederſtand der äuſſeren Luft mit in Betrachtung gezogen wird, dieſe Vergleichung:

$$\left(k + \tfrac{1}{2} nb\right)\frac{dv}{dx} = \beta h\left(s + \frac{ss}{4800}\right) - h - \tfrac{1}{2}v.$$

welche, wenn man die kleinſten Terminos wegläßt, dieſe Integral-Æquation dargiebt:

$$\left(k + \tfrac{1}{2}nb\right)v = \beta mbh\ l\,\frac{800x - 640b + mb}{160b + mb}.$$

oder

$$v = \frac{\beta mbh}{k + \tfrac{1}{2}nb}\ l\,\frac{800x - 640b + mb}{160b + mb}.$$

Hieraus

Hieraus ſieht man alſo, daß die Geſchwindigkeit um ſo viel gröſſer heraus komme und folglich das Pulver um ſo viel beſſer ſey, je gröſſer die Zahl *m*, und je kleiner die Zahl *n* iſt: das iſt, je mehr Luft in einer gegebenen Quantität Pulver eingeſchloſſen, und je leichter zugleich das Pulver ſelbſt iſt. Was zwar den letzteren Umſtand betrift, ſo trägt derſelbe ſehr wenig aus, und kan gar wohl völlig aus der Acht gelaſſen werden; weil das Pulver faſt alle einerley Schwehre hat, und dieſelbe nicht wohl vermindert werden kan. Wenn aber auch eine kleine Verringerung der Schwehre deſſelben möglich wäre, ſo würde doch dadurch keine merkliche Vermehrung in der Geſchwindigkeit der Kugel entſtehen: dahero es hierbey hauptſächlich auf die Größe der Zahl *m*, wodurch die Menge der in dem Pulver eingeſchloſſenen Luft angezeigt wird, ankommt. Wenn dahero bey allen Arten von Pulver die ſämmtliche Entzündung in einem Augenblick, wie unſer Verfaſſer behaupten will, geſchähe; ſo würde die Güte des Pulvers nicht richtiger, als aus der Größe der Zahl *m* beurtheilet werden können. Da nun derſelbe bey Unterſuchung des Regierungs-Pulvers den Werth dieſes Buchſtabens $m = 244$ befunden, ſo muß man diejenigen Arten von Pulver, in welchen *m* noch gröſſer iſt, als 244, für beſſer, diejenigen aber, wo *m* einen kleinern Werth

 hat,

hat, für ſchlechter halten. Hieraus könnte man alſo den richtigſten Weg, die Güte des Pulvers zu erforſchen, herleiten, welcher in Anſtellung derjenigen Verſuche, welche der Autor zu Beſtimmung dieſer Zahl *m* vorgeſchlagen, beſtehen würde; allein die Probe würde wegen der vielen Umſtände, welche dabey in Acht genommen werden müſſen, allzu weitläuftig und beſchwerlich fallen. Wenn ſich aber alles Pulver auf einmahl entzündete, wie hier mit dem Verfaſſer angenommen worden, ſo würde man noch viel leichter zu dieſem Zweck gelangen können. Denn in dieſem Fall würde es gnug ſeyn, auf die allererſte Würkung, welche das Pulver nach der Entzündung ausübet, allein zu ſehen: und zu dieſem Ende würde man ſich der gemeinen Pulver-Proben, vermittelſt welcher die Güte des Pulvers aus der Höhe, worauf ein Gewicht durch die Gewalt des Pulvers getrieben wird, beurtheilt zu werden pflegt, mit dem gröſten Vortheil bedienen können. Der Autor ſetzt auch ſelbſt an dieſer gemeinen Art das Pulver zu probiren nichts anders aus, als daß dadurch nur die erſte Kraft deſſelben angezeigt werde. Wenn ſich aber, wie der Autor ſelbſt behauptet, alles Pulver auf einmahl entzündet, ſo beruhet die folgende Ausdehnungs-Kraft einig und allein auf der erſten, dergeſtalt, daß je gröſſer oder kleiner dieſe Kraft in dem erſten Augen-

blick befunden wird, auch die ganze Gewalt des Pulvers um ſo viel gröſſer oder kleiner ſeyn muß. Wenn dahero der Verfaſſer dieſe gemeine Art der Pulver-Proben für unrichtig halten will, ſo wiederſpricht er ſich ſelbſt, indem er dabey die plötzliche Entzündung des Pulvers, welche er doch vorher ſo hartnäckig behauptet, läugnet, oder zum wenigſten in Zweifel zieht. Ungeachtet wir aber in dieſem Stücke das Gegentheil behauptet haben, ſo können wir doch dieſer gemeinen Probirungs-Art, wenn die Maſchinen mit gehörigem Fleiß verfertiget ſind, nicht allen Nutzen abſprechen. Denn, wenn ſich auch nicht alles Pulver in dem erſten Augenblick auf einmahl entzündet, ſo beruht doch die ganze Gewalt meiſtentheils auf der Stärke des erſten Stoſſes, und wenn die Zeit, welche zur völligen Entzündung gleicher Quantitäten Pulver erfordert wird, einerley iſt: ſo kann auch die ganze Gewalt richtig aus dem erſten Stoß beurtheilet werden. Wenn ſich aber hierinne eine Ungleichheit befinden ſollte, ſo müſte man die gewöhnlichen Pulver-Proben dergeſtalt verändern, daß das Pulver einige Zeit auf den Körper, welcher in Bewegung geſetzt werden ſoll, würken könnte, und eine ſolche Verbeſſerung würde allem Anſehen nach nicht ſchwer ins Werk zu richten ſeyn. Vielleicht beſtehet auch die neue Manier des Verfaſſers, das Pulver zu probiren, welche er als ein Geheimniß verſchweigt, in nichts anders, als

 in

in einer bequemen Verbeſſerung der gemeinen Pulverproben: und es dürfte ein tüchtiger Künſtler dieſelben nach einigen Verſuchen leicht heraus bringen. Die ganze Sach würde nehmlich nur darauf ankommen, daß man das untere Gefäße, worein das Pulver gethan wird, etwas tiefer machte, und demſelben die Geſtalt eines kleinen Cylinders gäbe, damit das Pulver nicht die ganze Höhlung deſſelben ausfüllte. Ferner müſte man das Gewicht, welches in die Höhe getrieben werden ſoll, in Geſtalt eines Propfs verfertigen, daß daſſelbe mit dem untern Ende genau in den Cylinder hinein paßte, und biß auf das Pulver hinein geſteckt werden könnte. Auf dieſe Art würde nicht nur die Gewalt des Pulvers im erſten Augenblick auf dieſes Gewicht würken, ſondern auch ſo lange fortdauren, biß daſſelbe gänzlich aus dem Cylinder heraus getrieben worden. Und da dieſes Gewicht in Anſehung der geringen Quantität Pulver, welche zu der Probe gebraucht wird, ſehr groß iſt, und folglich in keine ſo ſchnelle Bewegung geſetzt werden kann: ſo kann gnug ſeyn, wenn nur das unterſte Ende ſehr kurz in Geſtalt eines Propfs formirt wird, indem, ehe daſſelbe aus dem unteren Cylinder heraus getrieben wird, ſchon ſo viel Zeit vorbey geht, daß ſich inzwiſchen alles Pulver, oder doch zum wenigſten nach Proportion ſo viel, als in Canonen zu geſchehen pflegt, entzünden kann.

Das zweyte Capitel.

Von dem Wiederſtande der Luft, und dem Wege, welchen eine Kugel oder Bombe in der Luft beſchreibet.

Ehe ich die Ausführung der Materie, wovon in dieſem Capitel gehandelt werden ſoll, mit allem Fleiß unternehme; ſo wird nöthig ſeyn zu erinnern, daß faſt alle Autores, welche hiervon geſchrieben, als eine gewiſſe und unumſtößliche Regel angenommen haben, daß, ſo lange ſich ein Körper in eben derſelben flüßigen Materie beweget, der Wiederſtand, welchen derſelbe antrift, beſtändig den Quadraten der Geſchwindigkeit deſſelben proportional ſey. Das iſt, wenn die Geſchwindigkeit eben deſſelben Körpers an einem Ort ſeines Laufs dreymahl ſo groß iſt, als an einem andern; ſo müſſe der Wiederſtand an dem erſten Orte neun mahl gröſſer ſeyn, als an dem letztern. Wenn aber die Geſchwindigkeit an einem Orte 4 mahl ſo groß wäre, als an einem andern, ſo müßte der Wiederſtand der gröſſeren Geſchwindigkeit 16 mahl gröſſer ſeyn, als der kleinern, und ſo weiter. Ob nun gleich dieſe Regel, wenn ſie als allgemein angenommen wird,

wird, ſehr ſtark von der Wahrheit abweicht, wie im folgenden deutlich dargethan werden ſoll; ſo iſt dieſelbe doch der Wahrheit gänzlich gemäß, wenn ſie in gewiſſe Gränzen eingeſchränket wird. Und dahero werden wir uns in unſern künftigen Unterſuchungen derſelben als einer richtigen Regel bedienen können, wenn der Unterſcheid zwiſchen den verſchiedenen Geſchwindigkeiten des Cörpers, welcher dem Wiederſtande ausgeſetzt iſt, ſehr klein iſt. Wenn wir alſo in dem folgenden ſagen werden, daß der Wiederſtand der flüßigen Materie je nach der Veränderung der Geſchwindigkeit gröſſer oder kleiner werde, ſo muß hierunter nicht die Vermehrung oder Verminderung des Wiederſtands, welche Kraft dieſer Regel Platz findet, verſtanden werden; ſondern wir wollen alsdenn ſo viel ſagen, daß der Wiederſtand des Cörpers gröſſer oder kleiner ſey, als derſelbe nach dieſer Regel ſeyn ſollte: oder man muß hierunter eine Vermehrung oder Verminderung der wiederſtehenden Kraft der flüßigen Materie ſelbſt verſtehen, dergleichen verurſacht zu werden pflegt, wenn die Dichte derſelben flüßigen Materie entweder vermehret oder vermindert wird. Denn die fürnehmſte Abſicht unſers gegenwärtigen Vorhabens beſtehet darinne, daß wir unumſtößlich beweiſen wollen, daß je nach den verſchiedenen Gründen ſowohl der Zuſammendrückung der flüßi-

gen

gen Materie, als der Geſchwindigkeit des darinne bewegten Cörpers, ſolche Veränderungen in der wiederſtehenden Kraft derſelben entſtehen können, dergleichen nach den insgemein angenommenen Grundſätzen kaum würden hervorgebracht werden können, wenn man auch die Dichte dreymahl gröſſer annehmen wollte. Und dieſen Satz werden wir in der folgenden Abhandlung auf eine ſolche überzeugende Art behaupten, daß nicht der geringſte Zweifel dagegen übrig bleiben ſoll.

I. Satz.

Die allgemeinen Grundſätze des Wiederſtands, welchen flüßige Materien auf harte Cörper, ſo ſich darinne bewegen, ausüben, zu beſchreiben und feſt zuſetzen.

Um ſich von dem Wiederſtande der flüßigen Materien, welchen die darinne bewegten Cörper leiden, einen deutlichen Begriff zu machen, ſo iſt nöthig, daß man nachfolgende zwey Arten von flüßigen Materien wohl von einander unterſcheide. Die erſte Art begreifft in ſich alle diejenigen flüßigen Materien, welche durch ein aufliegendes Gewicht dergeſtalt zuſammen gedruckt ſind, daß dieſelben den Raum, welchen

welchen ein Cörper darinn verläſſt, immer auf das ſchnellſte ausfüllen, und keinen Augenblick leer laſſen. Zu der andern Art gehören ſolche flüßige Materien, welche entweder gar nicht, oder nicht ſo ſtark zuſammen gedruckt ſind, daß der Raum, welchen ein darinne bewegter Cörper hinter ſich zurück läßt, nicht einige Zeit ſolte leer bleiben können. Aus dieſem Unterſcheid zwiſchen den flüßigen Materien entſtehen nun ſehr merkwürdige Veränderungen in den Geſetzen, nach welchen der Wiederſtand beſtimmet wird; und es iſt inſonderheit unumgänglich nöthig, daß man denſelben wohl in Betrachtung ziehe, wenn man die Würkung der Luft auf die Kugeln und Bomben ausfündig machen will. Denn es finden ſich in der Luft die beyden vorher gemeldten Eigenſchaften, je nachdem ſich ein Cörper darinne geſchwinder oder langſamer bewegt.

Wenn eine flüßige Materie alſo beſchaffen wäre, daß ſich alle Theilchen derſelben in einer Entfernung von einander befänden, und keine Würkung auf einander ausübten; ſo würde man den Wiederſtand, welchen ein Cörper in einer ſolchen flüßigen Materie anträffe, aus der Bewegung, ſo daher in den Theilchen derſelben verurſachet wird, leicht ausrechnen können. Denn, wenn ſich, zum Exempel, ein Cylinder ſeiner Länge nach, in einer ſolchen flüßigen Materie bewegte, ſo würde derſelbe die

Theil-

Theilchen, welche er antrifft, mit einer gleichen Bewegung gerade vor ſich herſtoſſen; wenn man nehmlich annimmt, daß weder der Cylinder, noch die Theilchen der flůßigen Materie, elaſtiſch ſeyn. Derowegen, wenn ſowohl die Geſchwindigkeit, als der Diameter des Cylinders, als bekannt angenommen werden, und über dieſes auch die Dichtigkeit der flůßigen Materie gegeben wird, ſo läßt ſich daher die Gröſſe der Bewegung, welche den Theilchen dieſer flůßigen Materie mitgetheilet wird, beſtimmen, welche, da eine jede Würkung der Gegenwürkung gleich iſt, dem Verluſt, welchen der Cörper inzwiſchen an ſeiner Bewegung leidet, gleich ſeyn muß: und folglich wird auf dieſe Art die Gröſſe des Wiederſtands, welchen ein Cylinder in dieſer flůßigen Materie leidet, erkannt werden.

Wenn alſo die flůßige Materie ſolcher geſtalt beſchaffen iſt, daß die Theilchen derſelben unter ſich nicht verbunden, ſondern von einander abgeſondert ſind; ſo kann ein jegliches Theilchen die Bewegung, ſo demſelben eingedruckt worden, zum wenigſten einige Zeit lang fortſetzen, ohne die übrigen um ſich befindlichen Theilchen, in ihrem Zuſtand zu ſtören. Dahero, wenn an ſtatt des Cylinders, welcher ſich ſeiner Länge nach in der flůßigen Materie zu bewegen geſetzt worden, ein anderer Cörper angenommen wird, welcher auf die Theilchen

dieſer flüßigen Materie ſchief aufſtöſſt, ſo wird die Richtung, nach welcher dieſe Theilchen in Bewegung geſetzet werden, mit derjenigen, nach welcher ſich der Cörper ſelbſt beweget, nicht einerley ſeyn, ſondern die Direction eines jeglichen Theilchens wird auf die Oberfläche des Cörpers, von welcher daſſelbe fortgeſtoſſen wird, perpendicular ſeyn. Und in dieſem Fall muß alſo der Wiederſtand des Cörpers nicht aus der gantzen Bewegung, welche den Theilchen der flüßigen Materie mitgetheilet wird, ſondern nur aus demjenigen Theil derſelben, welcher mit der Bewegung des Cörpers einerley Direction hat, geſchätzet werden. In ſolchen flüßigen Materien alſo, wo die Theilchen von einander abgeſondert ſind, beruhet die Gröſſe des Wiederſtands hauptſächlich auf der Figur und Schiefe des förderſten Theils der Oberfläche des Cörpers, und iſt dahero ſehr groſſen Veränderungen, nach der verſchiedenen Beſchaffenheit dieſer Oberfläche, unterworfen; wenn auch gleich der Durchſchnitt des Cörpers, ſo auf ſeine Direction perpendicular gemacht wird, in allen Fällen einerley iſt. Und der Herr Iſaac Newton hat ins beſondere dargethan, daß, wenn ſich eine Kugel in einer ſolchen flüßigen Materie beweget, der Wiederſtand derſelben nur halb ſo groß ſeyn müſſe, als eines Cylinders, welcher mit der Kugel einerley Diameter

meter hat, und ſich ſeiner Länge nach mit einer gleichen Geſchwindigkeit in eben derſelben flüßigen Materie beweget.

Ob aber gleich die Betrachtung einer ſolchen flüßigen Materie zur Erklärung der Natur des Wiederſtandes ſehr nützlich iſt, ſo iſt uns doch keine einzige flüßige Materie von dieſer Art, welche in der Welt würklich anzutreffen wäre, bekannt. Denn alle flüßige Materien, von welchen wir einige Kenntniß haben, ſind ſo beſchaffen, daß ihre Theilchen entweder einander würklich berühren, oder doch zum wenigſten dergeſtalt auf einander würken, als wenn ſie ſich in einer ſolchen Verknüpfung befänden. Bey ſolchen Umſtänden kann ſich alſo kein Theilchen, auf welches ein Körper ſtößt, bewegen, ohne zugleich eine groſſe Anzahl anderer Theilchen, deren einige ziemlich davon entfernet ſind, in Bewegung zu ſetzen. Ferner kann auch die Bewegung, welche ſolchergeſtalt einem Theil der flüßigen Materie eingedruckt wird, keine beſtimmte Direction haben, ſondern dieſelbe muß in einem jeglichen Theilchen anders beſchaffen ſeyn, je nach der Verſchiedenheit der Lage in Anſehung der übrigen Theilchen, von welchen die Bewegung herkömmt. Da ſich nun eine groſſe Anzahl ſolcher Theilchen nach ſehr verſchiedenen Directionen bewegen werden; ſo wird dadurch die

Gröſſe des Wiederſtandes, welchen ein darinne bewegter Körper leidet, und welcher aus der Gröſſe der der flüßigen Materie eingedruckten Bewegung, nur in ſo ferne dieſelbe mit der Bewegung des Körpers einerley Direction hat, beſtimmt werden muß, ganz anders heraus kommen, als in dem vorigen Fall, und die Berechnung des Wiederſtands wird folglich auch bey dieſen Umſtänden weit ſchwehrer und verworrener werden.

Wenn eine flüßige Materie durch das Gewicht der über ſich befindlichen Theile zuſammen gedruckt iſt, in dergleichen Zuſtande ſich alle uns bekannte flüßige Materien, nur allein ihre Oberfläche ausgenommen, befinden: und wenn ferner die Geſchwindigkeit eines darinne bewegten Körpers kleiner iſt, als dieienige, mit welcher die Theilchen der flüßigen Materie kraft ihrer Zuſammendrückung in einen leeren Raum hinein zu dringen vermögend ſind, ſo iſt klar, daß in dieſem Fall immer der Raum, welchen der bewegte Körper hinter ſich verläßt, in einem Augenblick von der flüßigen Materie wiederum angefüllet werde, und daß die Theilchen derſelben, auf welche der Körper mit ſeinem fordern Theil ſtößt, anſtatt daß dieſelben vorwärts getrieben werden ſollten, ihre Direction nach und nach verändern, und ihren Weg gegen den hintern Theil des Körpers nehmen, und ſolcher geſtalt das Gleichgewicht

wiederum herſtellen müſſen, welches ſonſten durch den beſtändigen Zufluß der flüßigen Materie in die von dem Körper verlaſſenen Oerter geſtöret werden würde. In dieſem Fall muß alſo die vorwerts gerichtete Bewegung der flüßigen Materie, und dahero auch der Wiederſtand des Körpers, welcher darauf beruhet, viel kleiner ſeyn, als in dem erſt angeführten Fall, in welchem allen Theilchen der flüßigen Materie eine gleiche Bewegung mit dem Körper ſelbſt, und nach eben derſelben Direction eingedruckt worden. Der Herr Iſaac Newton hat nun bewieſen, daß der Wiederſtand, welchen ein Cylinder, der ſich ſeiner Länge nach in einer zuſammen gedruckten flüßigen Materie beweget, dergleichen wir hier zuletzt betrachtet haben, viermahl kleiner ſey, als der Wiederſtand, welchen eben dieſer Cylinder leiden würde, wenn ſich derſelbe mit einer gleichen Geſchwindigkeit in einer ſolchen flüßigen Materie bewegte, dergleichen wir anfänglich beſchrieben haben: wenn nehmlich in beyden Fällen die Dichtigkeit der flüßigen Materie gleich groß angenommen wird.

Ueber dieſes iſt der Wiederſtand, welchen ein Körper in dergleichen zwey verſchiedenen flüßigen Materien antrift, nicht nur der Gröſſe nach ſo ſehr unterſchieden, ſondern es befindet ſich auch ein groſſer Unterſcheid, nachdem die Figur der darinn bewegten Körper verſchieden iſt.

Wir haben gewieſen, daß in einer flüßigen Materie, deren Theilchen von einander abgeſondert ſind, dergleichen wir zu erſt beſchrieben haben, die Schiefe der forderſten Oberfläche des Körpers ſehr viel zur Verminderung des Wiederſtandes beytrage. Allein in zuſammen gedrückten flüßigen Materien findet dieſe Regel nicht mehr ſtatt; zum wenigſten entſtehet daher kein ſo beträchtlicher Unterſcheid. Denn in zuſammen gedrückten flüßigen Materien beruhet die Gröſſe des Wiederſtands hauptſächlich auf der gröſſeren oder kleineren Leichtigkeit, mit welcher die flüßige Materie, welche durch den fordern Theil des Körpers fortgeſtoſſen wird, ihre Bewegung nach dem hintern Theil deſſelben umlenket. Da nun dieſer Umſtand, wenn derſelbe ja etwas beyträgt, durch die Figur des bewegten Körpers ſehr wenig verändert wird, und beynahe einerley bleibt, der Körper mag eine cylindriſche, coniſche, oder Kugelrunde Figur haben; ſo folgt daraus, daß, woferne nur der Quer-Durchſchnitt des Körpers, und folglich die Menge der flüßigen Materie, welche in Bewegung geſetzt werden muß, einerley bleibt, die Verſchiedenheit der Figur keine merkliche Veränderung in der Gröſſe des Wiederſtands verurſachen könne.

Dieſer Wiederſtand nun, welchen ein in einer ſolchen zuſammen gepreßten flüßigen Materie bewegter Körper leidet, wenn die Geſchwin-

ſchwindigkeit deſſelben viel kleiner iſt, als diejenige, welche die Theilchen der flüßigen Materie, kraft ihrer Zuſammendrückung, erlangen können; dieſer Fall, ſage ich, iſt von dem Herrn Iſaac Newton ſehr vollſtändig ausgeführet worden, als welcher die Gröſſe dieſes Wiederſtands nach der verſchiedenen Gröſſe der darinn bewegten Körper, und nach der Dichtigkeit der flüßigen Materie, mit allem Fleiß beſtimmet hat. Er erinnert aber dabey ganz ausdrücklich, daß die Regeln, welche er dazu angenommen, nicht allgemein wären, und ohne Einſchränkung mit der Wahrheit nicht beſtehen könnten: ſondern, daß die Zuſammendrückung der flüßigen Körper um ſo viel gröſſer geſetzt werden müſſe, je gröſſer die Geſchwindigkeit der darinn bewegten Körper wäre. Inzwiſchen haben doch einige unwiſſende Schriftſteller, welche dieſem groſſen Mann gefolget, und dieſe Erinnerung aus der Acht gelaſſen, ſeine Beſtimmungen ohne Unterſcheid auf alle Grade der Geſchwindigkeit, welche ein harter Körper in einer flüßigen Materie immer haben kann, gezogen, ohne auf die verſchiedenen Grade der Zuſammendrückung der flüßigen Materien zu ſehen, von welchen der Wiederſtand herkommt: und auf dieſe Art haben ſie den Wiederſtand der Luft auf Mußketen und Canonen Kugel dreymahl kleiner angegeben, als ich denſelben durch die Erfah-

rung würklich zu ſeyn befunden habe.

Es erhellet aber aus allem denjenigen, was bißher geſagt worden, deutlich genug, daß die wiederſtehende Kraft einer flüßigen Materie vermehret werden müſſe, wenn ſich der Körper ſo geſchwind bewegt, daß die flüßige Materie nicht geſchwind genug die hinter dem Körper ledig gelaſſenen Plätze einnehmen, und ihren Druck auf denſelben ausüben kann. Denn, wenn dieſes geſchieht, ſo wird der Körper des Drucks von hinten, wodurch ſonſten der Wiederſtand einiger maaſſen im Gleichgewicht gehalten wird, beraubet, und er muß auf dem fordern Theil das ganze Gewicht der entgegen druckenden Gewalt noch auſſer der Bewegung, welche den Theilen der flüßigen Materie mitgetheilet wird, ertragen. Und weil über dieſes die Bewegung dieſer Theile, welche vor dem Körper hergetrieben werden, von der zuſammen drückenden Kraft der flüßigen Materie in dieſem Fall nicht ſo ſtark hinterwerts gelenket werden kann, ſo weicht auch ihre Direction weniger ab von derjenigen, nach welcher ſie unmittelbahr von dem Körper fortgeſtoſſen werden: und um dieſer Urſache willen kommt dieſe Art des Wiederſtands derjenigen, welche wir zuerſt betrachtet haben, je länger je näher, wo die Theilchen der flüßigen Materie keine Verbindung untereinander hatten, ſondern die ihnen eingedruckte Bewegung ohne Hinderniß

derniß fortſetzen könnten. Derohalben, da wir ſchon vorher angemerket haben, daß der Wiederſtand einer ſolchen nicht zuſammen gedruckten flüßigen Materie auf einen Cylinder, ſo ſich ſeiner Länge nach darinn beweget, vier mahl gröſſer ſey, als der Wiederſtand einer gleich dichten aber genugſam zuſammen gedruckten flüßigen Materie; ſo folget daraus, daß der Wiederſtand einer flüßigen Materie, wenn ein lediger Raum hinter dem Körper gelaſſen wird, bey nahe viermahl gröſſer werden könne, als von eben derſelben flüßigen Materie entſtehen würde, wenn kein ſolcher lediger Raum hinter dem Körper Statt fände. Denn wenn der Raum, welchen der Körper hinter ſich verläßt, nicht ſogleich wiederum angefüllt wird, ſo haben wir gewieſen, daß der Wiederſtand faſt von eben der Natur ſeyn müſſe, als wenn die Theilchen der flüßigen Materie gänzlich von einander abgeſondert wären.

In dieſen Umſtänden ſcheinet ſich nun ein Cylinder zu befinden, welcher ſich mit ſehr verſchiedenen Graden der Geſchwindigkeit in einer zuſammen gedruckten flüßigen Materie beweget: dergeſtalt, daß wenn derſelbe ſeine Bewegung mit einer ſehr groſſen Geſchwindigkeit anfängt, und darinne ſo lange fortläuft, biß ſeine Geſchwindigkeit faſt gänzlich zernichtet worden, alsdenn die wiederſtehende Kraft der flüßigen Materie bey dem Anfang der Bewe-

gung beynahe vier mahl gröſſer, als bey dem Ende ſeyn wird. In einer Kugel aber wird der Unterſcheid nicht ſo groß ſeyn, weil wegen der Schiefe ſeiner Oberfläche, der Wiederſtand in einer nicht zuſammen gedrückten flüßigen Materie nur ungefehr zweymahl gröſſer iſt, als in einer hinlänglich zuſammen gedruckten: denn die Schiefe ſeiner Oberfläche vermindert den Wiederſtand nur in einem Fall, und nicht in dem andern. Unterdeſſen da die zuſammendrückende Kraft der flüßigen Materie, wenn auch hinter dem Körper ein leerer Raum zurück bleibt, dennoch die ſchiefe Bewegung der Theilchen der flüßigen Materie, welche vor dem Körper her geſtoſſen worden, einiger maſſen zurück lenken kann; und weil ſich auch in dieſen Theilchen, wenn die flüßige Materie elaſtiſch iſt, ein gröſſerer Grad der Dichtigkeit befindet: ſo iſt ſehr wahrſcheinlich, daß der Wiederſtand einer Kugel, welche ſich mit einer ſehr groſſen Geſchwindigkeit in einer zuſammen gedrückten flüßigen Materie beweget, ungefehr ein Mittel ſeyn werde, zwiſchen dem Wiederſtand einer Kugel und eines Cylinders in einer nicht zuſammen gedrückten flüßigen Materie. Wenn alſo die Geſchwindigkeit groß genug iſt, ſo können wir annehmen, daß die wiederſtehende Kraft mehr als zweymahl, und doch weniger als viermahl gröſſer ſey, als wenn ſich eben dieſelbe Kugel

mit

mit einem geringen Grad der Geſchwindigkeit in eben derſelben flüßigen Materie bewegte. Wir werden dahero vielleicht nicht viel fehlen, wenn wir annehmen, daß eine Kugel, wenn dieſelbe mit der gröſten Geſchwindigkeit bewegt wird, bey nahe, in Anſehung der Geſchwindigkeit, einen dreymahl gröſſern Wiederſtand antreffe, als wenn dieſelbe langſam fortgehet.

Weil alſo dieſe Vermehrung der wiederſtehenden Kraft Platz findet, wenn die Geſchwindigkeit des bewegten Körpers ſo groß iſt, daß derſelbe einen vollkommen ledigen Raum hinter ſich zurück läßt; ſo müſſen bey kleineren Geſchwindigkeiten einige Grade der Vermehrung ſehr merklich werden. Denn wenn auch durch die zuſammendrückende Kraft der flüßigen Materie der Raum, welchen der Körper hinter ſich verläßt, in einem Augenblick aufgefüllet wird; ſo müſſen dennoch, wenn die Geſchwindigkeit, womit die flüßige Materie in den von dem Körper verlaſſenen Raum hinein dringet, nicht viel gröſſer iſt, als diejenige, womit ſich der Körper ſelbſt beweget, die obgemeldten Gründe, welche wir auf den Fall eines vollkommen ledigen Raums angeführet haben, noch einiger maßen auch in dieſem Fall, obgleich nicht in einem ſo hohen Grad, ſtatt finden. Und derohalben können wir nicht ſetzen, daß dieſer Zuwachs des Wie-

derſtandes, deſſen wir bisher Erwehnung gethan haben, plötzlich verſchwinde, ſo bald die zuſammen druckende Kraft der flüßigen Materie juſt vermögend iſt, dem leeren Raum hinter dem bewegten Körper vorzubeugen: ſondern wir müſſen bedencken daß in dieſem Fall der gedachte Zuwachs nur vermindert werde, je nachdem die Geſchwindigkeit, mit welcher die Theile der flüßigen Materie dem Körper nachfolgen, diejenige, womit der Körper fortgehet, mehr oder weniger übertrift.

Hieraus ſchließen wir nun, daß wenn eine Kugel in einer ſolchen flüßigen Materie mit einer weit gröſſeren Geſchwindigkeit fortgetrieben wird, als die Theilchen derſelben kraft ihrer Zuſammendrückung in einen leeren Raum hineinzudringen vermögend ſind, dergeſtalt, daß hinter der Kugel in ihrer Bewegung nothwendig ein leerer Raum zurück gelaßen wird: daß, ſage ich, alsdenn in dieſem Fall der Wiederſtand, welchen die Kugel antrift, beynahe dreymal gröſſer in Anſehung ihrer Geſchwindigkeit ſeyn werde, als derſelbe nach der von Herrn Iſaac Newton für langſame Bewegungen gegebenen Regel gefunden wird. Wir können auch ferner ſicher ſchließen, daß die wiederſtehende Kraft der flüßigen Materie mit der Geſchwindigkeit des Körpers nach und nach abnehme, biß dieſelbe endlich, wenn die Bewegung allbereit ſo ſchwach worden, daß dieſelbe

in Anſehung der Geſchwindigkeit, womit die flüßige Materie zu folgen vermögend iſt, beynahe für nichts zu achten iſt, ſich völlig nach des Hrn. Iſaac Newtons Regel richte, welche er für zuſammen gedruckte flüßige Materien gegeben hat.

Aus dieſer Beſtimmung erſehen wir alſo, wie ſehr ſich diejenigen betrügen, welche behaupten, daß der Wiederſtand einer jeglichen flüßigen Materie auf alle darinne bewegte Körper allzeit den Quadraten der Geſchwindigkeit proportional ſey. Denn aus demjenigen, was hier angeführt worden, erhellet klärlich, daß dieſe Regel nur alsdenn der Wahrheit nahe komme, wenn die Veränderungen in der Geſchwindigkeit des Körpers ſehr klein ſind; und daß dieſelbe, ohne ſehr gröblich zu fehlen, nimmer gebraucht werden könne, wenn für ſehr verſchiedene Grade der Geſchwindigkeit der Wiederſtand beſtimmt werden ſoll.

Nachdem wir nun dieſe Gründe feſt geſetzt haben, ſo wollen wir jetzt weiter fortſchreiten, und den Wiederſtand der Luft ins beſondere durch Experimente zu beſtimmen uns bemühen. Hieraus wird man überführet werden, wie genau dieſe Betrachtungen mit der vermittelſt der Verſuche würklich entdeckten Würkung der flüßigen Materien übereinſtimmen: und man wird auch daraus erkennen, wie ſehr ſich alle diejenigen Lehrer betrogen haben,

welche ſich eingebildet, daß der Wiederſtand der Luft, welchen aller Gattung Kugeln und Bomben darinn antreffen, kaum einiger Aufmerkſamkeit werth ſey.

I. Anmerkung.

Weil ein Kȯrper, welcher ſich in einer flůßigen Materie beweget, nicht fortgehen kann, ohne die ihm im Wege ſtehenden Theilchen derſelben Materie in Bewegung zu ſetzen, ſo muß dadurch nothwendig die Geſchwindigkeit deſſelben vermindert werden. Denn da keine Bewegung ohne Kraft hervor gebracht werden kann, ſo wird zu Fortſtoſſung der Theilchen der flůßigen Materie eine Kraft erfordert. Eben dieſe Kraft wůrkt aber hinwiederum rückwårts auf den Kȯrper ſelbſt, und vermindert folglich ſeine Bewegnng. Dieſes folget auch aus dem bekannten Grundſatz der Mechanic, daß kein Kȯrper einem andern eine Bewegung mittheilen kȯnne, ohne zugleich ſelbſt eben ſo viel von ſeiner eigenen Bewegung zu verlichren: und hierauf grůnden ſich die allgemeinen Regeln, nach welchen die Bewegungen zweyer auf einander ſtoſſenden Kȯrper nach dem Stoß verȧndert werden. Fragt man aber weiter nach der erſten Urſache dieſer Verȧnderungen, ſo beruhet dieſelbe auf dem Vermȯgen, welches alle Kȯrper, in ſo ferne dieſelben aus Materie beſtehen, haben, in ihrem Zuſtande unverȧndert

ändert zu verharren. Dieſes Vermögen iſt nehmlich eine weſentliche Eigenſchaft der Materie, und derſelben eben ſo eigen, als die Ausdehnung ſelbſt; dergeſtalt, daß gleichwie die Materie ohne Ausdehnung nicht beſtehen kann, dieſelbe eben ſo wenig ohne dieſes Vermögen in ihrem Zuſtande unverändert zu verharren beſtehen kann. Dieſes Vermögen äußert ſich eben ſo wohl in ruhenden, als bewegten Körpern. Denn ein ruhender Körper muß kraft dieſes Vermögens beſtändig in Ruhe bleiben, und kann nimmer eine Bewegung erhalten, wofern keine äußerliche Kraft dazu kommt, wodurch derſelbe in Bewegung geſetzt wird. Gleicher geſtalt, wenn ſich ein Körper in Bewegung befindet, ſo muß derſelbe beſtändig eben dieſe Bewegung unverändert fortſetzen, wofern keine äußerliche Kraft darinne eine Veränderung verurſachet. So oft nun entweder ein Körper, welcher vorher ſtille geſtanden, in Bewegung geſetzt wird, oder ein bewegter Körper in ſeiner Bewegung eine Veränderung leidet: ſo kann man immer verſichert ſeyn, daß eine äuſſerliche Kraft darauf gewürket habe. Es kommen aber bey einer jeglichen Bewegung zwey Stücke zu betrachten vor, nehmlich die Geſchwindigkeit, und die Richtung oder Direction derſelben, und daher hat auch ein jeglicher Körper kraft ſeines Weſens das Vermögen, dieſe beyden Stücke, als wodurch ſein

Zuſtand

Zuſtand beſtimmet wird, unverändert zu erhalten. Wenn alſo ein Körper einmahl in Bewegung geſetzet worden, und keine äußerliche Kraft auf denſelben würket, ſo behält derſelbe beſtändig ſo wohl einerley Geſchwindigkeit, als auch einerley Richtung. Wenn man aber wahrnehmen ſolte, daß entweder die Geſchwindigkeit oder die Richtung deſſelben, oder beyde Stücke zugleich geändert würden: ſo kan man daraus den ſichern Schluß ziehen, daß eine ſolche Veränderung von einer fremden Kraft verurſachet worden. Da nun in der Welt alle Augenblicke dergleichen Veränderungen vorgehen, und darinnen weder eine beſtändige Ruhe, noch eine gleichförmige Bewegung angetroffen wird, ſo wird hier billig die Frage aufgeworfen, woher alle diejenigen Kräfte kommen, von welcher dieſe Veränderungen entſpringen. Um dieſe Frage zu beantworten, haben verſchiedene Weltweiſe behauptet, daß die Körper noch außer dem Vermögen in ihrem Zuſtande unverändert zu verharren, mit einer Kraft begabet ſeyn, ihren Zuſtand immerfort zu verändern. Auſſer dem aber, daß auf dieſe Weiſe der Materie zwey ganz wiederwärtige Eigenſchaften zugeſchrieben werden, ſo wird man dadurch auch nicht einmahl in Stand geſetzt, die geringſte Veränderung, welche in der Welt vorgehet, zu erklären. Die Natur hat auch zu dieſem Ende

de

de keine beſondern Kräfte nöthig, ſondern wie dieſelbe in allen ihren Würkungen beſtändig den einfältigſten und kürzeſten Weg erwehlet, alſo bedienet ſich dieſelbe zu Hervorbringung aller Veränderungen keiner andern Kräfte, als eben des vorhergemeldten Vermögens, womit alle Körper begabt ſind, in ihrem Zuſtande zu verharren. Dieſes ſcheinet zwar dem erſten Anblick nach etwas wiederſprechendes in ſich zu enthalten, indem man ſchwerlich begreifen kan, wie eine Kraft, welche die Körper in ihrem Zuſtande zu erhalten beſtimmet iſt, zugleich auch alle Veränderungen hervor bringen könne. Wenn man aber dieſe Sache in reifere Erwegung zieht, ſo ſieht man bald, daß dieſe weſentliche Eigenſchaft aller Körper, wodurch ſie ſich in ihrem Zuſtand zu erhalten bemühet ſind, nicht nur vermögend ſeyn könne, Veränderungen zu verurſachen, ſondern daß auch in der That alle Veränderungen, welche wir zu erklären im Stande ſind, von nichts anders, als dieſer allgemeinen Eigenſchaft herrühren. Um dieſe Würkung begreiflich zu machen, ſo darf man ſich nur zwey Körper vorſtellen, deren einer ſtille ſteht, der andere aber mit einem gewiſſen Grad der Geſchwindigkeit auf den erſtern loßgehet. Wir wollen um der Deutlichkeit willen den erſtern Körper, welcher ſtille ſteht, mit dem Buchſtaben A, den andern aber, welcher gegen dieſen läuft, mit dem Buchſtaben B bemerken.

merken. Der erſtere Körper A hat nun ein Vermögen, in ſeiner Ruhe unverändert zu verbleiben, der andere aber B hat ein Vermögen, gleichfalls in ſeinem Zuſtande zu verharren, das iſt, mit ſeiner Geſchwindigkeit nach ſeiner Richtung oder nach einer geraden Linie fortzugehen. Wenn nun der Körper B würklich zu dem Körper A kömmt, ſo ſieht man wohl, daß keiner von beyden in ſeinem Zuſtande verbleiben könne, ohne daß zugleich der Zuſtand des andern ſehr merklich verändert werde. Denn ſolte der Körper A in ſeinem Stillſtande verharren; weil der andere durch dieſen nicht durchdringen kann, ſo müßte derſelbe entweder auch plötzlich ſtille ſtehen, oder zurück prellen, oder ſeitswerts abweichen: in allen Fällen aber würde ſein voriger Zuſtand gar ſehr verändert. Solte aber der Körper B ſeine Bewegung unverändert fortſetzen, ſo müſte derſelbe den Körper A vor ſich her ſtoſſen: und folglich würde der Körper A aus ſeinem vorigen Zuſtande gebracht werden. Da es nun nicht möglich iſt, daß dieſe beyden Körper zugleich in ihrem vorigen Zuſtande verharren, und auch keine Urſache vorhanden iſt, warum nur vielmehr in einem, als dem andern allein eine Veränderung vorgehen ſollte; ſo folget nothwendig, daß beyde Körper zugleich eine Veränderung ihres Zuſtandes leiden müſſen. Der Körper A wird nehmlich in Bewegung geſetzt,

ſetzt, die Geſchwindigkeit aber des Körpers B vermindert werden. Weil nun die Urſache, wodurch ein Körper in ſeinem Zuſtand verändert wird, eine Kraft genennet zu werden pflegt, ſo iſt klar, daß die Kräfte, wodurch in dem erzehlten Fall der Zuſtand beyder Körper A und B verändert wird, in nichts anders beſtehen, als in dem Vermögen, welches ein jeder Körper hat, in ſeinem Zuſtande zu verharren. Alſo iſt das Vermögen, welches der Körper A hat, in ſeinem Zuſtande zu verharren, die Urſache und folglich die Kraft, welche in dem Zuſtand des Körpers B die Veränderung hervor bringt: und hinwiedrum iſt das Vermögen, womit der Körper B begabet iſt, in ſeinem Zuſtande zu verbleiben, die Urſache und alſo die Kraft, durch welche in dem Körper A eine Veränderung vorgehet. So lange alſo ein Körper ſeinen Zuſtand unverändert erhalten, das iſt entweder in ſeinem Ruheſtand verbleiben, oder ſeine Bewegung unverrückt fortſetzen kann, ſo äußert ſich darinne nichts anders, als das Vermögen in ſeinem Zuſtande zu verharren; ſo bald aber dieſer Körper einen Wiederſtand antrift, welcher verhindert, daß derſelbe in ſeinem Zuſtand nicht verbleiben kann, ſo wiederſtehet eben dieſes Vermögen der Veränderung, ſo darinne vorgehen ſoll, und übet eine Kraft aus, die Hinderniſſe aus dem Weg zu räumen. Es entſtehen

ſtehen demnach alle Kräfte, welche ſich in der Welt befinden, aus nichts anders, als aus dem Vermögen, womit alle Körper begabet ſind, in ihrem Zuſtand zu verharren, und welches ſich in eine Kraft verwandelt, ſo bald der Zuſtand zweyer oder mehrerer Körper dergeſtalt gegen einander läuft, daß keiner beybehalten werden kann, ohne zugleich die übrigen zu verändern. Weil nun dergleichen Zufälle in der Welt unaufhörlich vorkommen, da entweder auf einen ruhenden Körper andere ſtoſſen, oder verſchiedene in Bewegung geſetzte Körper einander begegnen; ſo äuſſern ſich auch beſtändig ſolche Kräfte, wodurch der Zuſtand eines jeglichen Körpers verändert wird. Und hieraus ſieht man, daß alle Veränderungen, welche in der Welt geſchehen, bloß allein von dem Vermögen, welches alle Körper haben, in ihrem Zuſtand unverändert zu verharren, hervorgebracht werden können. Wenn man dieſe Sache genauer unterſucht, ſo wird man in der That finden, daß der Zuſtand eines jeglichen Körpers nur in ſo ferne verändert wird, als derſelbe andere Körper antrift, welche ihren Zuſtand nicht erhalten können, ohne daß in demſelben eine Veränderung vorgehe. Wie groß nun in einem jeglichen Fall, wenn zwey Körper dergeſtalt zuſammen kommen, daß nicht beyde in ihrem Zuſtand verbleiben können, die Veränderung ſey, welche in einem jeden ins

beſon-

beſondere vorgeht, wird in der Mechanic beſtimmet.

Auf dieſem Grunde beruhet nun die ganze Lehre von dem Wiederſtand der Körper, welche ſich in einer flüßigen Materie, als Waſſer oder Luft, bewegen. Denn wenn ein Körper in einer ſolchen flüßigen Materie ſeine Bewegung unverrückt fortſetzte; ſo müßte nothwendig eine ziemliche Menge Theilchen, woraus die flüßige Materie beſtehet, fortgeſtoſſen und in Bewegung gebracht werden. Da nun dieſe Theilchen gleichfalls mit einem Vermögen in ihrem Znſtande zu verharren, begabet ſind; ſo wiederſtehen ſie einer ſolchen Aenderung: und dahero muß in dem Zuſtande der Körper ſelbſt auch eine Veränderung vorgehen, welche um ſo viel gröſſer ſeyn wird, je mehr Theilchen der flüßigen Materie in Bewegung geſetzt werden müſſen, und je gröſſer die Veränderung iſt, ſo darinne vorgehen muß. Wenn alſo die Veränderung, welche in der flüßigen Materie verurſacht wird, bekannt wäre, ſo könte man nach den Grundſätzen der Mechanic ausrechnen, wie groß die Veränderung, welche in dem Körper ſelbſt vorgeht, ſeyn müßte. Hierinne beſteht nun der Wiederſtand, welchen ein bewegter Körper in einer flüßigen Materie leidet, und muß folglich aus den mechaniſchen Grundſätzen beſtimmet werden.

II. Anmerkung.

Der Autor betrachtet erſtlich eine ſolche flüſſige Materie, deren Theilchen dergeſtalt von einander abgeſondert ſind, daß ein jegliches davon die ihm eingedruckte Bewegung einige Zeit unverändert fortſetzen kann, ohne von den umliegenden darinnen geſtöret zu werden. Ob nun gleich dieſer Begrif der Natur aller flüßigen Materien entgegen iſt, und in der ganzen Welt keine ſolche Materie gefunden wird; ſo dienet derſelbe doch den Grund zur Erkenntniß des Wiederſtandes zu legen. Wenn ſich nun ein Körper in einer ſolchen flüßigen Materie beweget, ſo ſtöſſet derſelbe beſtändig auf neue Theilchen; weil diejenigen, welche ſchon vorher den Stoß ausgehalten, die ihnen eingedruckte Bewegung fortſetzen, ohne den Zuſtand der übrigen zu verrücken: und wenn dieſe flüſſige Materie für ſich ſtill zu ſtehen angenommen wird, ſo befinden ſich alle Theilchen derſelben, worauf der Körper in einem jeden Augenblick ſtößt, in einer vollkommenen Ruhe. Die Berechnung des Wiederſtands, welchen der Körper in dieſer flüßigen Materie leidet, beruhet alſo darauf, daß man beſtimme, wie viel ein Körper in einem jeglichen Augenblick von ſeiner Bewegung verliere, wenn derſelbe beſtändig auf eine gewiſſe Anzahl kleiner Theilchen ſtößt, welche ſtille ſtehen, und deren Dichte in Anſehung des Körpers bekannt iſt. Die-

ſes

ſes läßt ſich dahero durch die bekannten Regeln, nach welchen die Bewegung zweyer aneinander ſtoſſenden Körper verändert wird, ausmachen, wenn man nur vorher weiß, ob dieſe Theilchen, nebſt dem Körper, elaſtiſch ſind, und nach dem Stoß von einander prallen, oder nicht, in welchem Fall dieſelben nach dem Stoß beyſammen bleiben. Wir wollen hier dieſe beyden Fälle, als von welchen in dem Wiederſtande ein ſehr groſſer Unterſcheid entſteht, ins beſondere in Betrachtung ziehen.

Es ſoll alſo für das erſte keine elaſtiſche Kraft vorhanden ſeyn, dergeſtalt, daß die Theilchen, welche von dem Körper ſchon in Bewegung geſetzet worden, vor demſelben hergehen, dennoch aber in den übrigen keine Veränderung verurſachen. Damit man nun, um ſich dieſes deutlicher vorzuſtellen, keine Schwierigkeiten finde, ſo darf man ſich nur einbilden, daß diejenigen Theilchen, welche ſchon den Stoß vom Körper ausgehalten, plötzlich verſchwinden oder zernichtet werden, damit in dem Zuſtand der übrigen keine Veränderung vorgehe, ehe der Körper gleichfalls an dieſelben ſtößt. Deñ weil der ganze Begrif einer ſolchen flüßigen Materie bloß allein in der Einbildungs-Kraft beſteht, ſo ſteht es uns frey auch noch dieſe Bedingung hinzuſetzen: als wodurch der Endzweck, weswegen man eine ſolche flüßige Materie

 terie

terie betrachtet, um ſo viel leichter erhalten wird. Wir wollen alſo ſetzen (Fig. 11.), daß der Vordertheil des Körpers MM, mit welchem derſelbe auf die Theilchen der flüßigen Materie ſtößt, flach, und zugleich auf die Richtung AM, nach welcher der Körper fortgehet, perpendicular ſey. Es ſey der Innhalt dieſer vordern Fläche MM $= cc$, die Länge des Körpers, welcher als ein Cylinder betrachtet werden kan, LM $= a$; und die Geſchwindigkeit, womit derſelbe anjetzt würklich fortgehet, ſoll durch $\sqrt{v}$ ausgedruckt werden, oder v bedeutet die Höhe, aus welcher ein fallender Körper eine gleiche Geſchwindigkeit erlangt. Die Dichte des Körpers werde ferner durch m, und die Dichte der flüßigen Materie durch n ausgedrückt. Hieraus wird die Maſſa des Körpers $= macc$. Indem nun der Körper durch den unendlich kleinen Raum Mm $= dx$ fortrücket, ſo muß derſelbe die Theilchen der flüßigen Materie, welche in dieſem Raum MmmM enthalten ſind fortſtoſſen; und da die Maſſa dieſer Theilchen iſt $= nccdx$, ſo kommt es hier auf die Auflöſung dieſer Frage an: um wie viel die Geſchwindigkeit $\sqrt{v}$ eines Körpers, deſſen Maſſa $= macc$, vermindert werde, wenn derſelbe auf einen andern ſtill ſtehenden Körper, deſſen Maſſa iſt $= nccdx$, ſtößt. Vor dem Stoß iſt alſo die Gröſſe der Bewegung $= macc\sqrt{v}$, und da nach dem

Stoß

Stoß die Geſchwindigkeit des Körpers iſt $\sqrt{(v+dv)} = \sqrt{v} + \frac{dv}{2\sqrt{v}}$, welche derſelbe mit den Theilchen der flüßigen Materie $nccdx$, ſo inzwiſchen fortgeſtoſſen worden, gemein hat; ſo wird die Gröſſe der Bewegung beyder Cörper zugleich nach dem Stoß ſeyn $= (macc + nccdx)\left(\sqrt{v} + \frac{dv}{2\sqrt{v}}\right)$, welche nach den Geſetzen der Mechanic der vorigen Gröſſe der Bewegung $macc\sqrt{v}$ gleich ſeyn muß. Hieraus entſpringt allſo dieſe Vergleichung $macc\sqrt{v} = (macc + nccdx)\left(\sqrt{v} + \frac{dv}{2\sqrt{v}}\right)$, welche in dieſe verwandelt wird: $o = \frac{maccdv}{2\sqrt{v}} + nccdx\sqrt{v}$, woraus man bekommt

$$dv = -\frac{2nccv}{macc}dx.$$

Hieraus erhellet, daß die Bewegung des Körpers eben ſo vermindert werde, als wenn das Gewicht eines aus der flüßigen Materie beſtehenden Cylinders dagegen druckte, deſſen Baſis oder Dicke $= cc$, und deſſen Höhe $= 2v$: denn die Maſſa, und folglich das Gewicht eines ſolchen Cylinders, wird ſeyn $= 2nccv$, und da

da die Maſſa des Körpers iſt $macc$, ſo muß die Bewegung deſſelben, indem derſelbe durch den Weg dx fortrücket, um ſo viel vermindert werden, als dieſe Æquation $dv = -\frac{2nccv}{macc} dx$ anzeiget, welche mit der obigen vollkommen überein kommt. Wenn ſich alſo ein ſolcher Körper in einer ſolchen flüßigen Materie beweget, ſo iſt die Kraft des Wiederſtands gleich dem Gewicht eines aus dieſer flüßigen Materie beſtehenden Cylinders, deſſen Baſis mit der Oberfläche des Körpers MM $= cc$ einerley, und deſſen Höhe gleich iſt der doppelten Höhe $2v$, wodurch die Geſchwindigkeit des Körpers ausgedruckt wird. Da nun die Höhe v dem Quadrat der Geſchwindigkeit proportional iſt, ſo ſiehet man, daß der Wiederſtand einer ſolchen flüßigen Materie den Quadraten der Geſchwindigkeit der darinn bewegten Körper proportional ſey; wenn nehmlich die vordere Fläche des Körpers MM perpendicular auf die Theilchen der flüßigen Materie ſtöſſet.

Solchergeſtalt verhält ſich alſo der Wiederſtand einer ſolchen flüßigen Materie, wenn keine Elaſticität vorhanden iſt, und folglich keine Zurückprallung nach dem Stoß geſchieht. Wenn aber ſo wohl der Körper, als die Theilchen der flüßigen Materie, mit einer voll-

vollkom̃enen Elaſticität begabet ſind, ſo muß die im vorigen Fall entſtehende Würkung nach den Geſetzen der aneinander ſtoſſenden elaſtiſchen Körper berechnet werden. In dieſem Fall prellen nun die Theilchen der flüßigen Materie von dem Körper zurück, und bekommen folglich einen gröſſeren Grad der Geſchwindigkeit, als der Körper ſelbſt hat. Dahero ſind in dieſem Fall zwey Sachen unbekannt, erſtlich die Geſchwindigkeit des Körpers, und denn auch die Geſchwindigkeit der Theilchen der flüßigen Materie nach dem Stoß. Um dieſe beyden Sachen zu beſtimmen, ſo muß mit dem vorher gebrauchten Grundſatz, kraft welchen einerley Quantität der Bewegung vor und nach dem Stoſſe erhalten wird, noch dieſer andere Grundſatz verknüpfet werden, daß bey vollkommenen elaſtiſchen Körpern auch einerley ſogenannte lebendige Kraft vor und nach dem Stoß erhalten werde. Die lebendige Kraft eines Körpers aber wird gefunden, wenn man die Maſſam durch das Quadrat der Geſchwindigkeit multipliciret. Wenn wir alſo, wie vorher, die Geſchwindigkeit des Körpers, deſſen Maſſa iſt $= macc$, vor dem Stoß durch $\sqrt{v}$, nach dem Stoß aber durch

$$\sqrt{(v + dv)} = \sqrt{v} + \frac{dv}{2\sqrt{v}}$$

ausdrucken, die Geſchwindigkeit der flüßigen

 Ma=

Materie hingegen, deren Maſſa iſt $= nccdx$, auf welche der Körper ſtößt, indem derſelbe durch den Raum $Mm = dx$ fortgehet, nach dem Stoß durch $\sqrt{u}$ angezeigt wird, als welche vor dem Stoß $= o$ geweſen: ſo wird die Gröſſe der Bewegung vor dem Stoß ſeyn $= macc\sqrt{v}$, nach dem Stoß aber $= macc \left(\sqrt{v} + \frac{dv}{2\sqrt{v}}\right) + nccdx\sqrt{u}$. Woraus dieſe Gleichheit nach dem erſtern Grund-Satz entſpringet:

$$o = \frac{maccdv}{2\sqrt{v}} + nccdx\sqrt{u}$$

Die lebendige Kraft vor dem Stoße wird ſeyn $= maccv$, nach dem Stoß aber $= macc\,(v + dv) + nccudx$: aus deren Vergleichung man erhält.

$$o = maccdv + nccudx.$$

Da nun aus der erſtern Æquation gefunden wird, $\sqrt{u} = \frac{-madv}{2ndx\sqrt{v}}$ und allſo $u = \frac{m^2a^2dv^2}{4nndx^2v}$; die andere Æquation aber giebt $u = \frac{-madv}{ndx}$; ſo bekommt man $\frac{madv}{4nvdx} = -1$ oder $dv = \frac{-4nccvdx}{macc}$.

Dahero

Daherо iſt in dieſem Fall der Wiederſtand eben ſo groß, als wenn gegen den Körper das Gewicht eines aus der flüßigen Materie beſtehenden Cylinders druckte, deſſen Baſis der Dicke des Körpers MM = *cc* gleich iſt, und deſſen Höhe viermahl ſo groß, als diejenige *v*, wodurch die Geſchwindigkeit des Körpers ausgedruckt wird. Da nun in dem vorigen Fall die Höhe des entgegen druckenden Cylinders nur = 2 *v* gefunden worden, ſo ſiehet man, daß in dem gegenwärtigen Fall wegen der Elaſticitat der Wiederſtand zweymahl ſo groß ſey, als in dem vorigen, wo keine Elaſticität vorhanden geweſen. In beyden Fällen aber, wenn ſich eben derſelbe Körper mit verſchiedenen Graden der Geſchwindigkeit in eben derſelben flüßigen Materie beweget, ſo iſt der Wiederſtand immer den Quadraten der Geſchwindigkeit proportional. Wenn aber die Dichtigkeit der flüßigen Materie gröſſer oder kleiner wird: ſo wird auch der Wiederſtand um eben ſo viel gröſſer oder kleiner. Weil nun auf dieſe Art die Veränderung der Geſchwindigkeit des Körpers leicht gefunden wird, ſo kann auch daher die ganze Bewegung deſſelben, ſo wie ſelbige nach und nach abnimmt, ohne Schwierigkeit beſtimmet werden.

Wir haben aber hier nur den Fall betrachtet, wenn der vordere Theil des Körpers, welcher auf die Theilchen der flüßigen Materie

ſtoßt,

ſtoßt, nicht nur eine Fläche, ſondern auch auf die Direction der Bewegung perpendicular iſt. In dieſem Fall iſt die Gewalt des Wiederſtands der Bewegung des Körpers ſchnurſtracks entgegen, und vermindert folglich nur die Geſchwindigkeit derſelben, ohne ſeine Direction zu verändern. Dahero ein ſolcher Körper ſeine Bewegung nach einer graden Linie fortſetzt, und ſein Zuſtand nur allein in Anſehung der Geſchwindigkeit verändert wird. Es iſt alſo noch übrig, daß wir den Wiederſtand beſtimmen, wenn die vordere Fläche des Körpers mit ſeiner Direction einen ſchiefen Winkel macht, als woraus nachgehends auch der Wiederſtand für alle ſo wohl gerade, als krummlinichte Figuren, ausgefunden werden kann.

Wir wollen alſo ſetzen, die Figur des Körpers ſey alſo beſchaffen, wie die Fig. 12. ausweiſet, dergeſtalt, daß der Körper LLMM welcher ſich nach der Direction OP in der flüßigen Materie beweget, mit ſeiner ſchiefen Fläche MM auf die Theilchen der flüßigen Materie ſtoſſe. Indem alſo dieſer Körper durch den unendlich kleinen Raum $Mm = dx$ fortgehet, ſo muß derſelbe die in dem Raum $MMmm$ enthaltene flüßige Materie fortſtoſſen. Wenn nun wie vorher die vordere Fläche des Körpers $MM = cc$ geſetzt wird, ſo iſt die Menge der flüßigen Materien nicht mehr wie vorher =

$ccdx$

$ccdx$: ſondern dieſelbe muß nach der Verhältniß des Radii zum Sinu des Winkels MOP, unter welchem der Vordertheil des Körpers auf die flüßige Materie ſtöſſet, vermindert werden. Wenn alſo der Radius $= 1$, und der Sinus des Winkels MOP $= q$ geſetzt wird, ſo wird die Menge der flüßigen Materie, welche in Bewegung geſetzt werden muß, indem der Körper durch den Weg $Mm = dx$ fortrücket, durch $ccqdx$ ausgedrücket, und müßte der vorher gefundene Wiederſtand noch mit q multipliciret werden, wenn nehmlich ſonſten die Würkung einerley wäre. Allein da der Körper nicht gerade, ſondern ſchief auf dieſe flüßige Materie ſtöſſet, ſo iſt auch der Wiederſtand nicht ſo groß, als in dem vorhergehenden Fall, und muß folglich noch aus dieſem Grunde nach den Regeln der Mechanic durch q multipliciret werden. Dahero verhält ſich der Wiederſtand der Fläche cc, wenn dieſelbe perpendicular auf die flüßige Materie ſtößt, zu dem Wiederſtand, wenn eben dieſelbe unter einem ſchiefen Winkel deſſen Sinus $= q$ fortgehet, wie das Quadrat des Radii 1 zum Quadrat des Sinus qq. Da aber ferner die flüßige Materie nur in ſo fern wiederſteht, als die Bewegung des Körpers gerade auf MM gerichtet iſt, ſo iſt die Direction der wiederſtehenden Kraft perpendicular auf die Fläche MM. Wenn alſo die

Ge-

Geſchwindigkeit des Körpers durch die Höhe v ausgedruckt wird, ſo iſt die wiederſtehende Kraft, deren Direction OR perpendicular iſt auf MM, gleich dem Gewicht eines aus eben dieſer flüßigen Materie beſtehenden Cylinders, deſſen Baſis $= cc$, und die Höhe entweder $= 2qqv$ oder $= 4qqv$ je nach dem ſich der Stoß nach den Regeln der nicht elaſtiſchen, oder vollkommen elaſtiſchen Körper richtet. Weil nun in dem gegenwärtigen Fall der Körper nach der Linie OR, welche auf die vordere Fläche MM perpendicular iſt, zurück geſtoſſen wird, dieſe Direction aber mit der Direction der Bewegung einen ſchiefen Winkel macht; ſo wird dadurch nicht nur die Geſchwindigkeit des Körpers vermindert, ſondern es wird auch ſeine Direction verändert. Denn wenn wir dieſe Kraft, welche entweder durch $2nccqqv$ oder durch $4nccqqv$ ausgedruckt wird, wenn nehmlich wie vorher n die Dichte der flüßigen Materie anzeigt, nach zwey Directionen auflöſen, davon eine der Direction der Bewegung gerade entgegen geſetzt, die andere aber auf dieſelbe perpendicular iſt; ſo wird die erſtere $= \frac{2}{4} nccq^3 v$, die letztere aber $\frac{2}{4} nccqqv\sqrt{(1-qq)}$ Durch jene wird die Geſchwindigkeit des Körpers vermindert, durch dieſe aber, die Direction der Bewegung verändert. Wir wollen für die zwey Zahlen $\frac{2}{4}$ den Buchſtaben μ ſetzen, wel-

welcher folglich, wenn die Körper keine Elaſticität haben, durch 2, wenn aber eine volkommene Elaſticität vorhanden iſt, durch 4 ausgedruckt wird: und P ſoll die Maſſam, oder das Gewicht des bewegten Körpers, anzeigen. Hieraus iſt nun klar, daß indem der Körper durch M $m = dx$ fortgehet, erſtlich ſeine Geſchwindigkeit $\sqrt{v}$ dergeſtalt vermindert werde, daß

$$dv = \frac{-\mu n c c q^3 v d x}{P}.$$

Hernach wird auch inzwiſchen die Direction dergeſtalt verändert werden, daß der Körper nach der Krümmung eines Zirkelbogens fortgehen wird. Wovon der Radius $= \frac{2P}{\mu n c c q q \sqrt{(1-qq)}}$.

So bald aber der Körper ſeine Direction verändert, ſo wird auch die Schiefe, womit derſelbe auf die Theilchen der flüßigen Materie ſtößt, verändert, und bekömmt folglich der Sinus q einen anderen Werth. Ueber dieſes wird ſich auch der Körper ſelbſt umkehren, und alſo bald mit einem andern Theil ſeiner Oberfläche an die Theilchen der flüßigen Materie anſtoſſen. Solchergeſtalt, da der Wiederſtand alle Augenblicke verändert wird, ſo wird der Körper daher auch eine ſehr verwirrte Bewegung bekommen.

Aus

Aus dem Wiederſtand, welchen eine ſchief bewegte Fläche in einer flüßigen Materie leidet, kann nun der Wiederſtand eines jeglichen Körpers, was für eine Figur derſelbe immer haben mag, berechnet werden. Allhier ſind aber inſonderheit die runden Körper, welche ſich nach der Direction ihrer Axe bewegen, vor andern merkwürdig, weil in denſelben nur allein die Geſchwindigkeit vermindert wird, die Direction aber unverändert bleibet. Denn da ein ſolcher Körper rings herum gleich ſtark auf alle Seiten getrieben wird, ſo zernichten ſich alle dieſe Kräfte unter einander, daß daher gar keine Würkung in der Bewegung des Körpers entſtehen kann. Ein runder Körper entſtehet nun, wenn eine beliebige Figur um eine Axe herum gedrehet wird; Es ſey dahero (Fig. 13.) ADB die Figur, aus deren Herumdrehung um die Linie AB der Körper entſteht, deſſen Wiederſtand wir hier unterſuchen wollen, wenn ſich derſelbe nach der Direction ſeiner Axe BAE in einer flüßigen Materie bewegt. Man ſiehet alſo leicht, daß wenn die Figur ADB ein halber Zirkul iſt, der daher entſtehende Körper eine Kugel ſeyn werde. Wir wollen aber erſtlich die Rechnung insgemein auf eine jegliche krumme Linie, welche für ADB angenommen werden kan, richten. Vor allen Dingen muß man nun denjenigen Theil des Umfangs, welcher auf die flüßige Ma-

Materie ſtößt, von dem übrigen Theil wohl unterſcheiden. Dieſer Theil des Umfangs, auf welchen der Wiederſtand geſchieht, entſteht aber aus dem Theil AMD der angenommenen krummen Linie, und erſtreckt ſich von A bis D, wo ſich der Umfang rückwerts zu ſchwingen anfängt, das iſt gemeiniglich, wo die Tangens der Axe AB parallel wird. Man nehme nun nach Belieben eine perpendicular Linie MP auf die Axe AB, und ſetze $AP = x$; $PM = y$; ferner ſey mp der vorigen MP unendlich nahe, und zugleich parallel, und ziehe Mn der Axe parallel, ſo wird $Pp = Mn = dx$; $mn = dy$; und $Mm = \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$ man ſetze aber Kürze halber $Mm = ds$. Durch die Herumdrehung dieſes Linichens Mm um die Axe AB entſtehet ein Ring, deſſen äuſſere Fläche ſeyn wird $= 2\pi y\, ds$, wenn $1 : \pi$ die Verhältniß andeutet zwiſchen dem Diameter eines Zirkuls, und ſeinem Umkreiß. Dieſer Ring ſtößt nun allenthalben auf die Theilchen der flüßigen Materie gleich ſchief auf, nehmlich unter einem Winkel $= mMn$, deſſen Sinus folglich iſt $= \frac{dy}{ds}$, und coſinus $= \frac{dx}{ds}$. Wenn alſo die Geſchwindigkeit des Körpers durch $\sqrt{v}$, und die Dichte der flüßi-

gen Materie durch n ausgedruckt wird: ſo iſt der Wiederſtand des obgedachten Rings (wenn man nehmlich $2\pi y ds$ für cc und $\frac{dy}{ds}$ für q ſetzet) $= \mu n. 2\pi y ds. \frac{dy^2}{ds^2}. v =$ $\frac{2\mu\pi n v y dy^2}{ds}$; deſſen Direction nach der Linie MC ſo auf Mm perpendicular iſt, gerichtet iſt. Hieraus erwächſt alſo der Wiederſtand nach der Direction der Bewegung $= \frac{2\mu\pi n v y dy^3}{ds^2}$; und das integrale hiervon: $2\mu\pi n v \int \frac{y dy^3}{ds^2}$ giebt den ganzen Wiederſtand, welchen der Theil des Umfangs, ſo aus dem Bogen AM erzeuget wird, leidet: und wenn man das Punkt M bis in D fortrücket, ſo kommt der geſuchte Wiederſtand heraus, wodurch die Bewegung des Körpers vermindert wird.

Um nun hieraus den Wiederſtand einer Kugel zu finden, ſo darf man nur für die krumme Linie AMD den vierten Theil eines Zirkuls ſetzen. Es ſey der Radius der Kugel AC = CD $= a$; ſo wird CP $= \sqrt{(aa - yy)}$;

und

und $Mm = ds = \frac{a\,dy}{\sqrt{(aa-yy)}}$. Folglich iſt $ds^2 = \frac{aady^2}{aa-yy}$, und der oben gefundene Wiederſtand wird $= 2\mu\pi nv \int \frac{ydy\,(aa-yy)}{aa}$ $= 2\mu\pi nv \left(\frac{1}{2}yy - \frac{y^4}{4aa}\right)$; Man ſetze nun, um den völligen Wiederſtand zu finden, $y=a$, ſo bekommt man $2\mu\pi nv.\ \frac{1}{4}aa = \frac{1}{2}\mu\pi naav$. Nun aber drückt πaa den Inhalt eines groſſen Zirkuls dieſer Kugel, oder die Dicke derſelben aus, für welchen, wenn man ſetzt cc, ſo kommt der Wiederſtand $= \frac{1}{2}\mu nccv$. Wenn aber ein ſolcher Zirkul, oder ein gleich dicker Cylinder, ſich ſeiner Länge nach in eben dieſer flüßigen Materie bewegte, ſo würde ſein Wiederſtand ſeyn $= \mu nccv$; woraus erhellet, daß der Wiederſtand einer Kugel nur halb ſo groß iſt, als der Wiederſtand eines gleich dicken Cylinders, ſo ſich mit einer gleichen Geſchwindigkeit in eben derſelben flüßigen Materie ſeiner Länge nach beweget.

III. Anmerkung.

Eine ſolche flüßige Materie aber, dergleichen wir hier betrachtet haben, findet ſich nicht nur nicht in der Welt, ſon-

dern iſt auch nicht einmahl möglich: dahero auch der Wiederſtand, welchen ein Körper in ſolchen flüßigen Materien, die in der Welt würklich angetroffen werden, findet, anders beſchaffen ſeyn muß, als in der vorigen Anmerkung gefunden worden. Wir wollen unſere Betrachtung hauptſächlich auf die Luft richten, als deren Wiederſtand allhier geſuchet wird. Hierbey iſt nun vor allen Dingen zu merken, daß die Luft nicht nur eine flüßige Materie iſt, ſondern ſich auch in einem zuſammen gedruckten Zuſtand befindet, dergeſtalt, daß ein jeglicher Körper, ſo mit Luft umgeben iſt, rings herum von der Luft zuſammen gedruckt wird: weil aber dieſe zuſammendruckende Kraft allenthalben gleich groß iſt, ſo wird der Körper davon nicht in Bewegung geſetzt, wenn derſelbe vorher ſtille geſtanden. Wenn aber der Körper ſchon eine Bewegung hat, ſo leidet derſelbe nicht nur die vorige zuſammendruckende Kraft, ſondern er iſt noch über dieſes der Kraft, welche aus dem Stoß deſſelben auf die Theilchen der Luft entſtehet, ausgeſetzt. Wenn zwar die vorigen Kräfte ſich im Gleichgewicht halten, ſo kommt die Verminderung der Bewegung gantz allein auf die letztere an; welches geſchieht, wenn die Bewegung des Körpers nicht allzu ſchnell iſt. Wenn ſich aber der Körper ſehr geſchwind bewegt, ſo wird die Luft um denſelben in eine merkliche Bewegung geſetzt,

wodurch

wodurch der Druck derſelben ziemlich verändert, und rings um den Körper herum nicht mehr einerley iſt. In dieſem Fall wird alſo der Zuſtand des Körpers nicht nur von der wiederſtehenden Kraft der Luft, ſondern auch von dem ungleichen Druck derſelben, verändert. Inſonderheit hat man hier auf den hintern Theil des Körpers zu ſehen, welcher ſo lange der Körper ſtill ſteht, von dem Druck der Luft ſo ſtark vorwerts, als der vordere Theil hinterwerts, gedruckt wird. Wenn ſich aber der Körper ſo geſchwind bewegt, daß die Luft demſelben nicht einmahl zu folgen vermögend iſt; ſo kann auf den hintern Theil deſſelben gar kein Druck geſchehen: dahero in dieſem Fall der Druck von vornen nicht aufgehoben wird, und alſo den Wiederſtand ſehr merklich vermehret. Hieraus ſieht man alſo leicht, daß wenn gleich die Geſchwindigkeit des Körpers kleiner iſt, der Druck von hinten dennoch kleiner ſeyn ſeyn müſſe, als von vornen: weswegen in dieſem Fall die Bewegung des Körpers nicht nur von dem eigentlichen Wiederſtand, ſo von dem Stoß auf die Theilchen der Luft herrühret, vermindert wird, ſondern auch von dem Druck der Luft, welchen dieſelbe auf das Vordertheil ausübet, in ſo fern derſelbe von dem Gegen-Druck von hinten nicht im Gleichgewicht gehalten wird. Hernach kommt bey der Luft noch ein beſonderer Umſtand zu betrachten

 vor,

vor, welcher ſich bey dem Waſſer und andern flüßigen Körpern nicht ereignet. Dieſer beſtehet darinne, daß ſich die Luft ſo wohl in einen kleineren Raum zuſammen drucken, als in einen gröſſeren ausdehnen läßt; und dahero in Anſehung ihrer Dichte ſehr verſchieden ſeyn kann. Wenn ſich alſo ein Cörper ſehr ſchnell durch die Luft beweget, und dieſelbe vor ſich her wegſtößt, ſo iſt klar, daß die Luft vor dem Körper immer etwas dichter, hinter demſelben aber etwas dünner ſeyn müſſe; und um dieſer Urſache willen findet der Körper von vornen ſo wohl einen ſtärkern Gegendruck, als auch einen ſtärkeren Wiederſtand: hingegen aber wird der Druck von hinten etwas ſchwächer. Da nun alle dieſe Umſtände die Geſchwindigkeit des Körpers vermindern, und um ſo viel beträchtlicher werden, je ſchneller ſich der Körper beweget; ſo wird dadurch die Meynung des Verfaſſers auf das nachdrücklichſte bekräftiget, daß der Wiederſtand der Luft auf ſehr geſchwinde Bewegungen weit gröſſer ſey, als alle bißherigen Theorien anzeigen.

Aus dieſem allem erhellet alſo, daß ein jeder Körper, ſo ſich in der Luft beweget, einer doppelten Kraft ausgeſetzt ſey, wovon eine aus dem Stoß deſſelben gegen die Theilchen der Luf entſpringet, und den eigentlichen Wiederſtand oder die Reſiſtenz ausmachet; die andere Kraft aber kommt von dem ungleichen

Druck

Druck der Luft auf den Körper her. Ob nun gleich dieſe beyden Kräfte zuſammen in Erwegung gezogen werden müſſen, wenn man die Bewegung des Körpers beſtimmen will; ſo muß doch die Gröſſe einer jeden, da dieſelben aus gantz verſchiedenen Urſachen herrühren, ins beſondere unterſuchet werden. Wir wollen zu dieſem Ende erſtlich die erſtere von dieſen beyden Kräften betrachten, welche aus dem Stoſſe des Körpers auf die Theilchen der Luft entſteht. Aus dieſem Grunde leidet der Körper in ſo fern einen Abgang an ſeiner Geſchwindigkeit, als in den umliegenden Theilen der Luft eine Bewegung hervor gebracht werden muß: denn ſo viel Kraft zu dieſer Bewegung in der Luft erfordert wird, eben ſo viel Kraft würket hinwiederum auf den Körper zurück. Hier ſieht man nun leicht, daß dieſer Wiederſtand der Luft kleiner ſeyn müſſe, als in beyden Fällen der vorigen Anmerkung. Im letzteren Fall, da die Theilchen der flüßigen Materie zurück ſpringen, war der Wiederſtand dem Gewicht eines Cylinders gleich, deſſen Höhe $= 4\,v$, im erſtern aber, da die Theilchen mit dem Körper einerley Geſchwindigkeit bekommen, war der Wiederſtand gleich dem Gewichte eines Cylinders deſſen Höhe $= 2\,v$. Wenn aber ein Körper auf die Theilchen der Luft ſtößt, ſo ſpringen dieſelben weder von dem Körper zurück, noch werden die-

ſelben vor dem Körper her getrieben; ſondern ſie weichen ſeitwerts aus, und erhalten keine merkliche Bewegung, wenn ſich der Körper nicht ſehr ſchnell bewegt. Weil alſo den Theilchen der Luft eine weit kleinere Bewegung mitgetheilt wird, als in den beyden vorher erklärten Fällen, ſo muß auch der Wiederſtand kleiner ſeyn, als ein Cylinder, deſſen Höhe entweder 4 v, oder nur 2 v; und um dieſer Urſache willen hat man angenommen, daß der Wiederſtand der Luft, welchen eine Fläche $= cc$ leidet, ſo ſich mit einer Geſchwindigkeit $= \sqrt{v}$ perpendicular gegen die Luft beweget, dem Gewicht einer Luft-Säule gleiche, deren Baſis $= cc$, und deren Höhe $= v$. Man hat auch durch die Erfahrung befunden, daß ein Körper in dem Waſſer einen gleichen Wiederſtand leide, welcher durch das Gewicht einer Waſſer-Säule, deren Höhe $= v$ ausgedruckt werde: und da die Theilchen des Waſſers und der Luft einem darinn bewegten Körper auf eine gleiche Art ausweichen, ſo hat man geſchloſſen, daß der Wiederſtand auf eine ähnliche Art in dieſen beyden flüßigen Materien beſchaffen ſey.

Um dieſes deutlicher darzuthun, ſo iſt zu merken, daß der Wiederſtand, welchen ein Körper, der mit einer gegebenen Geſchwindigkeit ſich in einer ſtillſtehenden flüßigen Materie beweget, antrift, beſtändig derjenigen Kraft gleich

gleich ſeyn müſſe, welche eben derſelbe Körper leiden würde, wenn derſelbe ſtille ſtünde, hingegen aber die flüßige Materie mit einer gleichen Geſchwindigkeit gegen denſelben beweget würde. Man ſtelle ſich nun ein Gefäß voll Waſſer vor, an deſſen Boden ein Loch befindlich, welches mit einem Finger zugehalten wird. In dieſem Fall wird der Finger von einer Kraft gedrucket werden, welche dem Gewicht einer Waſſer-Säule gleich iſt, deren Baſis der Weite des Lochs, und deren Höhe der Höhe des Waſſers in dem Gefäſſe gleich iſt. Wenn man nun den Finger vor dem Loch etwas zurück ziehet, und das Waſſer darauf ſprützen läßt, ſo ſcheinet der Wahrheit gemäß zu ſeyn, daß der Finger eine eben ſo groſſe Kraft, als vorhin ausſtehen werde. Das Waſſer ſprützet aber mit einer ſolchen Geſchwindigkeit heraus, welche durch die Höhe deſſelben in dem Gefäße ausgedruckt wird: und alſo iſt die Kraft des auf den Finger heraus ſprützenden Waſſers gleich dem Gewichte einer Waſſer-Säule, deren Baſis gleich dem Loch, und deren Höhe mit der Höhe, wodurch die Geſchwindigkeit ausgedruckt wird, einerley iſt. Auf dieſe Art wird alſo die vorher erwehnte Meynung bekräftiget, daß der Wiederſtand ſo wohl der Luft, als des Waſſers, dem Gewicht eines Cylinders gleiche, deſſen Höhe der Höhe v, wodurch die Geſchwindigkeit ausgedruckt wird, ſelbſt gleich ſey.

Um aber dieſes aus den vorher feſt geſetzten Gründen, nach welchen der Wiederſtand derjenigen Kraft gleich ſeyn muß, welche zur Hervorbringung der in der flüßigen Materie entſtehenden Bewegung erfordert wird, deutlicher auszuführen, ſo wollen wir betrachten, daß ein Körper in CD (Fig. 14.) ſtill ſtehe, und die flüßige Materie auf denſelben nach der Direction AB mit einer Geſchwindigkeit $= \sqrt{b}$, oder welche durch den Fall aus der Höhe b erlangt wird, beweget werde. Es iſt nun erſtlich klar, daß wenn alle Theile der flüßigen Materie ihre Bewegung ungehindert fortſetzen könnten, der Körper keine Kraft empfinden würde. Weil aber alle Theile der flüßigen Materie, ſo bald ſich dieſelben dem Körper nahen, genöthiget werden auszuweichen, und ſo wohl ihre Geſchwindigkeit, als ihre Richtung zu verändern, ſo muß der Körper eine eben ſo groſſe Kraft empfinden, als zu dieſer Veränderung ſo wohl in der Geſchwindigkeit, als der Richtung der Theilchen, erfordert wird. Wir wollen ſetzen, daß die flüßige Materie, welche bey Aa mit ihrer Geſchwindigkeit $= \sqrt{b}$ gegen den Körper beweget wird, genöthiget werde, ſeitwerts nach AaMm auszuweichen, und wir wollen uns zu dieſem Ende einbilden, als wenn dieſelbe durch den krummen Canal AaMm fortgienge. In dieſem Zuſtande wird nun nicht nur die Direction

ction derſelben beſtändig verändert, ſondern nachdem dieſer Canal weiter oder enger wird, ſo wird auch die Geſchwindigkeit gröſſer oder kleiner. Es ſey die erſte Weite A $a = a$, welche als unendlich klein angeſehen werden muß, indem man ſich für eine jede Reihe einen beſondern Canal vorſtellen kann. Ferner ſey die Weite M$m = z$; und die Geſchwindigkeit der flüßigen Materie bey Mm ſey $= \sqrt{v}$. Da ſich nun die Geſchwindigkeiten einer durch einen Canal bewegten flüßigen Materie umgekehrt verhalten, wie die Weite des Canals, ſo iſt $a : z = \sqrt{v} : \sqrt{b}$; und folglich $z\sqrt{v} = a\sqrt{b}$. Man ziehe eine Axe AP perpendicular auf AB, und nenne die Coordinaten AP $= x$, PM $= y$; hernach werde QN mit PM parallel, und unendlich nah gezogen; ſo wird PQ $=$ MO $= dx$: ON $= dy$; MN $= \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$, und das Theilchen der flüßigen Materie MNnm durch $z\sqrt{(dx^2 + dy^2)}$ ausgedrückt werden. Man ſetze ferner $dy = p\,dx$, ſo wird MN $= \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = dx\sqrt{(1 + pp)}$, und wenn R für das Centrum der Krümmung des Canals in MN angenommen wird, ſo bekommt man MR

$$= \frac{-dx\,(1 + pp)^{\frac{3}{2}}}{dp}.$$

Um nun den Lauf dieſes Theilchens NMnm nach dieſes Krümmung

mung zu beugen, dazu wird eine Kraft nach der Direction MR erfordert, welche ſich verhält zum Gewicht deſſelben Theilchens, wie $2v$ zu $\frac{-dx(1+pp)^{\frac{3}{2}}}{dp}$. Wenn alſo das Gewicht dieſes Theilchens durch ſeine Gröſſe $zdx\sqrt{(1+pp)}$ ausgedruckt wird; ſo iſt die Kraft MR $= \frac{-2vzdp}{1+pp}$. Ferner wenn die Weite des Canals in Mm gröſſer wird, ſo nimmt die Geſchwindigkeit ab. Hierzu wird eine Kraft nach der Direction mS, welche den Canal in m berührt, erfordert, und wenn dieſe Kraft = T geſetzt wird, ſo bekommt man $zdx\sqrt{(1+pp)}.dv = -Tdx\sqrt{(1+pp)}$ oder $T = -zdv$. Dieſe zwey Kräfte MR und mS werden alſo zu Veränderung des Laufs der flüßigen Materie durch den Canal AaMm in einem jeglichen Punkt M erfordert. Dahero, um die ſämtliche Kraft zu bekommen, ſo wollen wir dieſe beyden Kräfte nach den beſtändigen Directionen BA und AP auflöſen. Die erſtere Kraft MR, welche war $= \frac{-2vzdp}{1+pp}$ giebt nach der Direction BA dieſe Kraft $= \frac{-2vzdp}{(1+pp)\sqrt{(1+pp)}}$, nach der Direction

AP aber dieſe $= \frac{-2vzpdp}{(1+pp)\sqrt{(1+pp)}}$;

Die andere Kraft mS, welche war $= -zdv$, giebt nach der Direction BA dieſe Kraft $= \frac{-zpdv}{\sqrt{(1+pp)}}$, nach der Direction PA aber dieſe $= \frac{zdv}{\sqrt{(1+pp)}}$. Für das Theilchen MN$nm$ wird alſo nach der Direction BA dieſe Kraft $\frac{-2vzdp}{(1+pp)\sqrt{(1+pp)}} - \frac{zpdv}{\sqrt{(1+pp)}}$ nach der Direction AQ aber dieſe $-\frac{2vzpdp}{(1+pp)\sqrt{(1+pp)}} + \frac{zdv}{\sqrt{(1+pp)}}$ erfördert. Es iſt aber, wie wir vorher gewieſen $z = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{v}}$; und folglich iſt die aus der Bewegung des Theilchens MNnm entſtandene Kraft nach der Direction BA $=$ $\frac{-2adp\sqrt{bv}}{(1+pp)\sqrt{(1+pp)}} - \frac{apdv\sqrt{b}}{\sqrt{v}\,(1+pp)}$. Hiervon iſt das Integrale $= \frac{-2ap\sqrt{bv}}{\sqrt{(1+pp)}} + C$; und giebt die Kraft nach der Direction BA, welche

welche zur Veränderung der Bewegung aller flüßigen Materie, ſo in dem Canal A a M m enthalten iſt, erfordert wird, wenn nur die Qnantität C recht beſtimmet wird. Um aber dieſe Quantität recht zu beſtimmen, ſo iſt zu merken, daß, wenn AP $= o$ genommen wird, in welchem Fall p unendlich groß wird, und $v = b$, die ganze Kraft verſchwinden müſſe: man ſetze alſo $p = \infty$ ſo wird $C - 2ab = o$, und folglich $C = 2ab$. Dahero wird zur Veränderung der Bewegung der im Canal AaMm enthaltenen flüßigen Materie eine Kraft nach der Direction BA erfordert, welche iſt $= 2ab - \frac{2ap \sqrt{bv}}{\sqrt{(1+pp)}} = 2ab$ $\left(1 - \frac{p\sqrt{v}}{\sqrt{b}(1+pp)}\right)$. Es deutet aber $\frac{p}{\sqrt{(1+pp)}}$ den Coſinum des Winkels MNO oder des Winkels mSB an, wenn der Radius durch 1 angedeutet wird: und hieraus wird die obige Kraft $2 = ab(1 - \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{b}} \cos m\,SB)$ und mit eben dieſer Kraft wird der Körper CD nach der Direction AB fortgeſtoſſen. Es bedeutet aber $2ab$ das Gewicht eines Cylinders flüßiger Materie, deſſen Baſis iſt $=$ A$a = a$,

und

und deſſen Höhe $= 2b$; wenn $\sqrt{b}$ die Geſchwindigkeit, womit die flüßige Materie gegen den Körper, oder welches gleich viel iſt, womit der Körper gegen die flüßige Materie ſtößt, anzeigt. Dieſe Kraft, und folglich der Wiederſtand, beruhet alſo theils auf der Direction Sm, nach welcher die flüßige Materie ſeitwerts abgelenket wird, theils auch auf der Geſchwindigkeit, welche dieſelbe nach dem Stoß behält.

Hieraus erhellet, daß wenn die flüßige Materie, um dem Körper auszuweichen, bis auf einen rechten Winkel von ihrer natürlichen Direction AB abgelenket wird, dergeſtalt, daß der Winkel mSB $= 90°$ wird, ſo kommt die gefundene Kraft $= 2ab$: und wenn dieſes bey aller flüßigen Materie, welcher der Körper CD im Wege ſteht, geſchieht, ſo kommt eben der einige Wiederſtand heraus, welchen wir in der vorigen Anmerkung im erſtern Fall gefunden haben. Eben dieſes geſchiehet auch, wenn die flüßige Materie alle ihre Bewegung durch den Stoß verlieret. Solte aber die flüßige Materie nach dem Stoß nach der vorigen Direction mit gleicher Geſchwindigkeit zurück prellen, ſo wird der Winkel mSB $= 180°$, und $\sqrt{v} = \sqrt{b}$: dahero die Gewalt ſeyn wird $= 4ab$; wie im andern Fall der vorhergehenden Anmerkung gefunden worden.

Wenn man alſo wiſſen könnte, auf was Art

ein

ein jeglicher Strahl der flüßigen Materie Aa, welcher gegen den Körper BD fährt, ſowohl in Anſehung der Geſchwindigkeit, als der Direction, dem Körper ausweiche; ſo könnte man auch hieraus die Kraft beſtimmen, welche auf den Körper würkt. Man hat aber zu dieſem Ende nicht nöthig, die Weite und die Krümmung des Canals, AaMm, in welchem ſich der Strahl Aa gegen den Körper zu bewegen geſetzt worden, allenthalben zu wiſſen; ſondern es iſt genug, wenn dieſe Sachen in dem letzten Punkt des Canals bekannt ſind: indem die aus dem Stück AaMm entſtehende Kraft nach der Direction AB durch dieſe Formul $2ab\,(1 - \frac{Vv}{Vb}\,\text{coſ}\, m\,\text{SB})$ oder da $\frac{Vv}{Vb} = \frac{a}{z}$, durch dieſe $2ab\,(1 - \frac{a}{z}\,\text{coſ}\, m\,\text{SB})$ ausgedruckt wird, allwo z die Weite des Canals im letzten Punkt M andeutet, und der Winkel mSB durch die Lage des letzten Stückleins MNnm beſtimmt wird. Hier kömmt es alſo nur darauf an, wo das Ende des Canals angenommen werden ſoll. Geht man ſo weit, biß die flüßige Materie um den Körper völlig vorbey gefloſſen, und ihren vorigen Lauf wiederum erlanget hat, ſo wird $z = a$, und der Winkel mSB verſchwindet, dahero der Coſinus deſſelben $= 1$

wird

wird. In dieſem Fall würde alſo die auf den Körper nach der Direction AB würkende Kraft $= 2ab\,(1-1) = 0$, und der Körper litte gar keinen Wiederſtand; woraus erhellet, daß man für Waſſer und Luft nicht denjenigen Punkt des Canals, wo die Bewegung hinter dem Körper mit der erſten wiederum völlig übereinkommt, für den letzten annehmen könne. Um nun hiervon die Urſache zu unterſuchen, ſo dürfen wir nur den Urſprung dieſer Kraft, welche auf den Körper würket, genauer betrachten. Wenn wir nur auf den Theil des Canals $AaMm$ Acht haben, ſo iſt die Kraft, welche daraus auf den Körper nach der Direction AB entſpringet $= 2ab\left(1 - \frac{a}{z}\cos mSB,\right)$ und dieſe wird folglich immer gröſſer, ſo lang der Winkel m SB gröſſer wird, je weiter man von dem Anfang Aa fortgehet. Das iſt, ſo lange ſich dieſer Canal von dem Körper abwerts krümmet, ſo lange nimmt die daher entſtehende Kraft, welche den Körper nach der Direction AB fortſtöſſet, zu. Wenn aber dieſer Canal, wie in Fig. 15, ſeine Krümmung umſchwinget, und von M biß D gegen den Körper zu wendet, ſo nimt von M bis D der Winkel MSB immer ab, und hierdurch wird die Kraft wiederum vermindert; dergeſtalt, daß wenn der Canal in Dd mit Aa parallel läuft, und auch daſelbſt gleich weit iſt, die ganze Kraft zernich-

tet wird. Wenn nun der Canal eine ſolche Figur hat, ſo muß man denſelben nach ſeinen beyden Theilen AM und MD ins beſondere betrachten; wovon jener AM ſeine Krümmung von dem Körper BD abwerts, dieſer aber MD gegen den Körper zugekehret hat. Aus dem erſteren Theil AM entſtehet eine Kraft, welche den Körper nach der Direction AB fortſtößt, und durch $2ab\left(1-\frac{a}{z}\cos MSB\right)$ ausgedruckt wird. Aus dem andern Theil DM aber entſtehet eine Kraft, welche jener entgegen iſt, und von welcher der Körper nach der Direction BA zurück gezogen werden ſollte. Da nun kein Körper anders, als durch einen würklichen Druck in Bewegung geſetzt werden kann; ſo kann auch dieſe letztere Kraft nur in ſo ferne auf den Körper würken, als der Druck der flüßigen Materie von hinten ſtark genug iſt, den Körper vorwerts zu ſtoſſen. Da nun in Luft und Waſſer der Druck von fornen nicht nur dem Druck von hinten gleich, ſondern noch gemeiniglich gröſſer iſt; ſo ſieht man wohl, daß die aus dem Theil des Canals MD entſtehende Kraft auf den Körper gar keine oder zum wenigſten nur eine ſehr geringe Würkung haben könne. Und alſo wird die aus dem ganzen Canal AMD entſtehende Kraft, welche auf den Körper in der That würket, beynahe derjenigen gleich ſeyn, welche aus dem Theil

AM

AM entſpringt, und folglich durch $2ab$ $(1-\frac{a}{z}\cos MSB)$ ausgedruckt werden. Man ſiehet aber hieraus auch zugleich, daß wenn eine flüßige Materie alſo beſchaffen wäre, daß die aus dem Theil MD entſtehende und den Körper zurück ziehende Kraft, ihre völlige Würkung ausüben könnte, der Körper von dem Anſtoſſe einer ſolchen flüßigen Materie ganz und gar keine Gewalt ausſtehen, und folglich auch keinen Wiederſtand in derſelben antreffen würde. Dieſer Fall könnte Platz finden, wenn die flüßige Materie unendlich flüßig, und zugleich von einer unendlichen Kraft zuſammen gedruckt wäre. Vielleicht iſt die ſubtile Himmels-Materie, in welcher ſich die Planeten und Cometen bewegen, von einer ſolchen Eigenſchaft, und dahero dieſes die Urſache, daß man in dieſen Körpern keinen Abgang in ihrer Bewegung verſpühren kann. Daß aber dieſe Eigenſchaft in der Luft, dem Waſſer und andern bekannten flüßigen Materien, nicht ſtatt finde, bezeuget der ſehr beträchtliche Wiederſtand derſelben: und da dieſelben wegen ihrer gegen den Körper gewandten Krümmung MD denſelben an ſich zu ziehen nicht vermögend ſind, ſo übet die aus der wiederwärtigen Krümmung AM entſtehende Kraft ihre völlige Würkung aus, und eben daher entſpringt auch der groſſe Wiederſtand derſelben.

Um nun von der Gröſſe dieſes Wiederſtands gründlicher urtheilen zu können, ſo wollen wir einen Cylinder betrachten, auf welchen eine ſolche flüßige Materie mit einer gegebenen Geſchwindigkeit flieſſet. Es ſey dahero Fig. 16. O P α Q die Helfte dieſes Cylinders, und A O Q die Axe deſſelben; weil was von einer Helfte geſagt wird, zugleich auch von der andern gilt. Man ſtelle ſich dieſen Cylinder in einem Canal eingeſchloſſen vor, deſſen halbe Weite durch AH angedeutet wird, und durch dieſen Canal ſoll Luft oder Waſſer mit einer gegebenen Geſchwindigkeit gegen den Körper zuflieſſen. Man zertheile in Gedanken dieſe zuflieſſende Materie in unendlich viel kleine Strahlen AB, BC, CD, DE, &c. und erwege, was ein jeglicher deſſelben, für einen Weg um den Körper nehmen werde; ſo wird man leicht ſehen, daß ſich dieſelben ungefehr, wie die Figur anzeiget, krümmen müſſen. Ferner bemerke man in denſelben die Punkte *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, &c. wo ſich dieſelben wiederum gegen den Körper zu krümmen anfangen, und berechne die Kräfte nach der Direction AO, welche aus der Krümmung dieſer Strahlen, bis zu den Punkten *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, &c. entſpringen; ſo werden alle dieſe Kräfte zuſammen genommen, den Wiederſtand geben. Man ſiehet aber leicht, daß ſich der erſte Strahl AB *a b* bis auf einen rechten Winkel beugen müſſe, und

dahero wird der daraus entſtehende Wiederſtand ſeyn $=2ab$, wenn nehmlich a die Dicke des Strahls AB, und b die Höhe, woraus die Geſchwindigkeit deſſelben erzeuget wird, andeutet. Der folgende Strahl BCbc leidet ſchon keine ſo groſſe Beugung, und folglich entſteht daraus eine kleinere Kraft: und ſolchergeſtalt werden die aus den nachfolgenden Strahlen CD, DE, EF entſtehenden Kräfte immer kleiner, und zuletzt gar nicht mehr merklich. Woraus erhellet, daß der ſämtliche Wiederſtand weit kleiner ſeyn müſſe, als das Gewicht eines Cylinders flüßiger Materie, deſſen Weite mit dem Körper einerley, und deſſen Höhe der doppelten Höhe b, wodurch die Geſchwindigkeit ausgedruckt wird, gleich iſt.

Was hier von einem Cylinder, oder einem ſolchen Körper, deſſen forder Theil flach iſt, und gerade auf die flüßige Materie ſtößt, geſagt worden, läßt ſich leicht auch auf andere Figuren ziehen. Man ſieht aber alſobald, daß wenn der Forder-Theil des Körpers nicht flach, ſondern entweder erhaben, oder gar zugeſpitzt iſt, der Wiederſtand kleiner ſeyn müſſe, als in dem vorigen Fall. Denn da wird nicht einmahl der erſte Strahl AB bis auf einen rechten Winkel gebogen, und die Beugung der folgenden wird noch geringer, als vorher. Dahero wir in dieſem Stück dem Autori nicht beypflichten können, wenn er ſagt, daß in ſolchen zuſammen ge-

 druck-

drückten flüßigen Materien der Wiederſtand nicht von der Figur des Körpers, ſondern nur von der Dicke deſſelben, abhange. Um dieſer Urſache willen, iſt es ſehr wahrſcheinlich, daß der Wiederſtand, welchen Körper von verſchiedenen Figuren auch in zuſammen gedrückten flüßigen Materien leiden, nach eben der Regel, welche vorher iſt gegeben worden, beſtimmet werden könne: und daß der Unterſcheid nur darinne beſtehe, daß in dem gegenwärtigen Fall der Wiederſtand viel kleiner ſey, als in dem vorigen. Man hat auch Urſache zu vermuthen, daß der Wiederſtand einer Kugel in dieſem Fall nur halb ſo groß ſey, als eines gleich dicken Cylinders. Man iſt aber im Stande, die meiſten über den Wiederſtand ſowohl der Luft, als des Waſſers, angeſtellten Experimente zu erklären, wenn man annimmt, daß der Wiederſtand eines Cylinders, ſo ſich ſeiner Länge nach beweget, gleich ſey dem Gewicht eines gleich dicken und aus der flüßigen Materie beſtehenden Cylinders, deſſen Höhe gleich iſt derjenigen, wodurch die Geſchwindigkeit ausgedruckt wird.

IV. Anmerkung.

Dieſes muß aber nur von demjenigen Theil des Wiederſtands verſtanden werden, welcher aus dem würklichen Anſtoß des Körpers an die Theilchen der flüßigen

gen Materie entſpringt, und von welchem bis- her allein die Rede geweſen. Es kann aber, wie ſchon bemerket worden, dieſer Wieder- ſtand noch durch einen beſondern Zufall ver- mehret werden, wenn nehmlich der Körper von vorne ſtärker von der flüßigen Materie gedruckt wird, als von hinten. So lange aber der Druck rings um den Körper herum gleich groß iſt, wie bey allen nicht allzuſchnellen Be- wegungen geſchieht; ſo leidet der Körper keinen andern Wiederſtand, als welcher von dem würklichen Stoß des Körpers gegen die Theil- chen der flüßigen Materie entſtehet, und vor- her beſtimmt worden iſt. Wenn ſich aber der Körper zum Exempel in der Luft ſo geſchwind bewegt, daß dieſelbe nicht vermögend iſt zu fol- gen, und die von dem Körper verlaſſenen Plätze gleich wieder einzunehmen, ſo wird der Körper von hinten gantz und gar nicht gedruckt, und folglich der Druck von vorne dadurch nicht aufgehoben: dahero denn der vorige Wieder- ſtand noch mit dem Druck von vorne vermeh- ret werden muß. Es kömmt hier alſo darauf an, wie geſchwind die Luft einem Körper nach- folgen könne, oder mit was für einem Grad der Geſchwindigkeit die Luft in einen Luft-lee- ren Raum hineindringe. Dieſe Geſchwin- digkeit beruht auf der Elaſticität der Luft, wel- che wir oben durch das Gewicht einer Luft- Säule, deren Höhe = 29100 Rheinländi-

ſche Schuh, ausgedruckt haben: folglich dringt die Luft in einen Luft-leeren Raum mit einer Geſchwindigkeit, welche ein fallender Körper aus der Höhe von 29100 Schuhen erlangt, und alſo in einer Secunde 1348 Schuh beträgt. Wenn ſich dahero ein Cylinder ſeiner Länge nach mit einer Geſchwindigkeit von 1348 Schuhen in einer Secunde bewegt; ſo kann demſelben die Luft juſt nachfolgen, daß kein Raum hinter demſelben ledig gelaſſen wird. In dieſem Fall übet aber die Luft von hinten auf den Cylinder gar keinen Druck aus. Da nun derſelbe von vorne erſtlich den Wiederſtand, welcher dem Gewicht einer gleich dicken Luft-Säule, deren Höhe = 29100, als wodurch die Geſchwindigkeit deſſelben ausgedruckt wird, gleich iſt, und noch auſſer dem den Gegendruck der Atmosphære, welcher eben ſo groß iſt, zu überwinden hat; ſo iſt die ſämtliche Reſiſtenz zweymahl ſo groß, als der Wiederſtand allein, welcher aus dem Anſtoß dieſes Körpers an die Lufttheilchen entſtehet. Solte ſich aber der Cylinder mit einer noch gröſſern Geſchwindigkeit bewegen, ſo würde derſelbe von hinten nicht nur gleichfals keinen Druck empfinden, ſondern es würde ſo gar immer hinter demſelben ein Luftleerer Raum bleiben. Wenn man alſo die obige Höhe von 29100 Schuhen, wodurch die Geſchwindigkeit der nachfolgenden Luft

aus-

ausgedrückt wird, durch b, und die Höhe der würklichen Geſchwindigkeit des Cylinders durch v andeutet, dergeſtalt daß v gröſſer iſt, als b; ſo iſt der Wiederſtand dem Gewicht einer Luft-Säule gleich, deren Höhe $= v$, wie vorher angezeigt worden, der Gegendruck aber iſt einer Luft-Säule gleich, deren Höhe $= b$. Da nun dieſer Cylinder von hinten gar keinen Druck empfindet, ſo iſt der völlige Wiederſtand gleich einer Luft-Säule, deren Höhe $= h + v$: dahingegen, wenn dieſer Körper von forne und von hinten gleich ſtarck gedrückt würde, der Wiederſtand nur durch die Höhe v ausgedrückt werden würde. Dahero in dieſem Fall, wie der Autor angemerket, die Reſiſtenz weit gröſſer iſt, als nach den gemeinen Regeln geſunden wird. Wenn aber die Geſchwindigkeit des Cylinders kleiner iſt, als die Geſchwindigkeit, mit welcher die Luft nachzufolgen vermögend iſt, das iſt, wenn v kleiner als b, ſo wird derſelbe von hinten noch einen Druck empfinden, welcher um ſo viel gröſſer ſeyn wird, je kleiner die Höhe v iſt, als b. Um dieſen Druck zu finden, ſo kann man die Geſchwindigkeit betrachten, mit welcher die nachfolgende Luft den Körper einhohlet, und welche gleich iſt dem Unterſcheid zwiſchen der Geſchwindigkeit der Luft $\sqrt{b}$, und des Körpers $\sqrt{v}$. Es iſt alſo eben ſo viel, als wenn die Luft von hinten auf den Cörper mit einer Ge-

ſchwindigkeit $\sqrt{h} - \sqrt{v}$ ſtieſſe: und da die Höhe, aus welcher dieſe Geſchwindigkeit erzeuget wird, iſt $= h - 2\sqrt{hv} + v$, ſo ſcheinet auch der Druck von hinten dem Gewicht einer Luft-Säule gleich zu ſeyn, deren Höhe $= h - 2\sqrt{hv} + v$. Von forne wird aber dieſer Körper, wie vorher zurück getrieben, mit einer Kraft, welche dem Gewicht einer Luft-Säule, deren Höhe $= h + v$, gleich iſt. Wenn wir alſo hiervon die forttreibende Kraft, welche der Körper von hinten empfindet, abziehen, ſo bleibt für den Wiederſtand das Gewicht einer Luft-Säule übrig, deren Höhe $= 2\sqrt{bv}$. Wenn alſo dieſer Schluß richtig wäre, ſo würde der Wiederſtand nicht, wie wir vorher gefunden haben, den Quadraten der Geſchwindigkeit des Körpers, ſondern nur der Geſchwindigkeit $\sqrt{v}$ ſelbſt proportional ſeyn: ſo lange nehmlich der Körper mit einer geringeren Geſchwindigkeit fortgehet, als die Luft zu folgen vermögend iſt. Der Grund dieſes Schluſſes aber beruhet darauf, daß die Stärke des Drucks immer dem Quadrat der Geſchwindigkeit, womit die Theilchen der Luft auf den Körper ſtoſſen, proportional ſey, wenn man annimmt, daß ſich die Theilchen würklich mit der Geſchwindigkeit bewegen, welche ſie erlangen würden, wenn ſie in einen leeren Raum hineindringen. Denn da der

Druck

Druck der Luft auf einen Körper eben ſo ſtark iſt, als wenn dieſelbe mit einer ſo groſſen Geſchwindigkeit, als aus dem Druck entſtehen kann, auf den Körper ſtieſſe; ſo ſcheinet das obige Raiſonnement nicht ungegründet zu ſeyn. Zum wenigſten, da die Natur der flüßigen Materien noch nicht ſo vollkommen bekannt iſt, daß man darinne ohne Verſuche bloß allein aus der Theorie alle Umſtände beſtimmen könnte; ſo wird es nicht undienlich ſeyn, dieſen Begriff von der Würkung der Luft und anderer flüßigen Materien auf harte Körper weiter auszuführen, ungeachtet derſelbe, wie bald gezeigt werden ſoll, mit der Erfahrung unmöglich beſtehen kann. Auf dieſe Art wird aber auch der Druck von forne auf einen Cylinder, welcher ſich ſeiner Länge nach mit einer Geſchwindigkeit $= \sqrt{v}$ in der Luft bewegt, anders heraus komen, als vorher. Denn wenn wir ſetzen, daß ſich die Luft ſtatt des Drucks mit einer Geſchwindigkeit, ſo dem Druck gemäß iſt, nehmlich mit $\sqrt{b}$ gegen den Cylinder bewege; ſo iſt die relative Geſchwindigkeit, womit der Cylinder von forne auf die Theilchen der Luft ſtößt $= \sqrt{h} + \sqrt{v}$; und die Höhe, woraus dieſe Geſchwindigkeit erzeuget wird $= h + 2\sqrt{hv} + v$. Alſo wird der Druck von forne dem Gewicht einer Luft-Säule gleich ſeyn, deren Höhe

$= h$

$= h + 2\sqrt{hv} + v$. Wenn nun die Geſchwindigkeit des Cylinders gröſſer iſt, als die Geſchwindigkeit der nachfolgenden Luft, das iſt, wenn $v > b$; ſo leidet der Körper von hinten gar keinen Druck, und folglich wird der Wiederſtand dem Gewicht einer Luft-Säule gleich ſeyn, deren Höhe $= h + 2\sqrt{hv} + v$. Wenn aber die Geſchwindigkeit des Cylinders $\sqrt{v}$ kleiner iſt, als $\sqrt{b}$, ſo iſt der Druck von hinten, wie wir geſehen $= h - 2\sqrt{hv} + v$, welcher von dem vorigen Druck abgezogen den Wiederſtand giebt $= 4\sqrt{hv}$, alſo daß in dieſem Fall der Wiederſtand der Geſchwindigkeit des Körpers $\sqrt{v}$ ſelbſt proportional ſeyn würde. Man ſiehet auch hieraus, daß der Wiederſtand um ſo viel gröſſer ſeyn müſſe, je ſtärker die flüßige Materie zuſammen gedruckt iſt. Dahero wenn der Wiederſtand des Waſſers ſolchergeſtalt beſchaffen wäre, ſo würde der Wiederſtand eben deſſelben Cylinders, wenn derſelbe mit einerley Geſchwindigkeit in verſchiedenen Tiefen unter dem Waſſer bewegt würde, um ſo viel gröſſer ſeyn, je tiefer der Cylinder unter das Waſſer getauchet würde. Der Wiederſtand würde nehmlich nach den Quadrat-Wurzeln der Tiefe unter dem Waſſer zunehmen; dergeſtalt, daß in einer viermahl gröſſern Tiefe der Wiederſtand zweymahl ſo groß ſeyn müßte. Alſo würde ein

Fiſch

Fiſch, welcher 40 Schuh tief unter dem Waſſer ſchwimmet, eine zweymahl gröſſere Reſiſtenz antreffen, als wenn ſich eben derſelbe nur 10 Schuh tief mit eben derſelben Geſchwindigkeit unter dem Waſſer bewegte: wofern nur ſeine Geſchwindigkeit kleiner wäre, als diejenige, welche ein fallender Körper aus der Höhe von 10 Schuhen erlangt. Es wäre dahero zu wünſchen, daß man ſich die Mühe gäbe, dergleichen Experimente über den Wiederſtand der Körper in verſchiedenen Tiefen unter dem Waſſer anzuſtellen.

Dieſe Art des Wiederſtands verändert ſich auch nach ganz andern Geſetzen, wenn die Figur des Körpers nicht Cylindriſch iſt: und hierbey kömmt es nicht allein auf den Vordertheil des Körpers, welcher eigentlich nur auf die Theilchen der flüßigen Materie ſtößt, an, ſondern die Figur des Hintertheils muß dabey auch inſonderheit in Betrachtung gezogen werden. Wir wollen alſo, um die Beſchaffenheit dieſes Wiederſtands genauer zu unterſuchen, einen runden Körper betrachten, welcher durch die Herumdrehung der krummen Linie AMSB um die Axe AB (Fig. 17) entſtehet, und welcher ſich nach der Direction der Axe AB, in der Luft, oder einer andern zuſammen gedrückten flüßigen Materie, bewegen ſoll. Es ſey alſo $\sqrt{b}$ die Geſchwindigkeit, mit welcher dieſer Körper anjetzo nach der Direction AE fortgehet,

gehet, und $\sqrt{b}$ ſey die Geſchwindigkeit, mit welcher die flůßige Materie in einen leeren Raum hineindringen wůrde, und welche wir nach dieſem Begriff von dem Wiederſtande an ſtatt des wůrklichen Drucks betrachten. Weil nun dieſer Druck auf den Kórper allenthalben perpendicular iſt, ſo ziehe man auf das Element Mm die perpendicular Linie mN, ſo wird daſſelbe nach dieſer Direction eben ſo gedruckt werden, als wenn die Luft auf daſſelbe gerade mit einer Geſchwindigkeit $= \sqrt{h}$ ſtieſſe. Da aber ferner der Kórper nach der Direction mF mit der Geſchwindigkeit $= \sqrt{b}$ fortzugehen geſetzt wird, und der Druck davon gleichfals auf Mm perpendicular iſt; ſo muß dieſelbe Geſchwindigkeit nach dieſer Perpendicular Direction aufgelóſet werden, da denn fůr dieſelbe heraus kommt $\frac{mn}{Mm}\sqrt{b}$. Wenn man nehmlich aus M und m auf die Axe AB die perpendicular Linien MP, mp, und Mn der Axe parallel zieht. Es ſey nun $AP = x$, $PM = y$; ſo wird $Pp = Mn = dx$; $mn = dy$ und $Mm = \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$. Man ſetze $dy = p\,dx$ ſo wird $Mm = dx\sqrt{(1 + pp)}$, und $\frac{mn}{Mm}\sqrt{b} = \frac{p\sqrt{b}}{\sqrt{(1+pp)}}$. Daher o leidet

das

das Element Mm theils von dem Druck, theils von dem Stoß eben die Kraft, als wenn die Luft nach der Direction mN mit einer Geſchwindigkeit $= \sqrt{h} + \frac{p\sqrt{b}}{\sqrt{(1+pp)}}$ auf daſſelbe ſtieſſe: und folglich als wenn auf daſſelbe eine Luft-Säule, deren Höhe $= h + \frac{2p\sqrt{bh}}{\sqrt{(1+pp)}} + \frac{bpp}{1+pp}$ druckte. Weil aber die Direction dieſer Kraft nach mN gehet, ſo muß daraus derjenige Theil genommen werden, welcher mit der Bewegung des Körpers einerley Direction hat, und dieſer wird $= \frac{p}{\sqrt{(1+pp)}}\left(h + \frac{2p\sqrt{bh}}{\sqrt{(1+pp)}} + \frac{bpp}{1+pp}\right)$. Da nun der ganze Ring, welcher aus dem Element M$m = dx\sqrt{(1+pp)}$ durch die Herumdrehung um die Axe AB entſtehet, eben dieſe Gewalt leidet, die Oberfläche dieſes Rings aber iſt $= 2\pi y\,dx\sqrt{(1+pp)}$, wenn man $1:\pi$ für die Verhältniß des Diameters zur Peripherie annimmt; ſo wird die aus dem Ring entſtehende Kraft, wodurch die Bewegung des Körpers vermindert wird, ſeyn $= 2\pi yp\,dx\left(h + \frac{2p\sqrt{bh}}{\sqrt{(1+pp)}} + \frac{bpp}{1+pp}\right)$. Und hiervon das Integrale genommen, wird die

die Gröſſe des Wiederſtands, welcher aus dem Stück AM um die Axe gedreht, entſpringet, anzeigen. Um alſo den ganzen Wiederſtand zu finden, ſo muß man daſſelbe Integrale auf den ganzen Körper ausdehnen, wofern nehmlich die Luft auf den ganzen Körper würket, welches geſchieht, wenn die Geſchwindigkeit des Körpers $\sqrt{b}$ kleiner iſt, als $\sqrt{b}$. Es iſt aber hierbey zu merken, daß der Werth des gedachten Integralis, von A an weiter zu gehen, ſo lange zunehme, als die Applicatæ y wachſen, welches bis in D geſchiehet. Wenn man aber von D weiter gegen B fortgehet, weil alsdenn der Buchſtabe $p = \frac{dy}{dx}$ negativ wird; ſo wird die vorige Kraft des Wiederſtands dadurch vermindert, indem in dieſen Gegenden der Körper von dem Druck der Luft vorwerts geſtoſſen wird. In dieſem Fall bekömmt alſo auch in der Expreſſion $h + \frac{2p\sqrt{bh}}{\sqrt{(1+pp)}} + \frac{bpp}{1+pp}$, das andere Glied $\frac{2p\sqrt{bh}}{\sqrt{(1+pp)}}$, das Zeichen $-$. Wenn dahero $b < b$; ſo bekömmt man den ganzen Wiederſtand, wenn man das obige Integrale $2\pi \int ypdx \left(h + \frac{2p\sqrt{bh}}{\sqrt{(1+pp)}} + \frac{bpp}{1+pp}\right)$, auf die ganze

krumme

krumme Linie ADB ausdehnet. Wenn aber die Geſchwindigkeit des Körpers $\surd b$ gröſſer iſt, als $\surd b$, und folglich die Luft von hinten nicht gänzlich nachfolgen kann; ſo findet ſich von hinten ein Theil BS, auf welchen die Luft gar nicht drucket. Um dieſen Theil zu finden, ſo darf man nur das Punkt S ſuchen, wo der Druck der Luft gänzlich aufhöret, welches geſchiehet,

wenn $\surd h + \frac{p\surd b}{\surd(1+pp)} = o$, das iſt, wenn

man in S die perpendicular Linie ST auf die krumme Linie ziehet; weil alsdenn iſt $\frac{RT}{ST} = \frac{-p}{\surd(1+pp)}$, ſo muß das Punkt S gefunden werden, wo $\surd h = \frac{RT}{ST}\surd b$. oder wo $\frac{\surd h}{\surd b} = \frac{RT}{ST}$.

Hat man nun dieſes Punkt S gefunden, ſo muß das obige Integrale nicht weiter, als bis dahin genommen werden. Hieraus erhellet, daß wenn die krumme Linie bey B dergeſtalt zugeſpitzt iſt,

daß bis in B der Bruch $\frac{RT}{ST}$ beſtändig gröſſer

iſt, als $\frac{\surd b}{\surd b}$, alsdenn das Integrale auch

durch die ganze krumme Linie genommen werden müſſe. Weil nun der Wiederſtand durch

Hh den

den Druck, ſo von hinten geſchieht, vermindert wird; ſo ſieht man leicht, daß je mehr der Körper von hinten zugeſpitzt iſt, der Wiederſtand um ſo viel kleiner werde, wenn nehmlich $\sqrt{b} > \sqrt{h}$. Verſchiedene Autores wollen dieſen Umſtand würklich durch die Erfahrung wahrgenommen haben, und behaupten, daß der Wiederſtand eines Schiffs nicht allein auf der Figur des Vordertheils beruhe, ſondern daß die Figur des Hintertheils, wenn daſſelbe wohl zugeſpitzt wird, ſehr viel zur Verminderung der Reſiſtenz beytrage. Ob nun gleich hierüber keine Experimente mit allem Fleiß angeſtellet worden; ſo würde doch dieſe neue Lehre von dem Wiederſtande der flüßigen Materien dadurch nicht wenig bekräftiget werden, wenn dieſer Umſtand nur einiger maſſen richtig wäre. Wir wollen inzwiſchen nach der obigen Regel den Wiederſtand, welchen eine Kugel in der Luft antrift, ausrechnen. Es ſey alſo der Diameter der Kugel AB $= 2a$, ſo wird $yy = 2ax - xx$; und $Mm = \frac{a\,dy}{\sqrt{(aa-yy)}}$. Weil nun $p\,dx = dy$; ſo iſt $\frac{p}{\sqrt{(1+pp)}} = \frac{\sqrt{(aa-yy)}}{a}$; und die Integral-Formul wird $2\pi \int y\,dy \left(h + \frac{2\sqrt{bh(aa-yy)}}{a} + \frac{b(aa-yy)}{aa}\right)$, wovon

wovon das Integrale gefunden wird:

$$\pi h y y - \frac{4\pi\,(aa-yy)\,\sqrt{bh\,(aa-yy)}}{3\,a}$$

$$+ \frac{4\pi a^2 \sqrt{bh}}{3} + \pi b y y - \frac{\pi b y^4}{2aa}.$$

Wenn nun $b < b$, ſo muß man dieſes Integrale biß auf B ausdehnen, und folglich ſetzen $y = o$, wobey zu merken, daß wenn die Abſciſſa x gröſſer, als der Radius a genommen wird, die Expreſſion $\sqrt{(aa-yy)}$ das Zeichen — bekomme. Derohalben wenn man das Zeichen des andern Glieds umkehrt, und $y = o$ ſetzt, ſo kömmt der Wiederſtand $= \frac{8}{3}\pi a a \sqrt{bh}$. Es iſt aber $\pi a a$ die Fläche eines groſſen Zirkels dieſer Kugel. Wenn man alſo dieſe Fläche durch cc andeutet, ſo wird der Wiederſtand $= \frac{8}{3} cc \sqrt{bh}$. Wir haben aber oben geſehen, daß wenn ſich ein Cylinder deſſen Dicke $= cc$ mit einer gleichen Geſchwindigkeit in der Luft beweget, ſein Wiederſtand ſeyn würde $= 4 cc \sqrt{bh}$; dahero ſich der Wiederſtand einer Kugel zum Wiederſtand eines gleich dicken Cylinders verhalten wird, wie 2. zu 3. Dieſes iſt aber nur wahr, wenn $b < h$; wenn aber $b > b$, ſo muß das Integrale nicht bis zum Punkt B, ſondern nur bis S genommen

werden, wo $\sqrt{h} = \frac{-p\sqrt{b}}{\sqrt{(1+pp)}}$ oder $\frac{\sqrt{h}}{\sqrt{b}} = \frac{-\sqrt{(aa-yy)}}{a}$.

Da aber dieſes Punkt S hinter D fällt, ſo wird $\sqrt{(aa-yy)}$ negativ, und das Integrale wird alſo ausgedrückt:

$$\pi h yy + \frac{4\pi(aa-yy)\sqrt{bh}(aa-yy)}{3a}$$

$$+ \frac{4}{3}\pi aa\sqrt{bh} + \pi byy - \frac{\pi by^4}{2aa}.$$

Alhier ſetze man alſo $\sqrt{(aa-yy)} = \frac{a\sqrt{h}}{\sqrt{b}}$, und $aa-yy = \frac{aah}{b}$, folglich $yy = \frac{aa(b-h)}{b}$ und $y^4 = \frac{a^4(b-h)^2}{bb}$. ſo kommt der verlangte Wiederſtand heraus =

$$\pi aa\left(\frac{1}{2}b + \frac{4}{3}\sqrt{bh} + h - \frac{hh}{6b}\right)$$

oder

$$= \frac{8}{3}\pi aa\sqrt{bh} + \frac{\pi aa}{6b}(\sqrt{b}-\sqrt{h})^3(3\sqrt{b}+\sqrt{h})$$

Woraus erhellet, daß wenn $\sqrt{b} = \sqrt{h}$, der Wiederſtand wie in dem vorigen Fall gefunden werde $= \frac{8}{3}\pi aa\sqrt{bh}$.

Es

Es ſey, um noch ein Exempel anzuführen, der runde Körper, welcher ſich nach der Direction ſeiner Axe BAE mit der Geſchwindigkeit $\surd b$ in der Luſt beweget, (Fig. 18.) aus zween Kugeln zuſammen geſetzt, dergleichen Figur entſteht, wenn das Triangulum ADB um die Axe AB herum gedrehet wird. Man nenne die Höhe DC $= a$; die Seiten AD $= m$ und BD $= n$, ſo wird für den Vordertheil ACD ſeyn $\frac{p}{\surd(1+pp)} = \frac{a}{m}$: und der Wiederſtand des Vordertheils

$$= 2\pi \int y\, dy \left(h + \frac{2a\surd bh}{m} + \frac{aab}{mm}\right)$$

$$= \pi aa \left(h + \frac{2a\surd bh}{m} + \frac{aab}{mm}\right).$$

Der Druck der Luft aber auf den Hintertheil, wenn $\surd b > \frac{a\surd b}{n}$ wird den Körper vorwerts ſtoſſen, mit einer Kraft $= \pi aa \left(h - \frac{2a\surd bh}{n} + \frac{aab}{nn}\right)$. Dieſe Kraft von der vorigen abgezogen, läßt den würklichen Wiederſtand dieſes Körpers über, welcher ſeyn wird $= \pi aa$

$$\left(\frac{2a(m+n)\surd bh}{mn} + \frac{aab(nn-mm)}{mmnn}\right) =$$

$$\frac{\pi a^3 (m+n)}{mn}\left(2\sqrt{bh}+\frac{ab(n-m)}{mn}\right).$$

Wenn aber $\sqrt{h} < \frac{a\sqrt{b}}{n}$; ſo empfindet der Hintertheil gar keinen Druck, und iſt alſo der Wiederſtand $= \pi aa\left(h + \frac{2a\sqrt{bh}}{m} + \frac{aab}{mm}\right)$

Wenn $\sqrt{h} > \frac{a\sqrt{b}}{n}$, ſo iſt die Reſiſtenz um ſo viel kleiner, je långer das Hintertheil iſt, und wenn daſſelbe unendlich lang wird, ſo wird die Reſiſtenz $= \pi aa\left(\frac{2a\sqrt{bh}}{m} + \frac{aab}{mm}\right)$.

Wenn aber eben dieſer Kőrper umgekehrt wűrde, und ſich mit dem Theil DBC in der Luft mit eben der Geſchwindigkeit bewegte; ſo wűrde der Wiederſtand deſſelben ſeyn $=$

$$\frac{\pi a^3 (m+n)}{mn}\left(2\sqrt{bh}+\frac{ab(m-n)}{mn}\right),$$

nehmlich $\sqrt{h} > \frac{a\sqrt{b}}{m}$. Woraus erhellet, daß wenn die beyden Kegel ungleich ſpitzig, der Wiederſtand des Kőrpers am kleinſten ſeyn werde, wenn der ſpitzigere Theil voraus geht. Es kőnten aus dieſem Begrif von dem Wiederſtand der flűßigen Materien noch viele andere ſchőne Folgen

Folgen hergeleitet werden, welche wir aber billig übergehen, da es noch ſehr ungewiß iſt, ob dieſelbe mit der Erfahrung auch nur einiger maſſen überein kömmt oder nicht. Inzwiſchen wird auch hierdurch der Satz des Verfaſſers beſtätiget, daß wenn ſich eine Kugel mit einer gröſſern Geſchwindigkeit, als die Luft zu folgen vermögend iſt, beweget, der Wiederſtand weit gröſſer werde, als man ſonſten glaubt. Denn, wenn $\sqrt{b} > \sqrt{b}$, ſo muß zu dem Wiederſtand $\frac{8}{3}\pi aa \sqrt{bh}$, welcher heraus kommt, wenn $\sqrt{b}$ nicht gröſſer iſt, als $\sqrt{b}$, noch dieſe Quantität

$$\frac{\pi aa}{6b}(\sqrt{b}-\sqrt{h})^3(3\sqrt{b}+\sqrt{h})$$

hinzugethan werden.

Es mag aber für die Luft dieſe oder eine andere Erklärung des Wiederſtands gelten, ſo kommt doch dabey noch ein anderer Umſtand zu betrachten vor, wodurch der Wiederſtand noch mehr vergröſſert wird. Dieſer beruhet darauf, daß ſich die Luft ſo wohl in einen kleinern Raum einſchränken, als in einen gröſſern ausdehnen läßt. Dadurch geſchieht, daß wenn ſich ein Körper in der Luft ſehr ſchnell beweget, die Luft vor demſelben mehr zuſammen gedruckt, und folglich dichter, hinter demſelben aber weniger zuſammen gedruckt, und folglich dünner wird. Wegen des erſteren Umſtands wird alſo die wiederſtehende Kraft von forne ſtärker, wegen

 des

des andern aber die forttreibende Kraft von hinten ſchwächer; dahero der Wiederſtand der Luft auch aus dieſem Grunde bey ſchnellen Bewegungen weit gröſſer wird, als bey langſamen.

II. Satz.

Wie man den Wiederſtand der Luft, welchen ein darinn bewegter Körper leidet, durch Verſuche beſtimmen ſoll?

Vermittelſt der Maſchine, welche oben in dem 8ten Satz beſchrieben worden, bin ich immer im Stande, die Geſchwindigkeit einer Kugel in einem jeglichen Punckt des Weges, durch welchen ſich dieſelbe beweget, zu beſtimmen. Die ganze Sache komt nur auf die Richtung des Laufs an, welche ſo beſchaffen ſeyn muß, daß die Kugel an dem gegebenen Ort ihres Weges auf das Pendulum ſtoſſe. Ich nahm alſo einen Mußketen-Lauf, welcher eine bleyerne Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter ſchoß, und ladete denſelben ungefehr mit dem halben Gewicht Pulver; wobey ich die Vorſichtigkeit gebrauchte, daß ich das Pulver immer auf das genaueſte abwog, und in allen Stücken alſo verfuhr,

fuhr, daß ich durch ſehr viel vorher angeſtellte Proben verſichert ſeyn konnte, daß die Geſchwindigkeit der Kugel in allen Schüſſen biß auf 20 Schuh in einer Secunde einerley war. Hierauf ſchoß ich dieſen Lauf zu dreyen verſchiedenen mahlen gegen das Pendulum loß, welches das erſte mahl 25 Schuh, das andere mahl 75 Schuh, und das dritte mahl 125 Schuh weit von der Mündung des Laufs entfernet worden: und befand, daß die Kugel in dem erſten Fall mit einer Geſchwindigkeit von 1670 Schuhen in einer Secunde auf das Pendulum geſtoſſen; in dem zweyten Fall mit einer Geſchwindigkeit von 1550 Schuhen, und in dem dritten mit einer Geſchwindigkeit von 1425 Schuhen in einer Secunde. Alſo hatte dieſe Kugel, indem dieſelbe 50 Schuh weiter in einer Secunde fortgegangen, an ihrer Geſchwindigkeit ungefehr 120 biß 125 Schuh in einer Secunde verlohren; und die Zeit, in welcher dieſelbe durch dieſen Raum von 50 Schuhen gefahren, war ungefehr $\frac{1}{32}$ oder $\frac{1}{30}$ einer Secunde. Woraus folget, daß die mittlere Gröſſe des Wiederſtands der Luft in dieſen Verſuchen ungefehr 120 mahl gröſſer geweſen, als das Gewicht der Kugel; und es hat alſo der Wiederſtand, da die Kugel bey nahe $\frac{1}{12}$ ℔ gewogen, ungefehr 10 ℔ Avoir dupoiſe betragen. Wenn wir nun hierüber die

Rechnung nach des Hrn. Newtons Methode für zuſammengepreßte flüßige Materien, welche in der 38ten Propoſ. des 2ten Buchs ausgeführet iſt, anſtellen, und dabey annehmen, daß die Luft 850 mahl leichter iſt, als Waſſer; ſo werden wir finden, daß der Wiederſtand einer Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter, welche ſich mit einer Geſchwindigkeit von ungefehr 1600 Schuhen in einer Secunde bewegt, nicht mehr als 4 $\frac{1}{8}$ ℔ Avoirdupoiſe austrage. Da wir nun wiſſen, daß dieſe Regeln, welche in der angeführten Propoſition des Hrn. Newtons enthalten, bey langſamen Bewegungen ſehr genau eintreffen; ſo können wir hieraus ſicher ſchließen, daß die wiederſtehende Kraft der Luft in langſamen Bewegungen kleiner ſey, als in geſchwinden, und dieſes in der Verhältniß von 4$\frac{1}{8}$ zu 10, welche Verhältniß zwiſchen dieſen 1 zu 2 und 1 zu 3 enthalten iſt.

Ich habe ferner den vorigen Lauf wiederum mit gleichen Ladungen von Pulver, und gleich ſchwehren Kugeln, zu verſchiedenen mahlen geladen, und alle mögliche Sorgfalt angewandt, daß alle Schüſſe mit gleicher Geſchwindigkeit geſchehen. Auf dieſe Art habe ich dreymahl gegen das Pendulum, welches 25 Schuh von der Mündung des Laufs entfernet war, geſchoſſen, und befunden, daß die mittlere Geſchwindigkeit der Kugel ungefehr 1690 Schuh in einer Secunde betragen. Hernach habe ich den

den Lauf 175 Schuh weit von dem Pendulo geſetzt, und nachdem ich verſchiedene mahl geſchoſſen, befunden, daß die mittlere Geſchwindigkeit von 5 Schüſſen, mit welcher die Kugel auf das Pendulum in dieſer Entfernung geſtoſſen, in einer Secunde 1300 Schuh betragen. Indem alſo dieſe Kugel durch einen Raum von 150 Schuhen fortgegangen, ſo hatte dieſelbe ungefehr 390 Schuh in einer Secunde von ihrer Geſchwindigkeit verlohren. In dieſen Verſuchen war alſo der Wiederſtand etwas gröſſer, als in den vorigen, und betrug hier zwiſchen 10 und 12 Pfund Avoirdupoiſe. Nach dieſen Verſuchen kommt alſo die Verhältniß der wiederſtehenden Kraft der Luft für ſehr ſchnelle Bewegungen zu ſehr langſamen der Verhältniß 3 zu 1 näher, als in den vorigen.

Nachdem ich alſo auf dieſe Art den Wiederſtand der Luft auf eine Geſchwindigkeit beynahe von 1700 Schuhen in 1″ erkannt hatte, welche groß genug iſt, um hinter der Kugel einen Luft-leeren Raum zu laſſen; ſo habe ich auch den Wiederſtand für kleinere Grade der Geſchwindigkeit unterſuchet. Zu dieſem Ende habe ich den vorigen Lauf zwar mit eben ſo groſſen Kugeln als vorher, aber mit weniger Pulver geladen, und nachdem ich das Pendulum 25 Schuh weit von dem Lauf geſetzet, habe ich fünfmahl nach einander mit einerley Ladung

dung gegen daſſelbe geſchoſſen, und die mittlere Geſchwindigkeit der Kugel, mit welcher dieſelbe auf das Pendulum gefahren, von 1180 Schuhen in 1″ befunden. Alsdenn habe ich das Pendulum auf eine Weite von 250 Schuhen von dem Lauf entfernet, und wiederum zu 5 mahlen nacheinander dagegen geſchoſſen, ſo war, nachdem ich dazwiſchen ein Mittel genommen, die Geſchwindigkeit der Kugel noch 950 Schuh in einer Secunde. Indem alſo die Kugel in der Luft durch einen Weg von 225 fortgegangen, ſo hat dieſelbe 230 Schuh in 1″ an ihrer Geſchwindigkeit verlohren. Da nun dieſelbe dieſen Weg in ungefehr $\frac{3}{14}$ einer Secunde zurück gelegt, ſo mußte der Wiederſtand der Luft auf einen mittlern Grad der Geſchwindigkeit bey nahe $33\frac{1}{2}$ mahl gröſſer geweſen ſeyn, als das Gewicht der Kugel, und folglich 2 ℔ 10 Untzen Avoirdupoiſe betragen haben. Nun aber kommt nach den Regeln des Wiederſtands für langſame Bewegungen, für dieſen Fall nur $\frac{7}{11}$ des gefundenen Gewichts heraus: dahero die wiederſtehende Kraft der Luft auf eine Geſchwindigkeit von 1065 Schuhen in einer Secunde nicht mehr, als nach der Verhältniß wie 7 zu 11 vermehret wird, da wir doch bey den vorigen Verſuchen geſehen, daß für einen höhern Grad der Geſchwindigkeit dieſe Vermehrung der Verhältniß von 1 zu 3 ſehr nahe gekommen.

Ferner

Ferner habe ich drey Schüſſe von der vorgemeldeten Gröſſe und Gewicht über ein ſtillſtehendes Waſſer dergeſtalt gethan, daß man den Ort, wo die Kugel das Waſſer zu berühren anfieng, deutlich bemerken, und ſo wohl die Zeit, als den Weg, welchen die Kugel von dem Lauf an bis in das Waſſer durchgelauffen, genau beſtimmen könnte. Ein jeder Schuß geſchahe mit einer Geſchwindigkeit von 400 Schuhen in einer Secunde, und ich war durch viele Verſuche von eben dieſer Ladung verſichert, daß ich mich auf dieſe Geſchwindigkeit bey 10 Schuhen in einer Secunde verlaſſen konnte. Der erſte Schuß reichte 313 Yards, ehe die Kugel das Waſſer berührte, und ſolches geſchahe in $4\frac{1}{4}$ Secunde: alſo daß die Kugel 313 Yards in $4\frac{1}{4}$ Secunde durchgelaufen. Die zweyte gieng 319 Yards in 4 Secunden, und die dritte 373 Yards in $5\frac{1}{2}''$. Nach der für langſame Bewegungen feſt geſetzten Lehre des Wiederſtands hätte der erſte Schuß nur in $3''$, 2, der zweyte in $3''$, 28 und der dritte in $4''$ geſchehen müſſen. Woraus erhellet, daß in einem jeglichen dieſer Schüſſe die Bewegung merklich mehr durch den Wiederſtand der Luft iſt gehemmet worden, als ſolches nach der Theorie hätte geſchehen ſollen. Folglich iſt auch noch bey ſolchen ziemlich langſamen Bewegungen, als von 400 Schuhen in $1''$ die wiederſtehende Kraft

der

der Luft um ein merkliches gröſſer, als bey langſamen Bewegungen.

Aus allem dieſen nun, was hier angeführet worden, erhellet alſo, daß die Lehre von dem Wiederſtand der Luft, ſo wie derſelbe von dem Hrn. Newton für langſame Bewegungen feſt geſetzet, und durch mancherley Verſuche beſtätiget worden, ganz und gar von der Wahrheit abweicht, wenn man dieſelbe auf ſehr ſchnelle Bewegungen, dergleichen eine Mußketen-Kugel hat, ziehen will; dergeſtalt daß in dieſem Fall die wiederſtehende Kraft der Luft bey nahe dreymahl gröſſer wird, als dieſelbe nach der gedachten Lehre ſeyn ſollte. Gleichwohl aber nimmt dieſe Vermehrung der wiederſtehenden Kraft der Luft um ſo vielmehr ab, je kleiner die Geſchwindigkeit der Kugel wird, biß endlich, wenn dieſe Geſchwindigkeit ſchon klein genug worden, die Größe des Wiederſtands mit der Theorie völlig überein kommt. Dahero wächßt der Wiederſtand nicht nach den Quadraten der Geſchwindigkeit, wie man gemeiniglich anzunehmen pflegt, ſondern derſelbe weichet von dieſer Verhältniß um ſo vielmehr ab, je gröſſer die Geſchwindigkeit der Kugel, nebſt der Zuſammendrückung der Luft vor derſelben wird. Wir dürfen alſo in Erwegung dieſer Umſtände feſt behaupten, daß, da man ſich bißher von dem Wiederſtand der Luft ſolche unvollkommene und

irrige

irrige Begriffe gemachet, der Weg, welchen eine Kugel durch die Luft beſchreibet, auch keinesweges mit Gewißheit hat beſtimmet werden können, und daß folglich die Kunſt der Artillerie in dieſem Stück bißher noch ſehr unvollkommen geblieben iſt. Inzwiſchen iſt es nicht genug, daß wir hier dieſe Vermehrung des Wiederſtands der Luft in ſehr ſchnellen Bewegungen, welche alles dasjenige, was man bisher davon gemuthmaßet, weit überſteiget, dargethan, und außer Zweifel geſetzet haben: ſondern wenn wir in den Stand geſetzt werden ſollen, die Bewegung der geſchoſſenen Körper in der Luft zu beſtimmen, ſo iſt nöthig, daß wir noch über dieſes die wahre Verhältniß, nach welcher der Wiederſtand für einen jeglichen Grad der Geſchwindigkeit beſtimmet wird, ergründen. Dieſes wird uns alſo die Materie zum folgenden Satz geben.

I. Anmerkung.

Der Verfaſſer liefert uns hier einige ſehr merkwürdige Verſuche, wodurch der würkliche Wiederſtand der Luft für ſchnelle Bewegungen erkannt werden kann. Ob man nun gleich wegen der oben angeführten Urſachen die Geſchwindigkeit der Kugel, welche der Autor heraus gebracht, einiger maßen in Zweifel ziehen konnte, indem derſelbe nicht auf alle nöthige Umſtände geſehen zu haben ſcheint,

und noch über dieſes ſeine Rechnung nach einer unrichtigen Regel angeſtellet; ſo ſind wir doch genöthiget, dieſelben, weil der Fehler nicht ſonderlich groß ſeyn kann, um ſo vielmehr als richtig anzunehmen, da aus Ermangelung einer vollſtändigen Beſchreibung dieſer Verſuche mit dem Pendulo nicht möglich iſt, den etwa im rechnen begangenen Fehler zu verbeſſern. Um nun vor allen Dingen zu ſehen, wie viel die gemeine Lehre von dem Wiederſtand der Luft in dieſen von dem Verfaſſer angeſtellten Verſuchen von der Wahrheit abweiche, ſo wollen wir nach derſelben berechnen, wie viel die Kugel, welche mit einer gegebenen Geſchwindigkeit ſich zu bewegen anfängt, indem dieſelbe durch einen gegebenen Weg fortgehet, von ihrer Geſchwindigkeit verlieren müſſe. Ob aber gleich dieſer Weg, welchen die Kugel beſchrieben, in der That eine Krümmung gehabt, ſo war doch dieſelbe ſehr geringe, und man ſiehet leicht, daß man dieſelbe bey der gegenwärtigen Unterſuchung gänzlich aus der Acht laßen könne. (Fig. 19.) Wir wollen alſo ſetzen, es bewege ſich eine Kugel in der Luft nach der geraden Linie AB; und die Schwehre derſelben verhalte ſich zu der Schwehre der Luft, wie n zu 1. Wenn man nun annimmt, daß das Waſſer 850 mahl ſchwehrer ſey, als die Luft, ſo bekömmt der Buchſtabe n nach den verſchiedenen Materien,

rien, woraus die Kugel beſtehen kann, nachfolgende Werthe.

Materie der Kugel.	Schwehrer als Regen-Waſſer.	Der Werth des Buchſt. n
Gold fein	19, 080	16218
Silber fein	10, 480	8908
Bley	11, 350	9647
Kupfer	8, 840	7514
Eiſen	7, 820	6647
Meßing	8, 412	7150
Helfenbein	1, 826	1552
Marmel	2, 710	2303

Es ſey nun c der Diameter der Kugel, ſo wird die Kugel ſo viel wägen, als ein gleich dicker Cylinder Luft, deſſen Höhe $= \frac{2}{3} n c$. Die Geſchwindigkeit der Kugel in A ſey ferner $= \sqrt{b}$, oder b ſoll die Höhe bedeuten, aus welcher ein fallender Körper mit der Kugel einerley Geſchwindigkeit erhält; und nachdem die Kugel durch den Weg AM $= x$ fortgelaufen, ſo ſoll $\sqrt{v}$ die Geſchwindigkeit derſelben in M anzeigen. Wenn nun die Kugel einen eben ſo groſſen Wiederſtand litte, als ein gleich dicker Cylinder, ſo würde der Wiederſtand dem Gewicht einer Luft-Säule gleich ſeyn, deren Höhe $= v$: da aber der Wiederſtand einer Kugel nur halb ſo groß ſeyn ſoll nach der gewöhnlichen Lehre, ſo wird derſelbe durch

das Gewicht einer gleich dicken Luft-Säule ausgedruckt werden, deren Höhe $=\frac{1}{2}v$; folglich wird ſich der Wiederſtand zur Schwehre der Kugel verhalten, wie $\frac{1}{2}v$ zu $\frac{2}{3}nc$, oder wie $\frac{3v}{4nc}$ zu 1. Indem alſo die Kugel durch den unendlich kleinen Raum $Mm = dx$ fortrücket, ſo wird man dieſe Æquation bekommen:

$$dv = \frac{-3vdx}{4nc}.$$

oder wenn man integrirt dieſe $\frac{3x}{4nc} = l\frac{b}{v}$:

wo $l\frac{b}{v}$ den hyperboliſchen Logarithmum von $\frac{b}{v}$ andeutet. Oder es iſt $\frac{3x}{4nc} = 2l\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{v}}$; wenn aber e für die Zahl geſetzt wird, deren hyperboliſcher Logarithmus $=1$, ſo hat man

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{v}} = e^{3x:8nc} \quad \text{oder} \quad \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{b}} = e^{-3x:8nc}.$$

Weil nun in den gegenwärtigen Exempeln $\frac{3x}{8nc}$ ein ziemlich kleiner Bruch iſt, ſo wird beynahe ſeyn:

$$\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{b}} = 1 - \frac{3x}{8nc} + \frac{9xx}{128nncc} -$$

folglich $$\frac{\sqrt{b}-\sqrt{v}}{\sqrt{b}} = \frac{3x}{8nc} - \frac{9xx}{128nncc}.$$

Aus dieſen Formuln wollen wir alſo erſtlich die erſten Exempel des Autoris berechnen. Die Kugel war von Bley, und alſo $n = 9647$. Ferner war der Diameter der Kugel $c = \frac{3}{4}$ Zoll, und die Geſchwindigkeit derſelben in A betrug 1670 Schuh in einer Secunde, welche Zahl wir hier für $\sqrt{b}$ annehmen können, da es nur auf die Verhältniß zwiſchen $\sqrt{b}$ und $\sqrt{v}$ ankommt. Ferner lief die Kugel in dem erſten Verſuche durch 50 Schuh, und behielt eine Geſchwindigkeit von 1550 Schuhen in einer Secunde. Alſo war $x = 50$ Schuh, und $\frac{x}{c} = 800$; folglich $\frac{3x}{8c} = 300$ und $\frac{3x}{8nc} = \frac{300}{9647} = 0,03109$. Dahero der Terminus $\frac{9xx}{128nncc} = 0,00048$. Da nun $\sqrt{b} = 1670$ und $\sqrt{v} = 1550$, ſo wird

$$\frac{\sqrt{b} - \sqrt{v}}{\sqrt{b}} = \frac{120}{1670} = 0,07185.$$

welche Zahl gleich ſeyn ſolte der vorigen

0,03061. Da aber jene mehr als zweymal gröſſer iſt, als dieſe, ſo folget daraus, daß der Wiederſtand mehr als zweymahl gröſſer geweſen, als angenommen worden; welches faſt mit des Autoris Anmerkung gänzlich übereinkommt. Wir haben hierbey geſetzt, daß der Wiederſtand einer Kugel nur halb ſo groß ſey, als eines gleich dicken Cylinders; der Autor aber will, daß beyde Körper einen gleichen Wiederſtand leiden. Wenn wir alſo den Wiederſtand dieſer Körper zweymahl ſo groß angenommen hätten, ſo würden wir an ſtatt der Zahl 0,03061 dieſe 0,06029 gefunden haben, welche der andern 0,07185 weit näher kommt; folglich würde die gemeine Lehre nicht mehr ſo viel von der Wahrheit abgehen, und die Verdickerung der Luft vor der Kugel könnte hinreichend ſcheinen, dieſe Vermehrung des Wiederſtands zu verurſachen. Inzwiſchen ſcheinet aber doch die Meynung des Autoris, daß eine Kugel mit einem gleich dicken Cylinder einerley Wiederſtand leide, der Wahrheit nicht gemäß zu ſeyn, und wir wollen dahero lieber mit dem Autore dieſe Vermehrung des Wiederſtands einer andern Urſache zuſchreiben, als dieſer. Wir werden aber hernach auch langſame Bewegungen nach dieſer Methode berechnen, um zu ſehen, ob der Wiederſtand einer Kugel aus der gantzen Höhe v, oder nur aus der Helfte derſelben, beſtimmet werden müſſe.

Das zweyte Experiment des Autoris geht auf die vorige Kugel, welche nachdem dieſelbe 100 Schuh weit gelaufen, eine Geſchwindigkeit von 1420 Schuhen in einer Secunde behalten. Es war alſo nach der obigen Regel $\sqrt{b} = 1670$, $\sqrt{v} = 1425$, folglich $\frac{\sqrt{b}-\sqrt{v}}{\sqrt{b}} = \frac{245}{1670} = 0,14670$. Ferner war $\frac{3x}{8nc} = 0,06218$, und müßte alſo ſeyn

0, 14670 = 0, 06218, woraus wiederum erhellet, daß der Wiederſtand allzuklein angenommen worden. Aus dieſen beyden Exempeln kommt faſt einerley Verhältniß zwiſchen dem wahren Wiederſtand, und dem angenommenen heraus; denn beyde geben, daß ſich der angenommene Wiederſtand zu dem wahren verhalte, wie 1 zu 2,40.

Das dritte Exempel iſt mit eben der vorigen Kugel gemacht worden, welche anfänglich in A eine Geſchwindigkeit von 1690 Schuhen in 1″ hatte, und nachdem dieſelbe durch einen Raum von 150 Schuhen fortgelaufen, noch eine Geſchwindigkeit von 1300 Schuhen in einer Secunde behalten. Es war alſo $\sqrt{b} = 1690$ und $\sqrt{v} = 1300$ folglich $\frac{\sqrt{b}-\sqrt{v}}{\sqrt{b}} = \frac{390}{1690} = 0,23077$. Ferner war

$\frac{3x}{8nc} = 0{,}09327$, und müßte alſo ſeyn $0{,}23077 = 0{,}08905$; woraus folgt, daß ſich der angenommene Wiederſtand zu dem wahren verhalten, wie 1 zu 2, 92. Dieſes Experiment ſtimmet alſo mit den vorigen nicht recht überein, und da in dieſem die Kugel weiter gelaufen, ſo hätte, nach des Autoris eigener Meynung, der Unterſcheid kleiner ſeyn ſollen, als vorher, indem je mehr die Geſchwindigkeit der Kugel abnimmt, auch der Wiederſtand mit der Theorie näher übereintreffen ſollte.

Das vierte Experiment war mit einer gleichen Kugel angeſtellt, dieſelbe hatte aber in A nur eine Geſchwindigkeit von 1180 Schuhen in einer Secunde: nachdem nun dieſelbe 225 Schuh weit gelaufen, ſo betrug ihre Geſchwindigkeit noch 950 Schuh in 1″. Alſo war $\frac{x}{c} = 3600$ und $\frac{3x}{8nc} = 0{,}13993$. Ferner war $\sqrt{b} = 1180$ und $\sqrt{v} = 950$ folglich müßte nach der Theorie ſeyn

$$0{,}13993 = l\frac{1180}{950} = l\frac{118}{95} = 0{,}21681.$$

In dieſem Fall iſt alſo auch der angenommene Wiederſtand zu klein, und verhält ſich zu dem wahren, wie 1 zu 1, 549, welches mit des Autoris Verhältniß wie 7 zu 11 ziemlich genau

nau übereintrift. Da nun der Unterſcheid um ſo viel kleiner gefunden wird, je kleiner die Geſchwindigkeit der Kugel wird; ſo erhellet hieraus, daß man nicht fehle, wenn man für ſehr langſame Bewegungen den Wiederſtand einer Kugel nur halb ſo groß annimmt, als eines gleich dicken Cylinders.

Die Unterſuchung der folgenden Exempel erfordert eine andere Art der Rechnung; denn in denſelben wird außer der Geſchwindigkeit, ſo die Kugel im Anfange der Bewegung in A gehabt, die Zeit gegeben, innerhalb, welcher dieſelbe einen gegebenen Weg durchgelaufen. Wenn alſo wie vorher die Geſchwindigkeit in $A = \sqrt{b}$ in $M = \sqrt{v}$ und der Weg $AM = x$ geſetzt wird, ſo haben wir dieſe Æquation gefunden $\sqrt{v} = e^{-3x:8nc}\sqrt{b}$. Man ſetze nun die Zeit, in welcher die Kugel von A biß M gekommen $= t$, ſo wird $dt = \frac{dx}{\sqrt{v}} = \frac{e^{3x:8nc}\,dx}{\sqrt{b}}$ wovon das Integrale gefunden wird:

$$t = \frac{8nc\left(e^{3x:8nc} - 1\right)}{3\sqrt{b}} = \frac{8nc}{3b}\left(e^{3x:8nc} - 1\right)\sqrt{b}$$

Welche Formul alſo zu gebrauchen iſt: man drucke b in tauſendſten Theilen eines Rheinländiſchen Schuhes aus, und dividire alsdenn die herauskommende Zahl durch 250; ſo wird der Quotient die Anzahl der Secunden, aus welchen die Zeit t beſtehet, anzeigen. Wir haben aber oben geſehen, daß wenn man $\sqrt{b}$, nachdem man b in tauſendſten Theilen eines Rheinländiſchen Schuhes ausgedruckt hat, durch 4 dividirt, der Quotient anzeige, wie viel Schuh die Kugel mit der Geſchwindigkeit $\sqrt{b}$ in einer Secunde durchzulaufen vermögend iſt. Wenn alſo die Kugel mit ihrer erſten Geſchwindigkeit in A, m Rheinländiſ. Schuhe in 1″ hätte zurück legen können, ſo wird $\frac{\sqrt{b}}{4} = m$ und $b = \frac{16mm}{1000}$ Rheinländiſche, oder $\frac{16mm}{970}$ Engliſche Schuh, und die geſuchte Zeit wird

$$t = \frac{8nc}{3b}\left(e^{3x:8nc} - 1\right)\frac{m}{62,5} \text{ Secunden.}$$

Wenn alſo die Zeit t in Secunden ausgedruckt wird, ſo hat man

$$e^{3x:8nc} = 1 + \frac{1875\,bt}{80\,mnc} \text{ oder}$$

3 x

$$\frac{3x}{8nc} = l\left(1 + \frac{1875\,bt}{80\,mnc}\right).$$

Wenn demnach dieſe Æquation bey einem Experiment ſtatt findet, ſo iſt es ein Zeichen, daß der Wiederſtand recht angenommen worden; wo aber nicht, ſo wird man bald ſehen, ob der angenommene Wiederſtand zu groß oder zu klein, und dieſes auch um wie viel. Wenn $\frac{3x}{8nc}$ eine ſehr kleine Zahl iſt, ſo läßt ſich die erſtere Æquation auf dieſe bringen:

$$t = \frac{mx}{62,5\,b}\left(1 + \frac{3x}{16nc} + \frac{9xx}{16.24\,n^2c^2} + \&c.\right)$$

oder da $b = \frac{16\,mm}{970}$ Engliſche Schuh, ſo wird

$$t = \frac{97x}{100m}\left(1 + \frac{3x}{16nc} + \frac{9xx}{16.24\,n^2c^2} + \&c.\right).$$

Oder wenn die erſte Geſchwindigkeit $\sqrt{b}$ auch in engliſchen Schuhen gegeben wird, und dieſelbe m ſolche Schuhe in einer Secunde beträgt, ſo kommt

$$t = \frac{x}{m}\left(1 + \frac{3x}{16nc} + \frac{9xx}{16.24\,n^2c^2} + \&c.\right)$$

Secunde,

in welcher Formul es gleich viel iſt, wenn nur die Gröſſe x, m und c nach einerley Maaß-Stab genommen worden, indem es nur auf die

Verhältniß derſelben ankömmt. Ferner iſt hier zu merken, daß die abſolute Größe des Wiederſtands durch $\frac{3}{8n}$ angedeutet wird. Wenn alſo der angenommene Wiederſtand zu klein gefunden wird, ſo darf man nur ſehen, was für einen gröſſern Bruch man für $\frac{3}{8n}$ annehmen müſſe, damit die Gleichheit erhalten würde, und alsdenn wird derſelbe die wahre Größe des Wiederſtands anzeigen.

In dieſen letztern von dem Verfaſſer angeführten Verſuchen, war nun wie vorher $c = \frac{3}{4}$ Zoll, und $n = 9647$. Ferner war die anfängliche Geſchwindigkeit 400 Schuh in einer Secunde: wenn wir alſo ſetzen $m = 400$, ſo müſſen wir auch die übrigen Gröſſen nach dieſem Maaß ausdrucken. Der erſtere Schuß gieng 313 Yards in $4\frac{1}{4}''$; es hält aber ein Yard 3 engliſche Schuh, folglich wird $x = 939$ Schuh: und $\frac{x}{m} = 2,3475$, ferner $\frac{x}{c} = 15024$, und $\frac{3x}{8nc} = 0,58401$. Wenn man nun dieſe Werthe in der obigen Vergleichung ſetzt, ſo kommt

$$4,25 = 3,18839$$

woraus erhellet, daß die angenommene Reſi-

ſtenz zu klein iſt. Der Autor findet für dieſen Fall aus eben der Theorie 3, 2″, welche Zeit mit der unſrigen ſehr genau überein komt. Um nun eine völlige Gleichheit zu erhalten, ſo müßte man den Wiederſtand bey nahe noch ſo groß ſetzen. Es ſcheinet aber, daß man ſich auf dieſes Experiment nicht allzuwohl verlaſſen könne, da in dem folgenden Experiment die Kugel um 6 Yards weiter in einer kürzern Zeit, nehmlich in 4″ gegangen, woraus folglich der Zuwachs des Wiederſtands kleiner heraus kommen muß. Wir wollen alſo dieſes Experiment genauer erwegen. Hier wird nun

$x = 957$ Schuh, und folglich $\frac{x}{m} = 2,3925$:

ferner $\frac{x}{c} = 15312$ und $\frac{3x}{8nc} = 0,59521$.

Woraus man bekomt $4 = 3,2696$. Wenn alſo auch hier eine Gleichheit heraus kommen ſoll, ſo muß der Wiederſtand, und folglich der Terminus $\frac{3x}{8nc}$ gröſſer angenommen werden.

Man ſetze $\frac{3x}{8nc} = z$, ſo muß ſeyn

$$\frac{4}{2,3925} = 1 + \frac{z}{2} + \frac{z^2}{6} + \frac{z^2}{24} + \frac{z^4}{120} + \&c. = 1,6718.$$

oder

$$\text{oder } \frac{z}{2} + \frac{z^2}{2.3} + \frac{z^3}{2.3.4} + \frac{z^4}{2.3.4.5.} + \&c. = 0,6718.$$

Hieraus findet man $z = 0,9556$, und verhält ſich alſo die angenommene Reſiſtenz zu der wahren, wie 0,59521 zu 0,9556 das wie 1 zu 1,6055. Welcher Unterſcheid doch noch viel zu groß ſcheint, weil oben in dem 4ten Experiment, da die Geſchwindigkeit der Kugel im Anfang faſt fünfmahl gröſſer, als hier geweſen, die Verhältniß wie 1, zu 1,549 heraus gebracht worden. Es kömmt aber hierinne auf eine ſolche genaue Beſtimmung in allen Stücken an, daß die geringſte Unrichtigkeit einen ſehr merklichen Unterſcheid verurſachen kann. Dahero können dieſe Experimente nicht anders gebraucht werden, als nur überhaupt zu zeigen, daß der wahre Wiederſtand, welchen eine ſchnell bewegte Kugel in der Luft leidet, viel gröſſer ſey, als die hier gebrauchte Theorie anzeigt, und daß, je gröſſer die Geſchwindigkeit der Kugel iſt, dieſe Theorie um ſo viel mehr von der Wahrheit abweiche.

II. Anmerkung.

Um dieſe Abhandlung von dem Wiederſtand der Körper in der Luft vollſtändig zu machen, ſo wollen wir auch langſamere Bewegungen unterſuchen, dergleichen in fallenden Kör-

Körpern beobachtet werden. In ſolchen Fällen läßt ſich die Größe des Wiederſtands beſtimmen, wenn man die Zeit bemerkt, in welcher ein gegebener Körper durch eine gegebene Höhe herunter fällt. Denn da man weiß, in wie langer Zeit ein Körper in einem Luftleeren Raum durch eine jegliche Höhe kraft ſeiner Schwehre fällt, ſo wird dieſe Zeit in der Luft gröſſer: und aus dem Unterſcheid iſt man im Stande, die Größe des Wiederſtands herzuleiten. Die Luft hat aber hiebey eine doppelte Würkung; denn außer dem Wiederſtand wird auch das Gewicht des Körpers um ſo viel vermindert, als eine mit demſelben gleich groſſe Maſſa Luft wiegt. (Fig. 20.) Es ſey A eine Kugel, welche aus dem Punkt A nach der ſenkelrechten Linie AB herunter fällt; der Diameter derſelben ſey $= c$, und ihre Schwehre verhalte ſich zu der Schwehre der Luft, wie n zu 1: folglich wird das Gewicht derſelben um $\frac{1}{n}$ Theil vermindert. Wir wollen ſetzen, die Kugel ſey ſchon biß in P herunter gefallen, die Höhe AP ſey $= x$, und die Geſchwindigkeit in P ſey $= \sqrt{v}$. Hieraus wird nun in P die Kraft der Schwehre durch $1 - \frac{1}{n}$, die Kraft des Wiederſtands aber durch $\frac{3v}{4nc}$ ausgedruckt werden: dahero

die

die Acceleration in folgender Æquation enthalten ſeyn wird:

$$dv = \left(1 - \frac{1}{n} - \frac{3v}{4nc}\right) dx.$$

Hieraus bekommt man:

$$\frac{3dx}{4nc} = \frac{3dv}{4nc - 4c - 3v}.$$

wovon das Integrale iſt

$\frac{3x}{4nc} = l\,\frac{4(n-1)c}{4(n-1)\,c - 3v}$. Wenn nun e für die Zahl angenommen wird, deren hyperboliſcher Logarithmus $= 1$, oder wenn $e = 2,718281828459$. ſo wird

$$e^{3x:4nc} = \frac{4(n-1)c}{4(n-1)\,c-3v} \text{ oder}$$

$$1 - \frac{3v}{4(n-1)c} = e^{-3x:4nc},$$

und hieraus bekommt man

$$v = \frac{4(n-1)c}{3}\left(1 - e^{-3x:4nc}\right), \text{ und folglich}$$

$$\sqrt{v} = \sqrt{\frac{4(n-1)c}{3}}\left(1 - e^{-3x:4nc}\right).$$

Wenn ferner die Zeit, in welcher die Kugel aus A bis

A bis zu P herunter gefallen, durch t angedeutet wird, dergeſtalt, daß t in Secunden ausgedruckt werden ſoll, ſo wird

$$dt = \frac{dx}{250\sqrt{\frac{4(n-1)c}{3}\,(1-e^{-3x:4nc})}}$$

und $t = \frac{\sqrt{3}}{500\sqrt{(n-1)c}} \int \frac{dx}{\sqrt{(1-e^{-3x:4nc})}}$.

Die Integration aber giebt

$$t = \frac{n\sqrt{c}}{125\sqrt{3}\,(n-1)}\; l\,\frac{1+\sqrt{(1-e^{-3x:4nc})}}{1-\sqrt{(1-e^{-3x:4nc})}}$$

oder

$$t = \frac{2n\sqrt{c}}{125\sqrt{3}\,(n-1)}\; l(1+\sqrt{(1-e^{-3x:4nc})}) + \frac{x\sqrt{3}}{500\sqrt{(n-1)c}}.$$

Wenn der Bruch $\frac{3x}{4nc}$ ſehr klein iſt, ſo ſetze man Kürze halber $\frac{4nc}{3} = m$, und da wird:

$e^{\frac{-x}{m}}$

$$e^{\frac{-x}{m}} = 1 - \frac{x}{m} + \frac{x^2}{2m^2} - \frac{x^3}{6m^3} + \frac{x^4}{24m^4}$$

— &c. folglich

$$l\left(1 + \sqrt{\left(1 - e^{\frac{-x}{m}}\right)}\right) =$$

$$l\left(1 + \sqrt{\left(\frac{x}{m} - \frac{x^2}{2m^2} + \frac{x^3}{6m^3} - \frac{x^4}{24m^4} + \&c.\right)}\right)$$

Wenn man nun dieſen Logarithmum durch die Näherung ausdrucket, und in obiger Æquation anbringt, ſo kommt

$$t = \frac{2n\sqrt{cx}}{125\sqrt{3(n-1)m}}$$

$$\left(1 + \frac{x}{12m} + \frac{xx}{480m^2} - \frac{x^3}{2688m^3}\ \&c.\right)$$

oder

$$t = \left(1 + \frac{x}{12m} + \frac{xx}{480m^2} - \frac{x^3}{2688m^3} - \right.$$

$$\left. - \frac{x^4}{92160m^4}\ \&c.\right) \cdot \frac{1}{125} \sqrt{\frac{nx}{n-1}}$$

allwo in dem Glied $\sqrt{\frac{nx}{n-1}}$ die Höhe x in tauſendſten Theilen eines Rheinländiſchen Schuhs ausgedrucket werden muß. Um nun dieſe Formul durch ein Exempel zu erläutern,

und

und zugleich zu ſehen, wie genau dieſelbe mit der Erfahrung überein ſtimmt; ſo wollen wir zu dieſem Ende aus den Princ. Phil. Nat. des Hrn. Newtons eines nehmen, wo derſelbe eine gläſerne Kugel in der St. Paul-Kirche durch eine Höhe von 220 Engliſchen Schuhen hat herunterfallen laſſen. Die Kugel hielt in ihrem Diameter 5 Zoll, und wog 483 Gran. Eine gleich groſſe Kugel von Waſſer würde gewogen haben 16600 Gran: wenn alſo die Luft 850 mahl leichter geſetzt wird, als Waſſer, ſo müſte eine gleich groſſe Kugel von Luft gewogen haben $\frac{16600}{850}$, das iſt 19,53 Gran. Alſo war $c = 5$ Zoll, und da dieſe Kugel in einem Luft-leeren Raum würde 502,53 Gran gewogen haben, ſo wird $n = \frac{502,53}{19,53} = 25,73$: und $x = 220$ Schuh. Ferner wird $m = 171,5$ Zoll, und da $x = 2640$ Zoll; ſo wird $\frac{x}{m} = \frac{26400}{1715} = 15,3935$. Da nun hier $\frac{x}{m}$ keine ſo kleine Zahl iſt, daß die obige Näherung Statt finden könnte; ſo müſſen wir die erſt gefundene Æquation gebrauchen.

$$t = \frac{n\sqrt{c}}{125\sqrt{3(n-1)}}\, l\, \frac{1+\sqrt{(1-e^{-3x:4nc})}}{1-\sqrt{(1-e^{-3x:4nc})}}$$

wo c in tauſendſten Theilen eines Rheinländiſchen Schuhes ausgedruckt werden muß. Es wird alſo $c = 404,166$. und folglich

$$\frac{n\sqrt{c}}{125\sqrt{3}\,(n-1)} = 0,48044.$$ Man ſetze Kürze halber $\frac{x}{m} = 15,3935 = \alpha$, ſo hat man

$$t = 0,48044\, l\, \frac{1+\sqrt{(1-e^{-\alpha})}}{1-\sqrt{(1-e^{-\alpha})}}.\ \text{Secunden.}$$

Es ſey $e^{-\alpha} = z$, ſo wird $lz = -\alpha\, le$; da nun $e = 2,718281828$, ſo iſt nach den gemeinen logarithmis $le = 0,43429448$, und alſo $lz = -15,3935 \cdot 0,43429448 = -6,6853$, folglich $z = \frac{1}{4845100}$. Da nun $z = e^{-\alpha}$ eine ſo ſehr kleine Zahl iſt, ſo wird

$$\sqrt{(1-z)} = 1 - \frac{1}{9690200}$$ und

$$t = 0,48044\ l\,19380400\ \text{Secunden.}$$

Der gemeine log. von 19380400 iſt 7,287363 welcher mit 2,30258509 multiplicirt den hyperboliſchen Logarithmum giebt: dieſer wird alſo ſeyn $= 16,7797$, und da kommt heraus $t = 8,0616$ Secunden. Newton hat

hat aber dieſe Zeit auf das genaueſte beobachtet, und dieſelbe befunden 8,2″. Die Kugel hat alſo etwas mehr Zeit gebraucht, um aus der Höhe von 220 Schuhen herunter zu fallen, als durch die Theorie gefunden wird, folglich hat dieſelbe einen etwas gröſſeren Wiederſtand angetroffen, als nach der Theorie angenommen worden. Inzwiſchen iſt der Unterſcheid ſo geringe, daß, da in der Obſervation leicht ein ſo kleiner Fehler könnte eingeſchlichen ſeyn, die wahre Groſſe des Wiederſtands daraus nicht wohl beſtimmt werden kann. Newton hat dieſes und noch mehr dergleichen Experimente auf eine andere Art ausgerechnet, indem er aus der gegebenen Zeit die Höhe geſuchet, durch welche der Körper nach der Theorie hätte herunter fallen müſſen. Er findet aber dieſe Höhe immer etwas gröſſer, als dieſelbe in der That geweſen, woraus folglich genugſam erhellet, daß der Wiederſtand in der That etwas gröſſer geweſen ſeyn müſſe, als ſolcher nach der Theorie geſetzt worden. Hierdurch wird alſo die Meynung des Verfaſſers noch um ſo viel mehr bekräftiget, daß bey ſchnellen Bewegungen, die Theorie den Wiederſtand zu klein angebe: denn auch in dieſen Verſuchen, war gegen das Ende des Falls die Geſchwindigkeit nicht mehr klein, und betrug ungefehr 29 Schuh in einer Secunde, welche Geſchwindigkeit ſchon einen etwas gröſ-

 ſern

ſern Wiederſtand leiden muß. Die Berechnung dieſes und anderer dergleichen Exempel, wo $e^{-3x:4nc}$ eine ſo ſehr kleine Zahl iſt, kan folgender geſtalt bequemer angeſtellt werden. Denn da ohne Fehler iſt

$$V\left(1-e^{-3x:4nc}\right)=1-\tfrac{1}{2}\,e^{-3x:4nc}$$

ſo wird $t=\dfrac{n\,Vc}{125\,V3\,(n-1)}$

$$l\frac{2-\frac{1}{2}e^{-3x:4nc}}{\frac{1}{2}\,e^{-3x:4nc}}=\frac{nVc}{125V3\,(n-1)}\,l\,4e^{3x:4nc}$$

oder $t=\dfrac{n\,Vc}{125\,V3\,(n-1)}\,l4+\dfrac{x\,V3}{500\,V(n-1)\,c}$.

Da nun $l4=1,38629436$, ſo wird

$$t=\frac{nVc}{V(n-1)}\left(0,0064030+0,0034641\,\frac{x}{nc}\right)$$

ſecund.

Will man aber in dieſen Fällen aus der gegebenen Zeit t die Höhe x finden, ſo kommt

$$0,0034641\,\frac{x}{nc}=\frac{t\,V(n-1)}{n\,Vc}$$

$$-\,0,0064030.$$ und alſo

$$x=288,675.\,tVc(n-1)-1,8484.\,nc,$$

oder

oder $\frac{x}{nc} = 288,675. \frac{t\sqrt{(n-1)}}{n\sqrt{c}} - 1,8484,$

wo in dem Glied $\frac{t\sqrt{(n-1)}}{n\sqrt{c}}$, die Zeit t in Secunden, und der Diameter c in tauſendſten Theilen eines Rheinl. Schuhes ausgedruckt werden muß. Da nun in dem vorher berechneten Exempel war $t = 8,2''$. $c = 404,166$ und $n = 25,73$; ſo wird $nc = 128,65$ Engl. Zoll, oder 10,72 Engl. Schuhe. Hieraus bekommt man:

$\frac{x}{10,72} = 20,9086.$ oder $x = 224,14$ Engl. Schuhe, und iſt dahero gröſſer als die Höhe 220 Schuhe, welche dieſe Kugel in dieſer Zeit in der That beſchrieben. Der Unterſcheid iſt aber nur 4 Schuh, welche die Kugel in $\frac{1}{7}''$ durchlaufen könnte. Da nun ein ſo geringer Theil der Zeit nicht genau bemerket werden kann, ſo ſieht man hieraus, daß die gewöhnliche Theorie des Herrn Newtons bey nicht allzu ſchnellen Bewegungen ſehr genau übereintreffe, bey ſchnellen Bewegungen aber den Wiederſtand allzuklein anzeige.

III. Anmerkung.

Hieraus erhellet alſo zur Gnüge, und es könnte auch noch durch andere Experimente dargethan werden, daß für nicht allzu ſchnelle

Bewegungen die bekannte Lehre von dem Wiederſtand der Luft, ſo wie dieſelbe von dem Groſſen Newton vorgetragen, und bißher von den Gelehrten gebrauchet worden, mit der Wahrheit ſehr genau übereinſtimme. In ſolchen Fällen iſt alſo ausgemacht: erſtlich, daß der Wiederſtand eines Körpers den Quadraten der Geſchwindigkeit deſſelben proportional ſey, und daß zweytens der Wiederſtand eines Cylinders, welcher ſich, ſeiner Länge nach, in der Luft beweget, dem Gewicht eines gleich dicken Cylinders Luft gleich ſey, deſſen Höhe ſo groß iſt, daß ein ſchwehrer Körper, ſo aus derſelben herunter fällt, mit dem bewegten Cylinder einerley Geſchwindigkeit erhält. Drittens iſt auch gewiß, daß der Wiederſtand einer Kugel nur halb ſo groß ſey, als eines gleich dicken Cylinders. Hieraus kan man nun auch ziemlich ſicher ſchlieſſen, daß bey Körpern von andern Figuren der Wiederſtand ſo beſchaffen ſeyn werde, wie die oben gelehrte Art, den Wiederſtand zu berechnen, anzeigt; ob es gleich ſehr ſchwehr iſt, mit ſolchen Körpern richtige Experimente anzuſtellen, um derſelben Bewegung mit der Rechnung vergleichen zu können. Weil nun in dieſer Rechnung bloß allein die vordere Figur des Körpers in Betrachtung gezogen wird, ſo folgt hieraus, daß die hintere Figur deſſelben nicht viel zur Gröſſe des Wiederſtands beytrage: dahero

dahero die in den, dem vorigen Satz beygefüg-
ten Anmerkungen, angeführten Gründe alle
Kraft faſt gänzlich zu verlieren ſcheinen. In-
ſonderheit fällt die letztere daſelbſt gegebene
Art den Wiederſtand zu beſtimmen, wo der-
ſelbe der Geſchwindigkeit ſelbſt proportional
gefunden worden, gänzlich weg: indem der
Wiederſtand nicht zugleich den Geſchwindig-
keiten des Körpers ſelbſt, und auch ihren Qua-
draten, proportional ſeyn kann. Denn unge-
achtet es bey einem jeden Körper einen ſolchen
Grad der Geſchwindigkeit giebt, für welchen
nach beyden Proportionen einerley Wieder-
ſtand heraus kommt, ſo muß derſelbe doch bey
allen übrigen Graden der Geſchwindigkeit
verſchieden ſeyn. Wenn ſich nehmlich der
Körper geſchwinder bewegt, ſo geben die
Quadrata der Geſchwindigkeit einen gröſſeren
Wiederſtand, als die Geſchwindigkeiten ſelber:
und umgekehrt, wenn ſich der Körper mit ei-
nem geringeren Grad der Geſchwindigkeit be-
weget; ſo geben die Geſchwindigkeiten ſelbſt
einen gröſſern Wiederſtand, als ihre Quadra-
ta. Aus dieſer Betrachtung könnte man alſo
einwenden, daß ſich öfters dieſe beyden Unter-
ſcheide erſetzen, und alſo beyde Theorien der
Wahrheit gemäß gefunden werden könnten.
Inſonderheit ſcheinet die letztere Meynung
noch dadurch eine neue Kraft zu erhalten, daß
in ſehr langſamen Bewegungen, der Wieder-

 ſtand

ſtand gröſſer befunden wird, als die Theorie anzeigt: ungeachtet man gemeiniglich dieſen Umſtand einer Zähigkeit der flüßigen Materie zuſchreiben will. Damit man aber hiervon deſto gründlicher urtheilen könne, ſo wollen wir nach dieſer Theorie einige Exempel berechnen. Es ſey alſo c der Diameter der Kugel, und $\sqrt{b}$ ihre Geſchwindigkeit, $\sqrt{h}$ aber die Geſchwindigkeit, mit welcher die Luft in einen leeren Raum hinein zu dringen vermögend iſt; ſo wird der Wiederſtand eines gleich dicken Cylinders dem Gewicht eines Cylinders von Luft gleich ſeyn, deſſen Höhe $= 4\sqrt{bh}$. Der Wiederſtand der Kugel wird aber dem Gewicht eines gleich dicken Cylinders Luft gleich ſeyn, deſſen Höhe $= \frac{8}{3}\sqrt{bh}$, wenn nehmlich $b < b$. Wenn aber $b > b$, ſo muß die Höhe eines gleich ſchweren Cylinders genommen werden $= \frac{8}{3}\sqrt{bh} + \frac{1}{6b}(\sqrt{b} - \sqrt{h})^3 \, (3\sqrt{b} + \sqrt{h})$; es iſt aber $h = 29100$ Rheinl. Schuhe, und dieſer letztere Fall findet ſtatt, wenn die Geſchwindigkeit der Kugel in einer Secunde mehr, als 1348 beträgt. Nach der gemeinen Lehre würde der Wiederſtand dieſer Kugel dem Gewicht einer Luft-Säule gleichen, deren Höhe $= \frac{1}{2} b$. Um alſo zu ſehen, wenn die Kugel nach dieſen beyden Theorien einerley Wiederſtand leiden müßte, ſo darf man nur ſetzen

$\frac{1}{2} b =$

$\frac{1}{2} b = \frac{8}{3} \sqrt{bh}$, und da kömmt $\sqrt{b} = \frac{16}{3} \sqrt{h}$; oder die Kugel müßte ſich mit einer Geſchwindigkeit von 7189 Schuhen in einer Secunde bewegen, bey kleinern Geſchwindigkeiten würde alſo $\frac{8}{3} \sqrt{bh}$ immer gröſſer ſeyn, als $\frac{1}{2} b$, und das um $\frac{16 \sqrt{h}}{3 \sqrt{b}}$. Bey einer Geſchwindigkeit alſo von 30 Schuhen in einer Secunde, würde der Wiederſtand nach dieſem neuen Begrif 239 mahl gröſſer heraus kommen, als nach der gewöhnlichen Art. Da nun dieſer mit der Wahrheit ſehr genau überein kommt, ſo iſt klar, daß der neue Begrif gar entſetzlich von der Wahrheit abweichen müſſe. Wenn man auch ſagen wolte, daß die Geſchwindigkeit der Luft, womit dieſelbe in einen leeren Raum hinnein dringt, wegen anderer uns verborgenen Umſtände nicht ſo groß wäre, als wir hier angenommen; ſo würde doch immer noch etwas ſehr ungereimtes heraus kommen. Denn wenn auch $\sqrt{b} = 100$ oder noch weniger angenommen würde, ſo würde nicht nur bey ſehr langſamen Bewegungen der Wiederſtand noch weit zu groß gefunden werden, ſondern man würde auch bey ſehr geſchwinden Bewegungen den Wiederſtand immer viel kleiner finden, als nach der üblichen Lehre, da doch nach die-

ſer in ſolchen Fällen der Wiederſtand viel zu klein gefunden wird. Es würde derowegen unnöthig ſeyn, dieſen letztern Begrif von dem Wiederſtand durch mehr Exempel zu wiederlegen, da die Unrichtigkeit deſſelben Sonnenklar dargethan worden. Man kan hieraus den Schluß ziehen, daß man bey dergleichen Unterſuchungen jederzeit die äuſſerſte Behutſamkeit gebrauchen müße: da es nicht ſo leicht in die Augen fält, wie in der daſelbſt gebrauchten Methode gefehlet worden. Inzwiſchen dienet aber dieſes, die gebräuchliche Lehre, von dem Wiederſtand der flüßigen Körper auf langſame Bewegungen, um ſo viel mehr zu bekräftigen, und auſſer allen Zweifel zu ſetzen. Wie aber dieſelbe für ſehr ſchnelle Bewegungen verbeſſert, und zur Vollkommenheit gebracht werden müſſe, ſolches wird im folgenden dargethan werden.

III. Satz.

Wie man die verſchiedenen Vermehrungen der wiederſtehenden Kraft der Luft nach den verſchiedenen Geſchwindigkeiten der darinn bewegten Körper, beſtimmen ſoll?

Da in der Praxi nicht bald ſolche Schüſſe vorkommen, in welchen die Kugel eine

eine gröſſere Geſchwindigkeit, als von 1700 Schuhen erhält; ſo habe ich auch noch keine Verſuche angeſtellt, um die wiederſtehende Kraft der Luft zu beſtimmen, wenn ſich die Kugel mit einer gröſſern Geſchwindigkeit bewegt. Es wird aber auch zu unſerem gegenwärtigen Vorhaben genug ſeyn, wenn wir nur die Veränderungen des Wiederſtands für alle geringere Grade der Geſchwindigkeit anzeigen können.

Nach den Verſuchen, welche ich über dieſe Materie angeſtellt, wird die wiederſtehende Kraft der Luft für alle Geſchwindigkeiten, welche kleiner ſind, als von 1700 Schuhen in einer Secunde, vermittelſt der folgenden Regel immer ſehr genau beſtimmt werden können.

Man nehme AB zu AC wie ſich verhält Fig. 21. die Geſchwindigkeit von 1700 Schuhen in einer Secunde, zu der vorgegebenen Geſchwindigkeit, für welche die wiederſtehende Kraft der Luft geſuchet wird. Ferner verlängere man die Linie AB biß in D, dergeſtalt daß ſich verhalte BD zu AD, wie ſich verhält die wiederſtehende Kraft der Luft für ſehr langſame Bewegungen, zu der wiederſtehenden Kraft für die Geſchwindigkeit von 1700 Schuhen in 1″. Wenn dieſes geſchehen, ſo wird ſich CD zu AD verhalten, wie die wiederſtehende Kraft der Luft für langſame Bewegungen zu der

wieder=

wiederſtehenden Kraft für den vorgegebenen Grad der Geſchwindigkeit, welche durch die Linie AC vorgeſtellet worden.

I. Anmerkung.

Nachdem alſo die gemeine Lehre von dem Wiederſtand der Luft auf mittelmäßige Bewegungen feſt geſetzt, und zugleich dargethan worden, daß für ſehr ſchnelle Bewegungen nach derſelben der Wiederſtand zu klein heraus komme; ſo muß man in dieſen Fällen den Wiederſtand vermehren, um dieſe Lehre der Wahrheit völlig gemäß einzurichten. Wir haben auch oben ſchon die Urſache dieſer Vermehrung deutlich genug eingeſehen, welche auf dieſen zweyen Gründen beruhet, daß erſtlich bey ſehr ſchnellen Bewegungen, die Luft nicht vermögend iſt, der Kugel zu folgen, wodurch folglich der Wiederſtand noch mit dem Druck der Luft von vorne vermehret wird. Hernach wird auch in dieſen Fällen die Luft vor der Kugel viel dicker, wodurch ſo wohl der Gegendruck, als der Wiederſtand vermehret wird. Wenn ſich nun dieſe beyden Umſtände aus der Natur der Luft genau beſtimmen lieſſen, ſo wäre man im Stande, die Lehre von dem Wiederſtand derſelben zur Vollkommenheit zu bringen. Da aber unſere Erkenntniß hierzu keineswegs hinreichend iſt, ſo muß man ſich begnügen, aus der Er-

fahrung dieſe nöthige Verbeſſerung, ſo viel als möglich, genau und der Wahrheit gemäß, herzuleiten. Dieſen Weg hat auch der Verfaſſer erwehlet, um den Wiederſtand der Luft auf ſehr ſchnelle Bewegungen in dieſem Satz zu beſtimmen: und da ſeine Verſuche auf keine gröſſere Geſchwindigkeiten, als von 1700 Schuhen in 1″ gerichtet ſind; ſo hat er ſich begnüget, eine ſolche Regel zu geben, welche für alle geringere Grade der Geſchwindigkeit den Wiederſtand eben ſo, wie er ſolchen durch die Erfahrung befunden hatte, anzeigte. Um nun den Grund dieſer Regel deutlicher zu erklären, ſo wollen wir erſtlich die langſamen Bewegungen, mit welchen die Theorie gänzlich übereinzuſtimmen gezeigt worden, in Betrachtung ziehen. Wenn ſich alſo eine Kugel in der Luft mit einer ſolchen Geſchwindigkeit, welche durch den Fall aus einer Höhe $= v$ erlangt wird, beweget; ſo iſt der Wiederſtand dem Gewicht einer gleich dicken Luft-Säule gleich, deren Höhe $= \frac{1}{2} v$: und auf dieſe Art bekömmt man immer die wahre Gröſſe des Wiederſtands, wenn die Höhe v nicht ſehr groß iſt. Iſt aber die Höhe v ſo groß, daß daraus eine Geſchwindigkeit von 1000 und mehr Schuhen in 1″ entſpringt, ſo haben wir geſehen, daß der Wiederſtand in der That weit gröſſer ſey, als $\frac{1}{2} v$; und daß derſelbe, wenn die Geſchwindigkeit 1700

Schuh

Schuh in 1″ beträgt, ungefehr durch eine Luft-Säule, deren Höhe $= \frac{2}{3} v$ ausgedruckt worden. Wir wollen alſo, um unſere Ausdrückung allgemein zu machen, ſetzen, daß der wahre Wiederſtand einer Kugel dem Gewicht einer gleich dicken Luft Säule gleiche, deren Höhe $= \theta v$: und da iſt klar, daß θ eine ſolche veränderliche Gröſſe ſeyn müſſe, daß dieſelbe, wenn v nicht ſehr groß iſt, immer $= \frac{1}{2}$ ſey: wenn aber v ſehr groß wird, einen gröſſern Werth bekomme, und endlich gar $= \frac{3}{2}$ werde, wenn die Geſchwindigkeit der Kugel auf 1700 Schuh in 1″ anwächſt, das iſt, wenn v ungefehr 46400 Engliſche Schuh groß wird. Die ganze Sache kommt alſo darauf an, daß man für θ eine ſolche Ausdrückung finde, welche, wenn v nicht merklich groß iſt, allezeit $\frac{1}{2}$; wenn aber $v = 46400$ als denn $\frac{3}{2}$ gebe. Dieſer Buchſtabe θ iſt alſo dasjenige, was der Autor die wiederſtehende Kraft der Luft nennet; und welche er in dieſem Satz für einen jeglichen Fall beſtimmet. Um nun aus ſeiner gegebenen Regel den Werth dieſes Buchſtabens θ heraus zu bringen, ſo ſey f die Höhe, aus welcher die Geſchwindigkeit von 1700 Schuhen in einer Secunde erlangt wird, oder es ſey $\sqrt{f} = 1700$, und $\sqrt{v}$ die Geſchwindigkeit, für welche die wiederſtehende Kraft oder der Werth des θ geſucht wird. Es bedeute ferner α den Werth für θ, wenn

$\sqrt{v} =$

$\sqrt{v} = \sqrt{f}$, dergeſtalt, daß in dieſem Fall α ungefehr $\frac{3}{2}$ ſeyn muß; wenn aber $\sqrt{v}$ ſehr klein, ſo muß ſeyn $\theta = \frac{1}{2}$. Man nenne nun die Linie AB $= a$, ſo macht der Verfaſſer erſtlich dieſe Proportion AB (a) : AC $= \sqrt{f} : \sqrt{v}$, hieraus wird AC $= \frac{a\sqrt{v}}{\sqrt{f}}$. Die zweyte Proportion des Autoris verhält ſich alſo BD : AD $= \frac{1}{2} : \alpha$. welche in dieſe verwandelt wird: AB : AD $= \alpha - \frac{1}{2} : \alpha$; hieraus wird AD $= \frac{2\alpha a}{2\alpha - 1}$. Da nun AC $= \frac{a\sqrt{v}}{\sqrt{f}}$, ſo wird CD $=$ $\frac{2\alpha a\sqrt{f} - (2\alpha - 1)\, a\sqrt{v}}{(2\alpha - 1)\sqrt{f}}$. Endlich ſagt er, werde ſeyn CD : AD $= \frac{1}{2} : \theta$ und folglich $\theta = \frac{AD}{2CD}$. Hieraus wird

$$\theta = \frac{\alpha\sqrt{f}}{2\alpha\sqrt{f} - (2\alpha - 1)\sqrt{v}};$$

und der Wiederſtand einer Kugel, welche ſich mit der Geſchwindigkeit $\sqrt{v}$ in der Luft beweget, wird dem Gewicht einer gleich dicken Luft-Säule gleich ſeyn, deren Höhe $= \frac{\alpha\sqrt{f}}{2\alpha\sqrt{f} - (2\alpha - 1)\sqrt{v}}\, v$. Dieſer gefundene Werth für θ hat nun die

die erforderten Eigenſchaften. Denn wenn die Geſchwindigkeit $\sqrt{v}$ ſehr klein iſt, ſo verſchwindet der Terminus $(2\alpha-1)\sqrt{v}$ vor $2\alpha\sqrt{f}$, und wird alſo $\theta = \frac{1}{2}$; wenn aber die Geſchwindigkeit $\sqrt{v}$, 1700 Schuhe in 1″ beträgt, oder dem $\sqrt{f}$ gleich wird, ſo kömmt $\theta = \alpha$, wie erfordert worden. Für kleinere Geſchwindigkeiten bekommt θ kleinere Werthe, wie aus beygefügter Tabelle, wo wir $\alpha = \frac{3}{2}$ angenommen haben, erhellet.

Wenn die Geſchwindigkeit der Kugel in einer Secunde ſo viel Engliſche Schuhe beträgt:	So iſt die wiederſtehende Kraft der Luft, oder der Werth des Buchſtabens θ
0	0, 5000
100	0, 5204
200	0, 5425
300	0, 5667
400	0, 5930
500	0, 6219
600	0, 6538
700	0, 6892
800	0, 7286
900	0, 7727
1000	0, 8226
1100	0, 8793
1200	0, 9444
1300	1, 0200
1400	1, 1087
1500	1, 2143
1600	1, 3421
1700	1, 5000

Man

Man ſiehet aber leicht, daß man dieſen Werth des Buchſtabens θ nicht für gröſſere Geſchwindigkeiten gebrauchen könne. Denn wenn $\sqrt{v} = \frac{2\alpha\sqrt{f}}{2\alpha-1}$, das iſt, wenn die Geſchwindigkeit 2550 Schuh in einer Secunde austragen ſolte; ſo würde θ unendlich groß, und müßte in dieſem Fall der Wiederſtand unendlich groß ſeyn, welches ganz und gar ungereimt wäre. Ob nun gleich der Verfaſſer dieſes wohl eingeſehen, und ſeine Regel nur für kleinere Grade der Geſchwindigkeit, als von 1700 Schuhen in 1″ ausdrücklich einſchränket; ſo ſiehet man doch, daß da dieſelbe von der Wahrheit bey gröſſern Geſchwindigkeiten ſo ſehr abweicht, dieſelbe auch bey etwas kleineren der Wahrheit nicht völlig gemäß ſeyn könne. Und da man mit leichter Mühe unendlich viel dergleichen Formuln für θ finden kann, welche eben dieſe zwey Eigenſchaften beſitzen, daß erſtlich für ganz kleine Geſchwindigkeiten $\theta = \frac{1}{2}$, und für die Geſchwindigkeit von 1700 Schuhen in 1″ heraus komme $\theta = \frac{3}{2}$, ſo wird man der Wahrheit näher kommen, wenn man aus denſelben eine ſolche erwehlet, welche dieſer Ungereimtheit nicht unterworfen iſt. Es ſcheinet alſo vielmehr, daß man den wahren Wiederſtand durch eine ſolche Formul

$\frac{1}{2}v + pv^n$ ausdrücken ſolte, wo p eine ſehr kleine Zahl, und n gröſſer iſt, als 1. Denn auf dieſe Art kann man gleichfals die nöthigen Bedingungen erhalten, daß wenn v ſehr klein iſt, der terminus pv^n in Anſehung des $\frac{1}{2}v$ verſchwinde, und wenn v ſehr groß, nehmlich 46400 Schuh, daß alsdenn der terminus pv^n zwey mahl ſo groß werde, als der erſte $\frac{1}{2}v$. Um der erſten Bedingung ein Genügen zu leiſten, wird unumgänglich erfordert, daß die Zahl n gröſſer ſey, als 1. Es kommt alſo nur darauf an, ob man für dieſelbe $\frac{3}{2}$ oder 2 annehmen wolle: im erſtern Fall würde dieſer Zuſatz pv^n den Cubis der Geſchwindigkeit, im andern aber den Quadrato-quadratis proportional ſeyn. Wolte man das erſtere erwehlen, ſo findet ſich dieſe Schwierigkeit, daß wenn der Cörper zurück gienge, und man folglich die Geſchwindigkeit $\sqrt{v}$ negativ annähme, der Wiederſtand $= \frac{1}{2}v - pv\sqrt{v}$ heraus kommen würde, da derſelbe doch eben ſowohl, als im erſteren Fall $= \frac{1}{2}v + pv\sqrt{v}$ ſeyn müßte. Dieſe Schwierigkeit fällt nun weg, wenn wir für n die Zahl 2 annehmen, dergeſtalt, daß der Wiederſtand durch $\frac{1}{2}v + pv^2$ ausgedrückt wird. Denn hier iſt es gleich viel, ob die Geſchwindigkeit ſelbſt

Vv affirmative oder negative angenommen wird: ferner kommt auch auf dieſe Art die obige Schwierigkeit nicht zum Vorſchein, daß für einen endlichen Grad der Geſchwindigkeit der Wiederſtand unendlich groß wird. Dieſe Form erhält auch daher keine geringe Bekräftigung, daß bey ſehr langſamen Bewegungen der Wiederſtand etwas gröſſer, als $\frac{1}{2}v$ werde, welche Würkung der Zähigkeit der Luft zugeſchrieben wird. Es iſt aber, wie der groſſe Newton gewieſen, die Kraft der Zähigkeit weder den Geſchwindigkeiten, noch ihren Quadraten, proportional, ſondern ſie bleibt immer einerley. Wenn alſo dieſe Zähigkeit durch δ angedeutet wird, ſo kömmt nach der ordentlichen Lehre der ganze Wiederſtand alſo ausgedruckt $\delta + \frac{1}{2}v$ heraus, wo δ eine ſo kleine Gröſſe iſt, daß wenn v nicht über die maſſen klein iſt, dieſelbe in Anſehung des $\frac{1}{2}v$ gänzlich aus der Acht gelaſſen werden kann; als wenn zum Exempel δ nur den tauſendſten Theil eines Schuhes bedeutete, ſo verſchwindet daſſelbe, ſo bald nur v etliche Zoll groß wird. Weil nun dieſe Expreſſion $\delta + \frac{1}{2}v$ noch nicht den ganzen Wiederſtand ausdrückt, wenn v ſehr groß iſt, und folglich zu derſelben noch ein Terminus geſetzt werden muß; ſo kann derſelbe, allem Vermuthen nach, nicht anders als von dieſer Form pv^2 ſeyn. Da wir aber

den erſten Terminum δ bey geſchwinden Bewegungen, dergleichen wir hier betrachten, gänzlich weglaſſen können, ſo wird der Wiederſtand alſo $\frac{1}{2}v + pv^2$ ausgedruckt werden müſſen. Wenn wir dahero gewiß wüſten, daß für eine Geſchwindigkeit von 1700 Schuhen in 1″ oder wenn $v = 46400$ Schuh, der wahre Wiederſtand dreymahl gröſſer wäre, als nach der gemeinen Regel, ſo würde ſich hieraus der Buchſtabe p beſtimmen laſſen. Denn da müſte ſeyn

$$\tfrac{1}{2}.46400 + p.46400^2 = \tfrac{3}{2}.46400.$$

folglich $p = \frac{1}{46400}$. Wenn aber der Wiederſtand erſt für eine Geſchwindigkeit von 1900 Schuhen 3 mahl ſo groß würde, ſo bekäme man $p = \frac{1}{58200}$, wobey zu merken, daß 58200 Schuh die doppelte Höhe b geben, welche oben zu Ausdrückung der Elaſticität der Luft iſt gebraucht worden. Weil uns aber dieſer Werth für p noch nicht bekannt iſt, ſo wollen wir für denſelben $\frac{1}{2g}$ ſetzen, dergeſtalt, daß die wahre Gröſſe des Wiederſtands ſeyn ſoll $= \frac{1}{2}v + \frac{1}{2g}v^2$; und wir wollen

den

den wahren Werth von g aus den Experimenten ſelbſt beſtimmen. Wenn man im übrigen für $\frac{1}{2g}$ den obigen Bruch $\frac{1}{46400}$ annimmt, ſo kommt für alle niedrigere Grade der Geſchwindigkeit faſt eben der Wiederſtand heraus, als aus des Autoris Regel. Denn wenn wir hier wiederum die wiederſtehende Kraft der Luft durch θ andeuten, ſo wird $\theta = \frac{1}{2} + \frac{v}{46400}$: oder wenn die Kugel n Schuh in einer Secunde macht, ſo wird $\theta = \frac{1}{2} + \frac{nn}{2890000}$ iſt alſo $n = 100$, ſo wird $\theta = 0,5034$, welches kleiner iſt, als nach des Autoris Regel; wird aber $n = 800$ ſo kommt $\theta = 0,7214$ faſt wie bey dem Autore, wenn aber $n > 800$ biß $n = 1700$, ſo ſind die hieraus entſtehenden Werthe des θ gröſſer, als nach dem Autore, welches der Wahrheit nicht entgegen zu ſeyn ſcheinet.

II. Anmerkung.

Wir wollen alſo annehmen, der wahre Wiederſtand, welchen eine Kugel, die ſich mit einer Geſchwindigkeit $\sqrt{v}$ in der Luft beweget, ſey gleich einem gleich dicken Cylin-

der Luft, deſſen Höhe $= \frac{1}{2} v + \frac{1}{2g} v^2$,
und wir wollen den Buchſtaben g dergeſtalt beſtimmen, daß die Rechnung mit den Experimenten des Verfaſſers, ſo viel als möglich, übereinkommt. Fig. 19. Es ſey dahero der Diameter der Kugel $= c$, welche ſich nach der geraden Linie AB in der Luft dergeſtalt bewegen ſoll, daß ihre Geſchwindigkeit in dem Anfang der Bewegung in A ſey $= \sqrt{b}$; woraus man die Geſchwindigkeit derſelben in einem jeglichen Punkt M beſtimmen ſolle, welche ſey $= \sqrt{v}$. Man ſetze den Weg AM $= x$, und die Kugel beſtehe aus einer ſolchen Materie, welche n mahl ſchwehrer ſey, als die Luft, folglich wird die Schwehre der Kugel einer gleich dicken Luft-Säule gleichen, deren Höhe $= \frac{2}{3} nc$: und die Schwehre der Kugel wird ſich alſo zu dem Wiederſtand in M verhalten, wie $\frac{2}{3} nc$ zu $\frac{1}{2} v + \frac{1}{2g} v^2$
oder wie 1 zu $\frac{3v}{4nc} + \frac{3v^2}{4ncg}$. Indem alſo die Kugel durch den unendlich kleinen Raum $Mm = dx$ fortgehet, ſo wird ſeyn:

$$dv = \frac{-3dx}{4nc} \left(v + \frac{vv}{g}\right)$$

oder

oder $\frac{3dx}{4nc} = \frac{-gdv}{gv+vv} = \frac{-dv}{v} + \frac{dv}{g+v}$

welche gehöriger maſſen integrirt giebt.

$$\frac{3x}{4nc} = l\,\frac{b(g+v)}{v(g+b)}$$

oder wenn e für die Zahl angenommen wird, deren hyperboliſcher Logarithmus $=1$, ſo wird

$$e^{3x:4nc} = \frac{b(g+v)}{v(g+b)}$$

oder $e^{3x:4nc}\,bv + e^{3x:4nc}\,gv = bg + bv$,

woraus man erhält $g = \frac{(e^{3x:4nc}-1)\,bv}{b - e^{3x:4nc}\,v}$,

wobey zu merken, daß wenn $\frac{3x}{4nc}$ ein ſehr kleiner Bruch, alsdenn beynahe ſey

$$e^{3x:4nc} = 1 + \frac{3x}{4nc} + \frac{9xx}{2.16\,n^2c^2} + \&c.$$

In den von dem Autore angeführten Exempeln war nun, weil die Kugel von Bley geweſen, $n=9647$, und der Diameter der Kugel

 $c=$

$c = \frac{3}{4}$ Zoll. Ferner hatte die Kugel anfänglich eine Geſchwindigkeit von 1670 Engl. Schuhen in einer Secunde, dahero $b = 41990$ Rheinl. Schuhe oder 42190 Engl. Schuhe. Wir wollen hierzu das zweyte Exempel des Autoris in Betrachtung ziehen, worinne die Kugel, nachdem dieſelbe einen Weg von 100 Schuhen durchgelaufen, noch eine Geſchwindigkeit von 1425 Schuhen in einer Secunde behalten. Alſo verhält ſich $\sqrt{b} : \sqrt{v} = 1670 : 1425$; und $b : v = 103 : 75$ bey nahe. Hernach da $x = 100$ Schuh, ſo wird $\frac{3x}{4nc} = 0,12436$: folglich

$$e^{\frac{3x}{4nc}} = 1,13242 \text{ und dahero wird}$$

$$g = \frac{0,13242 . 75}{103 - 75 . 1,13242} b = \frac{9,93150}{18,86758} b$$

oder da $b = 41990$ Rheinl. Schuhe, ſo wird

$g = 22102$ Rheinl. Schuhe.

Im dritten Exempel war $\sqrt{b} = 1690$ Schuh. $x = 150$ Schuh, und $\sqrt{v} = 1300$ Schuh, dahero $\frac{3x}{4nc} = 0,18654$, und

$$e^{3x : 4nc} = 1,20507 \text{ und folglich}$$

$g =$

$$g = \frac{0,20507.\, v}{b - 1,20507.\, v}\, b.$$

Da nun

$Vb : Vv = 13 : 10$ und $b : v = 169 : 100$

ſo wird $g = \frac{20,507}{48,493}\, b.$

Es iſt aber $b = 42981$ Rheinl. Schuh, und wird alſo $g = 18176$ Rheinl. Schuh.

Wir wollen nun den Werth von g noch aus dem 4ten Experiment unterſuchen, in welchem, wie in den vorhergehenden war $c = \frac{3}{4}$ Zoll, und $n = 9647$. Die Geſchwindigkeit der Kugel in A aber war $Vb = 1180$ Schuh, und nachdem dieſelbe den Raum $x = 225$ Schuh durchlauffen, war $Vv = 950$ Schuh. Hieraus wird $\frac{3x}{4nc} = 0,27986$.

und alſo $e^{3x:4nc} = 1,32294$. folglich

$$g = \frac{0,32294\, v}{b - 1,32294\, v}\, b.$$

Es iſt aber $b : v = 13924 : 9025$ und dahero wird

$$g = \frac{2914,5335}{1984,4665}\, b.$$

Nun aber iſt hier $b = 20958$ Rheinl. Schuh, derowegen wird $g = 30781$ Rheinl. Schuh.

Aus dieſen drey Experimenten des Autoris haben wir alſo drey verſchiedene Werthe für den Buchſtaben g bekommen, nehmlich

$$\left.\begin{array}{l} \text{I. } g = 22102 \\ \text{II. } g = 18176 \\ \text{III. } g = 30781 \end{array}\right\} \text{Rheinl. Schuh.}$$

wenn man nun zwiſchen dieſen ein Mittel nimmt, ſo kommt heraus $g = 23686$. Da aber in dem dritten die Kugel einen weit gröſſern Weg, als in den beyden andern beſchrieben, und auch der Unterſcheid zwiſchen den Geſchwindigkeiten in A und M gröſſer geweſen; ſo hat die Unrichtigkeit der Ausmeſſungen in dem letzten Experiment keinen ſo groſſen Einfluß haben können, als in den andern, und dahero ſcheinet der letzt gefundene Werth des g der Wahrheit am meiſten gemäß zu ſeyn. Weil man aber doch Urſache zu vermuthen hat, daß derſelbe noch etwas zu groß iſt, die Höhe einer natürlichen Luft-Säule aber, welche der elaſtiſchen Kraft der Luft gleich iſt, etwas kleiner gefunden wird; ſo ſcheinet der Wahrheit gemäß zu ſeyn, daß dieſer Buchſtabe g dieſer Höhe accurat gleich ſey. Wir haben aber oben dieſe Höhe etwas zu groß angeſetzt, weil wir daſelbſt die Luft 864 mahl leichter, als das Waſſer genommen haben. Wenn wir alſo einer Queckſilber-Säule, deren Gewicht der Elaſticität der Luft gleich iſt, 30 Engliſche Zoll oder $2\frac{1}{2}$ Schuh annehmen, das

Queck-

Queckſilber aber 13,575 mahl ſchwehrer, als Waſſer, und 11538 mahl ſchwehrer, als Luft ſetzen; ſo kommt die Höhe einer natürlichen Luft-Säule, deren Gewicht der Elaſticität der Luft gleich iſt, = 28845 Engliſche, oder 27979 Rheinl. Schuh, und alſo werden wir uns am allerwenigſten von der Wahrheit entfernen, wenn wir für g dieſe Höhe annehmen. Da wir nun bisher den Buchſtaben h für dieſe Höhe gebraucht haben, welcher folglich dieſen Werth haben wird

h = 28845 Engl. Schuh oder
h = 27979 Rheinl. Schuh.

ſo wird $g = h$, und dahero iſt der Wiederſtand einer Kugel gleich dem Gewicht einer gleich dicken Luft-Säule, deren Höhe = $\frac{1}{2}v + \frac{1}{2h}vv$. Die wiederſtehende Kraft der Luft, welche hier durch $\frac{1}{2} + \frac{v}{2h}$ ausgedrückt wird, iſt alſo um ſo viel gröſſer, je geſchwinder ſich die Kugel bewegt, und das faſt nach eben der Regel, welche der Autor gegeben. Nach unſerer Regel beträgt die Geſchwindigkeit der Kugel, deren Wiederſtand dreymahl gröſſer iſt, als nach der gemeinen, 1870 Rheinl. oder 1926 Engl. Schuh. Der Autor ſcheinet zwar der Meynung zu ſeyn, als wenn dieſes ſchon bey einer Geſchwindig-

keit von 1700 Schuhen in 1″ geſchähe, der Unterſcheid iſt aber bey ſo vielen Unrichtigkeiten, welchen die Verſuche unterworfen ſind, nicht ſo groß, daß derſelbe in Betrachtung gezogen zu werden verdiente. Im übrigen bekräftiget dieſe Uebereinſtimmung der Buchſtaben g und b die Wahrheit unſerer Formul nicht wenig, weil man vorher hätte ſehen können, daß der gefundene Zuſatz $\frac{1}{2h}vv$ durch die Elaſticität der Luft beſtimmet werden müßte. Denn da dieſe Vermehrung des Wiederſtands, theils von der Verdickerung der Luft vor der Kugel, theils von der Verdünnerung hinter derſelben herkommt, dieſe beyden Umſtände aber auf der Elaſticität der Luft beruhen; ſo kann die gedachte Vermehrung keiner andern Urſache, als der Elaſticität der Luft, zugeſchrieben werden. Man ſiehet auch ferner, daß je gröſſer die Elaſticität der Luft iſt, je geringer die entſtehende Verdickerung vor der Kugel, und die Verdünnerung hinter derſelben ſeyn müſſe; indem alsdenn die Luft mehr Kraft hat, ſich mit der umliegenden ins Gleichgewicht zu ſetzen. Hieraus folget alſo, daß je gröſſer die Elaſticität der Luft iſt, je kleiner der Zuwachs des Wiederſtands werden, und daß derſelbe, wenn die Elaſticität unendlich groß wäre, völlig verſchwinden müſſe. Eben dieſes weiſet auch die gefundene Formul

$\frac{1}{2}v + \frac{1}{2h}vv$, in welcher der Zuſatz $\frac{1}{2h}vv$, um ſo viel kleiner wird, je gröſſer man die Höhe b, wodurch die Elaſticität der Luft ausgemeſſen wird, annimmt; und wenn b gar unendlich groß geſetzt werden ſolte, ſo würde das Glied $\frac{1}{2b}vv$ gänzlich verſchwinden, wie ſolches die Natur der Sache zu erkennen giebt. Eben dieſe Eigenſchaften würden zwar auch Statt finden, wenn man für g an Statt b, entweder $2b$ oder $3b$, oder auch $\frac{1}{2}b$ ſetzen ſolte; allein es iſt aus den obigen Rechnungen leicht zu ſehen, daß um den Experimenten ein Genügen zu leiſten, für g weder $\frac{1}{2}h$ noch $2b$, noch vielweniger $3b$ angenommen werden könne. Dahero dieſe Simplicität, daß juſt die Höhe b dem Werth von g am nächſten gekommen, die Gewißheit unſerer gefundenen Formul um ſo vielmehr beſtärket, indem dergleichen Ausdrücke der Natur immer am meiſten gemäß befunden werden. Wenn alſo dieſe unſere Regel um den Wiederſtand der Luft zu beſtimmen, mit der Wahrheit gänzlich übereinſtimmt, ungeachtet dieſelbe hier bloß aus der Erfahrung hergeleitet worden; ſo iſt doch kein Zweifel, daß man dieſelbe nicht auch aus der Theorie allein ſolte heraus bringen können. Und da man von der Wahrheit derſelben zum voraus verſichert

iſt,

iſt, ſo kann die Betrachtung derſelben nicht wenig zu einer vollkommenern Erkenntniß der Natur und wahren Urſache des Wiederſtands, als welche, wie aus dem obigen zur Gnüge erhellet, noch ſehr unvollſtändig iſt, beytragen.

IV. Satz.

Wie man die Geſchwindigkeit, mit welcher Mußketen- und Canonen-Kugeln durch Hülfe der gewöhnlichen Ladung Pulver heraus geſchoſſen werden, beſtimmen ſoll?

Aus den in dem 7ten Satz des erſten Capitels angeſtellten, und durch die folgenden Verſuche bekräftigten Rechnungen erhellet, daß eine bleyerne Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter und $1\frac{1}{3}$ Unzen Avoirdupoiſe am Gewicht, wenn dieſelbe mit dem halben Gewicht Pulver aus einem Lauf, der 45 Zoll lang iſt, heraus geſchoſſen wird, eine ſolche Geſchwindigkeit erhalte, mit welcher dieſelbe nach einer gleichförmigen Bewegung 1700 Schuh in einer Secunde zurück legen würde.

Wenn man, anſtatt einer bleyernen Kugel, eine eiſerne von gleicher Gröſſe und unter gleichen Umſtänden in den Lauf laden, und mit der vorigen Ladung Pulver herausſchieſſen ſolte; ſo

würde

würde dieſe eiſerne Kugel eine gröſſere Geſchwindigkeit erhalten, als die bleyerne, und das nach der Verhältniß der Quadrat-Wurzeln aus der Schwehre des Bleys zur Schwehre des Eiſens. Wenn wir nun dieſe Verhältniß ſetzen wie 3 zu 2, und nach den an dem angeführten Ort gegebenen Regeln die Rechnung anſtellen; ſo wird man finden, daß eine eiſerne Kugel, ſo 24 Pfund ſchwehr, wenn dieſelbe aus einem Stück, deſſen Seele 10 Schuh lang, mit 16 Pfund Pulver geſchoſſen wird, dadurch eine ſolche Geſchwindigkeit erhalten werde, womit dieſelbe, nach einer gleichförmigen Bewegung, beynahe 1650 Schuh in einer Secunde durchlaufen könnte.

Dieſes iſt alſo die Geſchwindigkeit, welche eine Canon-Kugel von 24 Pfund nach unſerer Theorie erhalten muß, wenn dieſelbe mit voller Ladung heraus geſchoſſen wird. Wenn man aber an ſtatt dieſer Ladung Pulver, welche $\frac{2}{3}$ des Gewichts der Kugel austrägt, nur die Helfte des Gewichts der Kugel, nehmlich 12 Pfund laden ſolte; ſo wird nach eben dieſen Regeln die Geſchwindigkeit der Kugel in einer Secunde nicht mehr, als 1490 Schuh austragen. Eben dieſe Geſchwindigkeit wird auch bey allen kleinern Kugeln Statt finden, woferne dieſelben nur mit einer ähnlichen Ladung Pulver geſchoſſen werden, und die Länge des Laufs zum Diameter der Kugel beſtändig einer-

ley

ley Verhältniß behält. Ob man aber gleich in der Artillerie bey den kleinern Stücken, dieſe Verhältniß zwiſchen der Länge der Seele, und dem Diameter der Kugel, nicht zu beobachten pflegt; ſo iſt doch der Unterſcheid nicht ſo groß, daß die hier beſtimmte Geſchwindigkeit viel von der Wahrheit abweichen könnte, welches vermittelſt der Rechnung ein jeder leicht befinden wird.

Wir ſetzen aber bey dieſen Beſtimmungen zum voraus, daß der Spielraum nicht gröſſer ſey, als eben nöthig iſt, die Kugel in den Lauf leicht hinein zu bringen, ungeachtet es in der That entweder aus Unachtſamkeit oder Unwiſſenheit öfters zu geſchehen pflegt, daß der Diameter der Mündung, den Diameter der Kugel ſo ſehr überſchreitet, daß ein groſſer Theil der forttreibenden Gewalt des Pulvers an den Seiten heraus dringt: und in dieſem Fall mag freylich die Geſchwindigkeit der Kugel ſehr merklich kleiner ſeyn, als wir hier beſtimmet haben. Inzwiſchen iſt es doch wahrſcheinlich, daß ein guter Theil dieſes Verluſts durch den Zuwachs der gröſſeren Hitze, womit, wie oben in dem ſechsten Satz angemerket worden, dergleichen groſſe Ladungen Pulver, allem Anſehen nach, begleitet ſind, erſetzet werde.

Zuſatz.

Die Betrachtung dieſer hier beſtimmten erſtaunlichen Geſchwindigkeit der Canonen-

Schüſſe,

Schüſſe kann dienen, um eine Schwierigkeit aufzulöſen, wodurch verſchiedene Autores, welche über die gemeine Lehre der Artillerie geſchrieben haben, ſind veranlaſſet worden, auf eine ganz auſſerordentliche und ungereimte Meynung zu verfallen. Dieſe Schwierigkeit, wovon ich rede, beſtehet in dem ſogenannten Kernſchuß, oder der Weite, durch welche die Kugel ſich nach einer geraden Linie, wie man ſich die Sache vorzuſtellen pflegt, bewegen ſoll. Unſer Anderſon hatte durch viele Verſuche befunden, daß die Bahn der Kugeln und Bomben im erſten Anfang ihrer Bewegung nicht ſo viel gekrümmet war, als dieſelbe nach den Grundſätzen des Galilæi, wenn man mit denſelben die Weite des Schuſſes in Vergleichung ziehet, hätte ſeyn ſollen. Um nun dieſen Umſtand nach ſeiner Theorie zu erklären, ſo hat er geglaubt, daß bey einem jeglichen Schuſſe die Kugel durch eine gewiſſe Weite von der Mündung des Stücks in einer geraden Linie fortgehe, und daß die Kraft der Schwehre auf dieſelbe inzwiſchen keine Würkung habe. Durch dieſes Mittel dachte er die Lehre von der paraboliſchen Bewegung zu retten, und ſtimmte zugleich der gemeinen Meynung, welche die practiſchen Scribenten überhaupt hierüber gegeben, bey. Wenn man aber gleich dieſe Beobachtung auf keine beſſere Art erklären könnte, ſo würde doch, verhoffentlich nicht nö-

thig ſeyn, eine ſo ungereimte Meynung, dergleichen die Aufhebung der Kraft der Schwehre iſt, zu wiederlegen. In der That aber hat ſich der Anderſon darinn betrogen, daß er nicht gewußt, wie ſehr die erſte Geſchwindigkeit der ſchwehrſten Canonen-Schüſſe durch den Wiederſtand der Luft währender Bewegung verändert wird. Hieraus iſt es auch nicht ſchwehr, die gemeine Meynung der practiſchen Artilleriſten zu erklären, wenn dieſelben behaupten: daß eine jede Canonen-Kugel auf eine gewiſſe Weite von dem Stück in einer geraden Linie fortgehe, welche eingebildete Weite ſie den Kern-Schuß zu nennen pflegen. Denn hierzu haben wir nicht mehr nöthig, als darzuthun, daß in dieſer alſo beſtimmten und benannten Weite die Abweichung der Bahn, worinn ſich die Kugel bewegt, von einer geraden Linie ſo geringe iſt, daß ſie dieſelbe nach ihrer Art nicht zu bemerken vermögend ſind. Da nun eine Kugel von 24 ℔, welche mit einer Ladung von $\frac{2}{3}$ ihres Gewichts Pulver geſchoſſen wird, in einer Weite von 1500 Schuhen von dem Stück, nicht mehr von ihrer erſten Richtung, als um einen Winkel, ſo nur etwas wenig gröſſer iſt, als ein halber Grad, abweicht; ſo werden diejenigen, denen die ungewiſſen Methoden, nach welcher die Stücke öfters gerichtet zu werden pflegen, leicht erkennen, daß eine ſo geringe Abweichung als dieſe

iſt,

iſt, von dem gemeinen Haufen der Artilleriſten nicht wohl bemerket werden könne, und daß dieſelben folglich dieſen Theil der Bahn, in welcher ſich die Kugel bewegt, unfehlbar als eine gerade Linie anſehen müſſen: inſonderheit da noch öfters andere Fehler mit unterlaufen, welche vielmehr austragen, als die Krümmung dieſer Linie, welche von der Kraft der allgemeinen Schwehre verurſachet wird.

In dieſem Satz iſt alſo die Geſchwindigkeit der Kugel, ſo wohl wenn die Ladung an Pulver zwey Drittel ihres Gewichts, als wenn dieſelbe nur die Helfte austrägt, beſtimmet worden. Ich muß aber bey dieſer Gelegenheit erinnern, daß nach den Gründen unſerer Theorie, welche in dieſer Abhandlung feſt geſetzet worden, wenn die Ladung immer gröſſer angenommen wird, die Geſchwindigkeit der Kugel dadurch nur biß auf einen gewiſſen Grad vermehret werden könne; dergeſtalt, daß man für einen jeglichen Fall eine gewiſſe Gröſſe der Ladung anzeigen kann, durch welche die Kugel am geſchwindeſten fortgetrieben wird: und wenn man noch mehr Pulver laden ſollte, daß alsdenn die Geſchwindigkeit der Kugel geringer ſeyn würde. Dieſe Ladung, welche der Kugel die gröſte Geſchwindigkeit mittheilet, und die Verhältniſſe dieſer Geſchwindigkeit zu denjenigen, welche von groſſern oder kleinern Ladungen herkommen, kann folgender Geſtalt ausfündig gemacht werden.

Man ſtelle ſich die Linie AB (Fig. 22.) als die Axe des Stücks vor, und ziehe darauf die Perpendicular-Linie AC: zwiſchen dieſen Linien AC und AB, als den Aſymtoten, beſchreibe man eine Hyperbel LEF, und ziehe die Linie BF parallel mit AC. Hierauf finde man das Punkt D, wo das Viereck ADGE gleich wird dem hyperboliſchen Raum DEFB; alsdenn wird die Linie AD die Höhe der Ladung anzeigen, welche der Kugel die allergröſte Geſchwindigkeit mittheilet. Da ſich nun, wie aus der Lehre von den Logarithmis bekannt iſt, AD zu AB verhält, wie 1, zu 2,71828; ſo wird aus der Länge die Linie AD, welche ſolchergeſtalt gefunden worden, und aus der Weite der Mündung, die Menge des Pulvers, ſo zu dieſer Ladung erfordert wird, leicht beſtimmet werden können.

Wenn man aber an ſtatt dieſer Ladung eine andere annimmt, welche in der Höhlung des Stücks den Raum AI einnimmt; ſo ziehe man IH mit AC parallel, und beſchreibe durch das Punckt H zwiſchen den vorigen Aſymtoten AB und AC eine Hyperbel HK. Wenn dieſes geſchehen, ſo wird ſich die gröſte Geſchwindigkeit zu der Geſchwindigkeit, welche der Kugel durch dieſe Ladung AI eingedruckt wird, verhalten, wie die Quadrat-Wurzel aus dem Viereck AE, zu der Quadrat-Wurzel aus einem Raum, welcher entſteht,

wenn

wenn man von dem Viereck AE die dreylinichte Figur HEK wegnimmt. Alles dieſes folget leicht aus den Grundſätzen, welche in dem ſiebenden Satz des erſten Kapitels feſt geſetzet worden.

I. Anmerkung.

Nachdem der Autor im erſten Kapitel nur die Geſchwindigkeit von kleinen Mußketen Kugeln ausgerechnet, und durch die Erfahrung vermittelſt ſeines Penduli beſtätiget hatte, ſo ziehet derſelbe allhier die Canonen-Kugeln in Betrachtung; und da die Geſchwindigkeit derſelben nicht durch die vorher gebrauchte Maſchine beſtimmt werden kann, ſo begnügt er ſich, dieſelbe bloß allein aus ſeiner Theorie heraus zu bringen. Denn, weil bey kleinen Kugeln ſich kein merklicher Unterſcheid zwiſchen der Theorie und der Erfahrung geäußert, ſo konnte er mit dem gröſten Grunde vermuthen, daß die Theorie auch bey groſſen Kugeln mit der Erfahrung übereinſtimmen würde. Und ob zwar gleich der Spielraum in Canonen nach Proportion weit gröſſer iſt, als in Mußketen, und dadurch folglich vielmehr von der forttreibenden Gewalt des Pulvers verlohren geht; ſo iſt hinwiederum bey Canonen-Schüſſen die Erhitzung, welche durch die Entzündung des Pulvers verurſachet wird, ſeiner Meynung nach gröſſer, als in kleinen Schießgewehren:

und da hierdurch die forttreibende Kraft des Pulvers vermehret wird, ſo mag durch dieſen Zuwachs der Gewalt, der gedachte Abgang ungefehr erſetzet werden. Wir haben ſchon oben bemerket, wie viel Umſtände der Autor in Berechnung der Geſchwindigkeit der Kugel aus der Acht gelaßen. Da aber dieſelben hauptſächlich bey Unterſuchung der Natur und der wahren Kraft des Pulvers in Betrachtung gezogen werden müſſen; ſo kann es zu dem gegenwärtigen Endzweck genug ſeyn, eine ſolche Formul, wodurch die Geſchwindigkeit der Kugel ausgedruckt wird, zu erwehlen, welche mit der Experientz bey kleinern Kugeln übereinſtimmend befunden worden, wenn in derſelben auch gleich nicht auf alle Umſtände geſehen wird. Denn es iſt zu vermuthen, daß eine ſolche Regel, welche für kleine Kugeln der Wahrheit gemäß gefunden worden, auch für groſſe Kugeln nicht ſo ſehr von der Wahrheit abweichen werde: inſonderheit da man in dieſem Stück keine vollkommene Erkenntniß hoffen kann.

Wir wollen alſo hierzu die in der Anmerkung zu dem letzten Satz des vorigen Kapitels gegebene Formul gebrauchen, als welche keine weitläuftige Rechnung erfordert, und für kleine Kugeln faſt eben diejenige Geſchwindigkeit gibt, welche durch die Erfahrung befunden worden. Da ſich aber in derſelben zwey

Buch-

Buchſtaben m und n befinden, welche auf der Güte des Pulvers beruhen; ſo wollen wir dafür diejenigen Werthe anſetzen, welche das Gouvernements-Pulver, ſo der Autor gebrauchet, denſelben beyleget, es wird alſo ungefehr $m = 244$ und $n = 850$. Dieſes vorausgeſetzt, ſo ſey die Länge des ganzen Laufs $= a$, die Länge des Raums hinter der Kugel, welcher mit Pulver ausgefüllt wird, $= b$, und k die Höhe einer Luft-Säule, ſo dem Gewicht der Kugel gleich iſt, und h die Höhe einer Luft-Säule, welche die Elaſticität der Luft ausmißt, dergeſtalt, daß $h = 27980$ Rheinl. Schuh, wie wir befunden. Endlich ſey v die Höhe, aus welcher ein fallender Körper eben diejenige Geſchwindigkeit erlanget, mit welcher die Kugel heraus getrieben wird, und da hatten wir dieſe Vergleichung gefunden (p. 408)

$$v = \frac{244\beta b h}{k + 425 b}\, l\, \frac{800a - 396b}{404b}.$$

Es iſt aber nach dem Autore $244\beta = 1000$, und wenn wir in dem Bruch $\frac{800a - 396b}{404b}$ für die Zahlen 396 und 404 die runde Zahl 400 ſetzen, als wodurch der Werth dieſes Bruchs nicht merklich verändert wird; ſo bekommen wir

$$v = \frac{1000\,bh}{k+425\,b}\,l\,\frac{2a-b}{b}.$$

Setzt man nun hier für des Autoris erſtes Experiment $a = 45$ Zoll, $b = 2\frac{5}{8}$ Zoll. $k = 4900$ Zoll; ſo kommen für die Geſchwindigkeit der Kugel 1684 Engliſche Schuh in einer Secunde, welches mit der Wahrheit ziemlich genau übereinſtimmt. Wenn nun c für den Diameter der Kugel, und die Materie der Kugel n mahl ſchwehrer iſt, als die Luft, ſo wird $k = \frac{2}{3}\,nd$. Da nun das Gewicht des Pulvers iſt $= 850\,b$, ſo wird ſich das Gewicht der Kugel zum Gewicht der Ladung verhalten, wie k zu $850\,b$. Es ſey alſo das Gewicht der Kugel $=$ P, das Gewicht der Ladung $=$ Q, ſo wird ſeyn $k : 850\,b = P : Q$ und alſo $k : b = 850\,P : Q$. Derowegen, da in den Schüſſen die Verhältniß zwiſchen dem Gewicht der Kugel und des Pulvers gegeben zu werden pflegt, ſo entſpringet hieraus dieſe Æquation:

$$v = \frac{1000\,Qh}{425\,(2P+Q)}\,l\,\frac{2a-b}{b}$$

oder da $b = 27980$ Rheinl. Schuh, ſo wird

$$v = \frac{65700\,Q}{2P+Q}\,l\,\frac{2a-b}{b}\ \text{Rheinl. Schuh.}$$

Ferner da $k = \frac{2}{3}\,nc$, ſo wird $P : Q = \frac{2}{3}\,nc : 850\,b$

$= nc$

$= nc : 1275\, b$ folglich $b = \frac{nQc}{1275P}$; und wird alſo b durch den Diameter der Kugel c beſtimmt. Es pflegt aber auch die Länge des Stücks a in ſolchen Diametern ausgedruckt zu werden, wenn wir alſo ſetzen, daß $a = ic$, ſo wird $a : b = i : \frac{nQ}{1275P} = 1275iP : nQ$ und alſo wird

$$v = \frac{65700Q}{2P+Q}\, l\, \frac{2550\, iP - nQ}{nQ} \text{ Rl. Schuh.}$$

Wenn nun, wie für die Canonen zu ſeyn pflegt, die Kugel von Eiſen iſt; ſo wird $n = 6647$ oder 6650, dahero für eiſerne Kugeln ſeyn wird:

$$v = \frac{65700Q}{2P+Q}\, l\, \frac{51iP - 133Q}{133Q} \text{ Rhl. Schuh.}$$

Wenn alſo die Ladung Q halb ſo ſchwer genommen wird, als die Kugel P, ſo bekommen wir

$$v = 13140\, l\, \frac{102i - 133}{133} \text{ Rheinl. Schuh.}$$

Beträgt aber die Ladung Q, $\frac{2}{3}$ des Gewichts der Kugel P ſo wird

$$v = 16425\, l\, \frac{153i - 266}{266}. \text{ Rheinl. Schuh.}$$

und dieſe zwey Fälle werden hier von dem Autore in Betrachtung gezogen. Wir wollen aber noch über dieſes ſetzen, daß die Ladung Q drey Viertel des Gewichts der Kugel ausmache, ſo wird

$$v = 17918\, l\, \frac{204i - 399}{399}$$ Rheinl. Schuh.

Und wenn endlich die Ladung Q an Pulver dem Gewicht der Kugel ſelbſt gleich genommen wird, ſo bekommt man

$$v = 21900\, l\, \frac{51i - 133}{133}.$$

Der Autor betrachtet ferner nur die Schüſſe einer halben Carthaune, indem er das Gewicht der Kugel 24 ℔ ſetzt; wir wollen aber hier aus dieſen Formuln die Geſchwindigkeit der Kugeln für alle gebräuchliche Arten der Stücke ausrechnen. Hier kommen alſo erſtlich vor die ganzen Carthaunen, aus welchen 48 pfündige Kugeln geſchoſſen werden, in denſelben pflegt $i = 18$ zu ſeyn. Hernach folgen die drey Viertel-Carthaunen, welche Kugeln von 36 ℔ ſchieſſen, in dieſen iſt gemeiniglich $i = 20$. Drittens kommen die halben Carthaunen, ſo 24pfündige Kugeln ſchieſſen, und in welchen $i = 24$. In Viertel-Carthaunen von 12 pfündigen Kugeln iſt $i = 26$, in Achtel-Carthaunen oder 6 pfündi-

gen Kugeln iſt $i = 27$. In Regiments-Stücken iſt aber ſelten i mehr, als 18. Außer dieſen pflegen noch andere Arten Stücke gebraucht zu werden, als da ſind die ganzen Feldſchlangen, aus welchen 18 pfündige Kugeln geſchoſſen werden, in dieſen iſt $i = 30$; für halbe Feld-Schlangen iſt $i = 32$; für Viertel oder vielmehr Drittel-Feldſchlangen, weil die Kugeln 6 Pfund wägen, iſt $i = 34$. In Quartier-Feldſchlangen oder Falkonets iſt $i = 36\frac{1}{2}$ in halben Falkonets iſt $i = 38$, und in den Serpentineln iſt $i = 40$. Aus allen dieſen verſchiedenen Arten von Stücken wird alſo die Kugel mit einer ſolchen Geſchwindigkeit heraus geſchoſſen, als die nachfolgende Tabelle ausweiſet, welche aus 4 Columnen beſteht. Die erſte gilt, wenn das Gewicht der Ladung halb ſo groß iſt, als das Gewicht der Kugel; die andere, wenn die Ladung $\frac{2}{3}$ des Gewichts der Kugel austrägt; die dritte iſt für die Ladung, welche $\frac{3}{4}$ des Gewichts der Kugel ausmacht, und die vierte, wenn die Ladung der Kugel gleich iſt. Die Geſchwindigkeit iſt endlich in Rheinl. Schuhen ausgedruckt, ſo viel die Kugel in einer Secunde durchlaufen würde.

Halbe

	h. Lad.	$\frac{2}{3}$ Lad.	$\frac{3}{4}$ Lad.	g. Lad.	i
ganze Carth.	1447	1515	1535	1559	18
3 viert. Carth.	1479	1554	1577	1612	20
halbe Carth.	1532	1618	1647	1697	24
viertel Carth.	1554	1645	1676	1733	26
achtel Carth.	1565	1657	1690	1749	27
Reg. Stück	1447	1515	1535	1559	18
g. Feld-Schl.	1593	1692	1727	1794	30
h. Feld-Schl.	1610	1712	1749	1821	32
dr. Feld-Schl	1626	1731	1769	1845	34
Falkonets	1642	1749	1788	1868	36
h. Falkonets	1656	1766	1806	1889	38
Serpentinel	1669	1781	1823	1909	40

Aus dieſem Täflein ſieht man alſo, daß, wenn die Ladung zum Gewicht der Kugel einerley Verhältniß hat, alsdenn die Geſchwindigkeit der Kugel um ſo viel gröſſer heraus komme, je mehrmahl der Diameter der Kugel in der Länge des Stücks enthalten iſt. Alſo treibet eine ganze Carthaune ihre Kugel mit einer geringeren Geſchwindigkeit heraus, als eine halbe Carthaune, welches denen Artilleriſten, welche von dem Wiederſtand der Luft keinen rechten Begrif haben, unglaublich und ungereimt vorkommen wird. Denn da durch die Erfahrung bekannt iſt, daß unter einerley Rich-

Richtung der Schuß einer ganzen Carthaune weiter reicht, als einer halben; ſo ſcheinet daraus zu folgen, daß auch die Kugel der ganzen Carthaune eine gröſſere Geſchwindigkeit haben müſſe, als einer halben. Dieſer Schluß würde ſeine völlige Richtigkeit haben, wenn entweder der Wiederſtand der Luft gar nicht vorhanden, oder doch nicht merklich wäre, wie man insgemein dafür zu halten pflegt: denn alsdenn müßte auch ohne Zweifel ein Schuß unter einerley Richtung des Stücks um ſo viel weiter reichen, je gröſſer die Geſchwindigkeit wäre, mit welcher die Kugel heraus getrieben wird. Weil aber der Wiederſtand der Luft ſo erſtaunlich groß iſt, wie allbereit dargethan worden, und derſelbe inſonderheit von der Größe der Kugel abhängt; ſo iſt es möglich, daß eine gröſſere Kugel weiter reicht, als eine kleinere, wenn auch jener anfänglich eine kleinere Geſchwindigkeit eingedruckt worden, als dieſer. Um dieſes begreiflicher zu machen, ſo iſt zu merken, daß die Würkung des Wiederſtands nicht ſo wohl aus der Größe deſſelben ſelbſt, als aus der Verhältniß deſſelben zum Gewicht der Kugel beurtheilet werden müße. Wenn wir uns alſo zwey Kugeln von gleicher Materie vorſtellen, wovon die erſte dem Diameter nach zweymahl ſo groß ſeyn ſoll, als die andere; ſo wird das Gewicht der erſten acht mahl gröſſer ſeyn, als der andern. Ob nun

gleich der Wiederſtand der erſten viermahl gröſſer iſt, als der anderen, wenn ihre Geſchwindigkeiten einander gleich ſind, indem der Wiederſtand ſich nach den Oberflächen, oder nach den Quadraten der Diametrorum richtet; ſo wird doch die Würkung des Wiederſtands der erſten Kugel ſich zur andern verhalten, nicht wie 4 zu 1, ſondern wie $\frac{4}{8}$ zu $\frac{1}{1}$, folglich wird die Würkung des Wiederſtands in der erſten und gröſten Kugel nur halb ſo groß ſeyn, als in der andern. Hieraus erhellet nun, daß wenn dieſe beyden Kugeln mit einerley Geſchwindigkeit und Richtung geworfen würden, die erſtere nothwendig viel weiter reichen würde, als die andere: und wenn beyde gleich weit gehen ſollten, ſo würde die gröſſere anfänglich einen kleinern Grad der Geſchwindigkeit gehabt haben, als die kleinere. Dieſer Unterſcheid iſt auch, wie aus dem folgenden mit mehrerem erhellen wird, ſo groß, daß ſich daraus gar leicht begreifen läßt, wie eine gröſſere Kugel unter einerley Richtung weiter getrieben werden könne, als eine kleinere, ungeachtet jene anfänglich keine ſo groſſe Geſchwindigkeit gehabt, als dieſe.

Der Autor betrachtet nur eine eiſerne 24 pfündige oder halbe Carthaunen-Kugel, und gibt derſelben, wenn die Ladung 16 ℔ iſt, eine Geſchwindigkeit von 1650 Schuhen in 1″, welches ziemlich genau mit unſerer Beſtimmung

nung übereintrift; denn die Tabelle weiſet für dieſen Fall 1618 Rheinl. Schuh, welches 1666 engliſche Schuh beträgt. Wenn aber die Ladung nur halb ſo ſchwehr iſt, als die Kugel, nehmlich von 12 ℔; ſo ſetzt der Autor die Geſchwindigkeit nur von 1490 Engl. Schuhen in 1″, da wir für dieſen Fall 1532 Rheinl. oder 1577 Engl. Schuh gefunden. Es iſt aber zu merken, daß der Autor die Geſchwindigkeit nach einer ſolchen Regel gerechnet, in welcher alle nöthige Umſtände, welche ſich bey Entzündung des Pulvers ereignen, aus der Acht gelaſſen worden. Die Regel, deren ſich derſelbe bedient, iſt in dieſer Formul enthalten:

$$v = \frac{1000\,bh}{k}\,l\,\frac{a}{b}$$

oder, wenn die Gewichte der Ladung und der Kugel eingeführet werden, in dieſer

$$v = \frac{32850\,Q}{P}\,l\,\frac{1275\,i\,P}{n\,Q}\ \text{Rheinl. Schuh.}$$

wo P, Q, *n* und *i* eben die Werthe haben, welche denſelben in unſerer Formul beygeleget worden. Wenn alſo die Kugel von Eiſen iſt, ſo iſt nach des Autoris Regel

$$v = \frac{32850\,Q}{P}\,l\,\frac{51\,i\,P}{266\,Q}$$

und

und wenn die Ladung Q halb ſo groß iſt, als das Gewicht der Kugel P; ſo wird

$$v = 16425 \; l \, \frac{51 i}{133}.$$

Wenn nun hier $i = 24$ geſetzt wird, wie in den halben Carthaunen zu ſeyn pflegt; ſo findet man die Geſchwindigkeit der Kugel = 1509 Rheinl. oder 1554 Engl. Schuh in einer Secunde, welches von des Autoris Rechnung ziemlich unterſchieden iſt. Wenn nun kein Druckfehler in des Autoris Zahl eingeſchlichen iſt; ſo mag der Unterſchied außer den Buchſtaben *b* und *k*, welche der Autor etwas anders beſtimmet, inſonderheit daher rühren, daß wir hier den Diameter der Kugel dem Diameter der Mündung des Stücks gänzlich gleich geſetzet haben, da ſich doch dazwiſchen wegen des Spielraums ein kleiner Unterſcheid befindet. Weil ſich aber wegen ſo vieler andern Umſtände hierinn nichts genaues beſtimmen läßt; ſo haben wir nicht nöthig erachtet, dieſen Umſtand in Betrachtung zu ziehen, und dadurch die Rechnung beſchwerlicher zu machen. Die Haupt-Urſache aber des Unterſcheids zwiſchen des Autoris und unſerer Formul ſteckt darinn, daß derſelbe die gröbere Materie des Pulvers, welche theils mit in Bewegung geſetzt werden muß, theils den Raum der zuſammen gepreßten Luft vermin-

dert,

dert, gar nicht in Betrachtung gezogen hat. Der erſtere Umſtand, daß dieſe gröbere Materie mit in Bewegung geſetzt werden muß, vermindert die Geſchwindigkeit der Kugel; die andere aber, inſofern die zuſammen gepreßte Luft dadurch in einen kleinern Raum eingeſchränckt wird, macht die Geſchwindigkeit der Kugel gröſſer. Wenn alſo dieſe beyden Würkungen beynahe gleich viel austragen, ſo ſtimmet des Autoris Regel mit der unſrigen überein, wie bey der 24 pfündigen Kugel, welche mit 16 ℔ Pulver geſchoſſen wird, geſchehen: in andern Fällen aber hat man ſich nicht zu verwundern, wenn dieſelben ſehr merklich von einander abgehen. Inzwiſchen haben wir doch Urſache zu glauben, daß die in obiger Tabelle gegebenen Zahlen zu groß ſeyn werden, indem wir darinn angenommen, daß ſich alles Pulver auf einmahl entzünde, und auch den wegen des Spielraums entſtehenden Verluſt der forttreibenden Kraft nicht in Betrachtung gezogen haben. Unterdeſſen wird doch die Verhältniß derſelben Zahlen unter ſich ziemlicher maßen richtig ſeyn, dergeſtalt, daß wenn man wüßte, um wie viel eine derſelben zu groß wäre, man auch die übrigen darnach verbeſſern könnte. Sollte alſo eine halbe Carthaunen-Kugel durch 16 ℔ Pulver würklich eine Geſchwindigkeit von 1650 Engl. oder 1601 Rheinl. Schuhen erhalten, ſo

würden unſere Zahlen nur ungefehr um 20 Schuh zu groß ſeyn, welcher Unterſcheid vermittelſt der Verſuche unmöglich wahrgenommen werden kann.

II. Anmerkung.

Wir haben in dieſen Rechnungen angenommen, daß das Pulver eben ſo ſchwehr, als Waſſer, und folglich 850 mahl ſchwehrer ſey, als Luft, welches von der Wahrheit nicht merklich abweichen mag. Denn obgleich die Pulver-Körner in dem Waſſer zu Boden fallen, ſo trägt hinwiederum die zwiſchen den Körnern enthaltene Luft ſo viel aus, daß ein cubiſcher Schuh Pulver bey nahe eben ſo viel wägen kann, als Waſſer. Wenn wir des Autoris Regel, um die Geſchwindigkeit der Kugel zu finden, nehmlich $v = \frac{1000\,bb}{k}\; l\,\frac{a}{b}$, und die Schwehre des Pulvers dergeſtalt beſtimmen, daß für eine 24 pfündige eiſerne Kugel, welche mit 16 Pfund Pulver geſchoſſen wird, eine Geſchwindigkeit von 1650 Engl. Schuhen in 1″ heraus kommt; ſo müßte das Pulver 910 mahl ſchwehrer, als die Luft angenommen werden. Hierbey iſt aber der Spielraum nicht in Betrachtung gezogen worden, welcher in Canonen gemeiniglich den 15ten Theil der ganzen Mündung beträgt. Wenn wir alſo ſetzen, daß das Pulver in der That *m*

mahl

mahl ſchwehrer ſey, als Luft, ſo wird die Schwehre der Ladung Q dem Gewicht eines Cylinders Luft gleich ſeyn, deſſen Dicke mit der Kugel einerley, die Höhe aber $= \frac{16}{15}\,mb$. Und alſo wird ſich verhalten $P:Q = \frac{2}{3}\,nc : \frac{16}{15}\,mb$, oder wie k zu $\frac{16}{15}\,mb$: und muß folglich nach des Autoris Rechnung geſetzt werden $\frac{16}{15}\,m = 910$, woraus kommt $m = 853$, faſt wie wir angenommen haben. Wenn wir aber den Spielraum mit in unſere obige Rechnung ziehen wollen, ſo müſſen wir anſtatt der Zahl 850 in der Verhältniß, P zu Q, die Zahl 910 gebrauchen, ſo kommt $P:Q = nc : 1365\,b$, und da $a = ic$, ſo wird $a:b = 1365\,iP : nQ$, und $k:b = 910\,P:Q$. Hieraus entſpringt

$$v = \frac{1000\,Q\,h}{455\,(2P+Q)}\; l\, \frac{2730\,i\,P - n\,Q}{n\,Q}$$

oder

$$v = \frac{6149{,}4\,Q}{2P+Q}\; l\, \frac{65\,i\,P - 158\,Q}{158\,Q}$$

Rheinl. Schuh für eine eiſerne Kugel. Und nach den oben angenommenen Verhältniſſen zwiſchen P und Q, kommt heraus

Wenn $Q = \frac{1}{2}P$; $v = 12298{,}8\, l\, \frac{65\,i - 79}{79}$

 Wenn

Wenn $Q = \frac{2}{3}P$; $v = 15373,5\, l\, \frac{195i - 316}{316}$

Wenn $Q = \frac{3}{4}P$; $v = 16862,0\, l\, \frac{130i - 237}{237}$

Wenn $Q = P$; $v = 20498,\, l\, \frac{65i - 158}{158}$

Und hieraus kann nach Belieben die obige Tabelle verbeſſert, oder von neuem berechnet werden.

Wir wollen nun aus dieſer Vergleichung, welche der Wahrheit näher kommen muß, als die vorhergehende, eine andere Tabelle ausrechnen, und damit man aus derſelben mehr Nutzen ziehen könne, ſo wollen wir auch kleinere Ladungen betrachten. Zu dieſem Ende wollen wir das Gewicht der Kugel, welche von Eiſen angenommen wird, in 6 gleiche Theile theilen, und die Rechnung auf 6 verſchiedene Ladungen richten. Erſtlich ſoll die Ladung an Pulver dem ſechsten Theil des Gewichts der Kugel gleich ſeyn, hernach zwey Sechsteln, drittens drey Sechsteln; viertens vier Sechsteln; fünftens fünf Sechsteln, und endlich ſechstens ſechs Sechsteln, oder dem ganzen Gewicht der Kugel gleich ſeyn. Wenn alſo die ganze Länge des Stücks ſich zum Diameter der Kugel verhält, wie i zu 1, und v die Höhe in Rheinl. Schuhen andeutet, aus welcher ein Körper durch den Fall in einem Luft-leeren Raum

Raum eine gleiche Geſchwindigkeit mit der Kugel erhält, ſo wird für dieſe ſechsſerley Ladungen der Werth von v alſo ausgedrückt werden. Es iſt nehmlich wie vorher P das Gewicht der Kugel, und Q das Gewicht der Ladung an Pulver:

Wenn	ſo wird ſeyn
$Q = \frac{1}{6} P$	$v = 4730{,}31 \; l \frac{780i - 316}{316}$
$Q = \frac{2}{6} P$	$v = 8784{,}85 \; l \frac{390i - 316}{316}$
$Q = \frac{3}{6} P$	$v = 12298{,}8 \; l \frac{260i - 316}{316}$
$Q = \frac{4}{6} P$	$v = 15373{,}5 \; l \frac{195i - 316}{316}$
$Q = \frac{5}{6} P$	$v = 18086{,}5 \; l \frac{156i - 316}{316}$
$Q = \frac{6}{6} P$	$v = 20498{,}0 \; l \frac{130i - 316}{316}$

Weil hernach ferner die Geſchwindigkeit der Kugel nicht ſowohl auf dem Nahmen der Stücke, als auf der Gröſſe der Zahl i beruhet; ſo wollen wir wie vorher erſtlich $i = 18$ ſetzen, und damit immer um zwey aufſteigen, bis auf 40. Solchergeſtalt werden hierunter alle mögliche Arten von Stücken begriffen wer-

werden. Denn wenn auch bißweilen *i* eine ungrade Zahl ſeyn ſolte, ſo wird es leicht ſeyn, aus den nächſten geraden Zahlen für dieſe Fälle die Geſchwindigkeit zu ſchlieſſen. Damit man aber auch für kürzere Stücke die Geſchwindigkeit finden könne, ſo wollen wir mit $i = 10$ den Anfang machen, und wie oben die Geſchwindigkeiten der Kugel, in Rheinl. Schuhen auf eine Secunde gerechnet, ausdrücken.

Länge des Stücks.	Ladung.					
Caliber.	$\frac{1}{6}$ Kug.	$\frac{2}{6}$ Kug.	$\frac{3}{6}$ Kug.	$\frac{4}{6}$ Kug.	$\frac{5}{6}$ Kug.	$\frac{6}{6}$ Kug.
10	967	1155	1233	1256	1245	1206
12	996	1201	1295	1336	1342	1325
14	1019	1238	1345	1398	1417	1414
16	1039	1269	1386	1448	1478	1484
18	1056	1295	1420	1491	1528	1543
20	1071	1318	1450	1527	1571	1592
22	1084	1338	1477	1559	1608	1635
24	1096	1357	1501	1588	1642	1672
26	1107	1374	1522	1614	1671	1706
28	1117	1389	1542	1637	1698	1736
30	1126	1403	1560	1658	1723	1764
32	1135	1416	1576	1678	1745	1789
34	1143	1428	1591	1696	1766	1813
36	1150	1439	1605	1713	1785	1834
38	1157	1449	1619	1729	1803	1854
40	1164	1459	1631	1744	1820	1873

Man

Man kann aus dieſer Tabelle einen vielfältigen Nutzen ziehen, und mancherley Umſtände, welche in der Artillerie vorkommen, erklären. Erſtlich ſieht man daraus, daß wenn die Ladung nach dem Gewicht des Pulvers gegeben, die Geſchwindigkeit der Kugel immer gröſſer werde, je länger das Stück iſt. Dieſes ſcheinet zwar mit der Erfahrung zu ſtreiten, indem man insgemein der Meynung iſt, als wenn die Geſchwindigkeit der Kugel in einem allzulangen Stücke wiederum geſchwächet würde, und aus dieſem Grunde hat man die vortheilhafteſte Länge eines Stücks beſtimmen wollen. Ungeachtet aber die Kugel in dem Stücke den Wiederſtand der Luft auf ſich empfindet, ſo iſt derſelbe doch nicht nur nicht gröſſer, als in der freyen Luft, ſondern wenn die Geſchwindigkeit ſehr groß iſt, noch um ein merkliches kleiner, indem hinter der Kugel in dem Stück kein leerer Raum ſtatt finden kann, wie in der offenen Luft zu geſchehen pflegt. Ueber dieſes bleibet die forttreibende Kraft des Pulvers, ſo lange ſich die Kugel in dem Stück befindet, noch ſehr beträchtlich, und alſo hinlänglich, die Geſchwindigkeit derſelben zu vermehren: und was die Friction anlanget, ſo iſt ſchon oben dargethan worden, daß dieſelbe in Anſehung der groſſen Gewalt des Pulvers nicht verdiene, in Betrachtung gezogen zu werden. Da alſo die Kugel, ſo lange ſie in dem Stück iſt, keine

Verminderung ihrer Bewegung leidet, welcher dieſelbe in offener Luft nicht in einem höheren Grad ausgeſetzt wäre, und außer dem darinnen immer noch mehr fortgetrieben wird; ſo iſt es unmöglich zu begreiffen, wie eine allzu große Länge des Stücks die Geſchwindigkeit der Kugel vermindern könnte. Es könnte zwar geſchehen, daß, wenn das Stück nicht nach einer geraden Linie gebohret worden, die Kugel darinnen einen ſo groſſen Abgang an ihrer Bewegung litte, daß dieſelbe, wenn das Stück kürzer gemacht, und der krumme Theil davon abgeſchnitten würde, die Kugel eine gröſſere Geſchwindigkeit erhielte; und dieſer Umſtand hat ſich ohne Zweifel in denjenigen Verſuchen ereignet, worauf man dieſe Meynung zu gründen pflegt. Man beruft ſich nehmlich auf einen Zufall, da von einer ſehr langen Canone ein Stück $2\frac{1}{2}$ Schuh lang ungefehr abgeſprungen; wobey man wahrgenommen haben ſoll, daß aus demſelben Stück nach dieſem Zufall die Kugeln mit einer gröſſeren Geſchwindigkeit geſchoſſen worden, als vorher. Allein eben dieſer Zufall ſcheinet zu beweiſen, daß die Seele dieſes Stücks vorher gekrümmet geweſen, und daß das gemeldte Stücke daraus nicht ſo wohl von der Gewalt des Pulvers, als von dem Anſtoſſen der Kugel, abgeſprungen. Hernach pflegt man ſich auch, um dieſe Meynung zu behaupten, auf die Veränderung, welche mit

den

den alten Canonen, als welche viel länger waren, als heut zu Tag, zu beruffen. Denn da man durch dieſe Verkürzung keinen geringen Vortheil erhalten zu haben glaubt, ſo will man daraus ſchlieſſen, daß eine nach der heutigen Art gegoſſene Canone die Kugel mit einer gröſſeren Geſchwindigkeit heraus treibt, als wenn dieſelbe länger wäre. Man beweiſet aber dieſes durch kein tüchtiges Experiment, ſondern führt nur an, wie man wahrgenommen, daß eine alte Canone von 96 ℔ nicht ſo weit geſchoſſen, als eine heutige gantze Carthaune von 48 ℔, ungeachtet jene länger geweſen, als dieſe. Wenn nun gleich in beyden Fällen die Ladung an Pulver zum Gewicht der Kugel einerley Verhältniß gehabt, ſo iſt doch zu merken, daß die Geſchwindigkeit der Kugel nicht ſo wohl von der Länge der Canone, als von der Anzahl der Caliber abhange: Alſo mag wohl eine ſolche 96 pfündige Canone länger geweſen ſeyn, als eine heutige ganze Carthaune, ungeachtet ihre Länge weniger Caliber in ſich enthalten: und wenn eine 96 pfündige Canone ihre Kugel mit eben der Geſchwindigkeit als eine ganze Carthaune hätte heraus treiben ſollen, ſo hätte jene um den vierten Theil länger ſeyn müſſen, als dieſe.

Die fürnehmſte Urſache aber, weswegen man die alten langen und ſchwehren Canonen abgeſchafft, war ohne Zweifel die groſſe Be-

ſchwerlichkeit, dieſelben im Felde fortzuſchleppen, welche weder durch die Gröſſe der Kugeln, noch durch die gröſſere Geſchwindigkeit derſelben, erſetzt werden kann. Denn wenn eine Breche geſchoſſen werden ſoll, ſo thut eine zweymahl ſo ſchwehre Kugel keine zweymahl ſo ſtarke Würkung, indem dieſelbe kein zweymahl ſo groſſes Loch in den Wall, welcher zerſtöret werden ſoll, macht; dahero zwey Schüſſe mit einer halb ſo ſchwehren Kugel, weit mehr ausrichten, und dabey nicht mehr koſten, als ein Schuß aus der doppelten Canone. Um dieſer Urſache willen werden auch die ganzen 48 pfündigen Carthaunen bey dem Breche-Schieſſen nicht mehr gebrauchet, indem man durch halbe Carthaunen mit weniger Mühe und Unkoſten den vorgeſetzten Zweck erhalten kann. Hingegen aber werden die ganzen Carthaunen auf der See mit weit gröſſerem Vortheil gebraucht, als die halben. Denn wenn ein Schif von einer ganzen Carthaune unter dem Waſſer wohl getroffen wird, ſo läßt ſich das Loch nicht nur nicht ſo leicht wiederum zuſtopffen, ſondern die Kugel verurſachet noch dazu ſo viel Splitter, daß die Umſtehenden dadurch auf eine gute Entfernung beſchädigt, und ums Leben gebracht werden.

Hernach hat man auch auf die Vermehrung der Geſchwindigkeit ſo ſehr nicht nöthig zu ſehen. Denn wenn die Kugel ſo geſchwind

heraus

heraus geſchoſſen wird, daß dieſelbe entweder zu Lande den Wall auf eine gewiſſe Tiefe, oder zu Waſſer das Schiff durch zu bohren vermögend iſt; ſo würde es unnöthig und in einigen Fällen ſo gar ſchädlich ſeyn, der Kugel eine gröſſere Geſchwindigkeit einzudrücken. Wenn nun eine 24 pfündige Kugel, welche aus einer halben Carthaune mit 12 ℔ Pulver geſchoſſen wird, die erwünſchte Würkung thut, ſo beträgt dieſer erforderte Grad der Geſchwindigkeit ungefehr 1500 Schuh in einer Secunde. Bey Batterie-Stücken kommt es alſo darauf an, daß man die Länge der Canone beſtimme, damit dadurch einer 24 pfündigen Kugel eine Geſchwindigkeit von 1500 Schuhen in einer Secunde eingedruckt werde. Soll nun dieſes mit 12 ℔ Pulver bewerkſtelliget werden, ſo muß die Canone 24 Caliber lang ſeyn: welches das ordentliche Maaß der halben Carthaune zu ſeyn pflegt. Wollte man aber eben dieſe Würkung mit weniger Pulver zu wege bringen, ſo müßte die Canone viel länger ſeyn; denn wenn man nur 8 ℔ Pulver brauchen wolte, ſo würden 40 Caliber noch lange nicht für die Länge des Stücks hinlänglich ſeyn. Wollte man aber mehr Pulver zu einem jeglichen Schuß anwenden, ſo könnte man an der Länge der Canone etwas gewinnen: als wenn man zu einem jeden Schuß 16 ℔ Pulver brauchen wolte, ſo dürfte die

Länge

Länge der Canone nur ungefehr 19 Caliber betragen. Wolte man aber 20 biß 24 ℔ Pulver laden, ſo müßte doch die Canone nicht kürzer, als 17 Caliber ſeyn. Wenn man alſo die Unkoſten des Pulvers mit den Beſchwerden der Länge, und folglich des Gewichts der Canonen, vergleichen könne, ſo würde es leicht ſeyn, hieraus die vortheilhafteſte Länge der Canonen zu beſtimmen. Zum wenigſten ſieht man hieraus ſo viel, daß es vortheilhafter iſt, 12 ℔ Pulver zu gebrauchen, und die Canone 24 Caliber lang zu machen, als an der Ladung 4 ℔ zu erſpahren, hingegen aber die Canone mehr als 40 Caliber lang zu machen. Was hernach die Ladung von 16 ℔ Pulver betrift, ſo ſcheinet der Vortheil von 5 Calibern, welche man an der Länge der Canone gewinnt, die gröſſern Unkoſten in Anſehung des Pulvers nicht zu erſetzen. Dahero die gebräuchliche Ladung von 12 ℔ Pulver, und die Länge des Stucks von 24 Caliber, die bequemſte zu ſeyn ſcheinet.

Weil ferner eine gröſſere Kugel in der Luft nicht ſo viel von ihrer Geſchwindigkeit verliert, als eine kleinere, ſo iſt auch nicht nöthig, daß derſelben von dem Pulver eine ſo groſſe Geſchwindigkeit eingedruckt werde, als den kleinern. Alſo kan eine 48 pfündige Kugel eben ſo tief in einen Wall hinein dringen, als eine 24 pfündige, wenn gleich die erſte Geſchwin-

ſchwindigkeit jener kleiner iſt, als dieſer. Wenn die ganzen Carthaunen zu dieſem Entzweck hinreichend ſind, ſo muß die nöthige Geſchwindigkeit einer 48 pfündigen Kugel 1420 Schuh in einer Secunde betragen. Wenn man nun dieſe Geſchwindigkeit mit 16 ℔ Pulver erhalten wolte, ſo müſte die Canone 34 Caliber lang ſeyn, dergleichen Maſchine zum Gebrauch gänzlich untüchtig ſeyn würde. Will man aber zu einem Schuß 24 Pfund Pulver gebrauchen, ſo iſt eine Länge von 18 Calibern genug, welche die aller vortheilhafteſte iſt: indem, wenn man auch mehr Pulver, als 32 ℔ zu einem Schuß anwenden wolte, man an der Länge nur 2 Calieber gewinnen würde.

Solten aber kleine Kugeln eben ſo weit gehen, als eine 24 pfündige, welche mit einer Geſchwindigkeit von 1500 Schuhen in einer Secunde heraus geſchoſſen wird, ſo müſſen dieſelben, wegen des gröſſeren Wiederſtands der Luft auch anfänglich eine gröſſere Geſchwindigkeit haben. Alles beruhet alſo auf dem Entzweck, welchen man ſich bey einer jeglichen Art von Schüſſen vorſetzt. Denn daraus erkennet man die Geſchwindigkeit, welche die Kugel, indem ſie aus dem Stück fähret, haben muß, und hieraus kan man ferner die vortheilhafteſte Länge des Stückes, nebſt der bequemſten Ladung finden. Wir wollen ſetzen, daß man ein Stück verlange, aus wel-

chem

chem eine 18 pfündige Kugel mit einer Geſchwindigkeit von 1650 Schuhen in einer Secunde geſchoſſen würde. Wenn man nun hierüber die gegebene Tabelle zu Rathe zieht, ſo ſieht man leicht, daß dieſes weder mit einer Ladung von 3 ℔ noch 6 Pfund, noch 9 Pfund Pulver geſchehen könne, dieweil auch in dem letzten Fall das Stück noch über 40 Caliber lang ſeyn müſte. Wolte man aber dazu 12 Pfund Pulver gebrauchen, ſo müßte die Canone 30 Caliber lang ſeyn; für 15 Pfund Pulver aber wird die Canone ungefehr 25 Caliber lang, und für 18 Pfund Pulver wird dieſelbe ungefehr 23 Caliber lang. Bey den letzten Fällen ſieht man wohl, daß man um 2 Caliber willen nicht 3 Pfund Pulver mehr laden werde, 5 Caliber aber möchten den Zuwachs der Ladung von 3 Pfund ungefehr erſetzen. Dahero wird die Canone am füglichſten 30 Caliber lang, und die Ladung 12 Pfund ſchwehr genommen werden. Dieſer Umſtand ereignet ſich in der That bey den Feld-Schlangen, deren Endzweck in weit reichenden Schüſſen beſtehet.

III. Anmerkung.

Wenn wir nun dieſe Beſtimmungen, welche durch die Erfahruug beſtätiget worden, zum Grunde legen, ſo kann daraus nachfolgende Regel hergeleitet werden, vermittelſt welcher

welcher man für ein jede Geſchwindigkeit, welche der Kugel mitzetheilt werden ſoll, die vortheilhaftigſte Länge der Canone, nebſt der dazu gehörigen Lading anzeigen kann. Es ſey n der Weg in Rheinländiſchen Schuhen, welchen die Kugel in einer Secunde beſchreiben ſoll, die Länge der Canone halte i Caliber oder Diameter der Kugel, und die Ladung verhalte ſich zum Geicht der Kugel, wie m zu 1, das iſt, es ſey $Q = m P$. Da nun oben v die Höhe angedeutet, aus welcher ein Körper durch den Fall mit der Kugel einerley Geſchwindigkeit erhält, ſo iſt $n = \frac{1}{4} \sqrt{1000 v}$, und folglich $v = \frac{16 nn}{1000}$. Oben iſt aber gefunden worden

$$v = \frac{61494 Q}{2P + Q} \, l \, \frac{65 i P - 158 Q}{158 Q} \text{ oder}$$

$$v = \frac{61494 m}{2 + m} \, l \, \frac{65 i : m - 158}{158} \text{ Rheinl. Schuh.}$$

In den obigen Beſtimmungen aber der Canonen, welche durch die Erfahrung beſtätiget worden, hält i zu m faſt überall einerley Verhältniß, welches für halbe Carthaunen, ſo 24 Caliber lang gemacht werden, iſt wie 48 zu 1. Bey ganzen Carthaunen kommt zwar dieſe Verhältniß $i : m = 36 : 1$, in andern Arten

von

von Stücken aber fällt der Werth von $\frac{i}{m}$ zwiſchen 48 und 36. Da man nun die halben Carthaunen in ihrer Art für vollkommener hält, als die ganzen; ſo muß der vortheilhafteſte Werth des Bruchs $\frac{i}{m}$ der Zahl 48 näher kommen, als der Zahl 36: und da die halben Carthaunen auch bißweilen nur 22 Caliber lang gemacht zu werden pflegen, woraus $\frac{i}{m} = 44$ wird, ſo haben wir alle Urſache zu vermuthen, daß wir den in der Praxi abgezielten gröſten Vortheil am nächſten erhalten werden, wenn wir der Verhältniß $i:m$ beſtändig den Werth 45 : 1 beylegen. Es ſey alſo $\frac{i}{m} = 45$; und hieraus kann man ſogleich für alle Arten von Stücken, wenn die Länge derſelben in Calibern bekannt, die beſte Ladung finden. Man darf nehmlich nur die Anzahl der Caliber durch 45 dividiren, ſo wird der Quotient anzeigen, den wie vielten Theil des Gewichts der Kugel das Pulver austragen müße. Alſo wenn ein Stück 30 Caliber lang iſt, ſo wird die tüchtigſte Ladung $\frac{2}{3}$ des Gewichts der Kugel. Und hinwiederum, wenn die Ladung in Anſehung des Gewichts der Kugel, oder der Buchſtabe m bekannt iſt, ſo findet

findet man daraus die bequemſte Länge der Canone in Calibern alſo ausgedrückt $i = 45\,m$. Wenn alſo die Ladung dem halben Gewicht der Kugel gleich ſeyn ſoll, ſo muß die Länge der Canone $22\frac{1}{2}$ Caliber halten. Wolte man aber die Ladung dem ganzen Gewicht der Kugel gleich ſetzen; ſo müſte die zu dieſem Ende bequemſte Canone 45 Caliber lang ſeyn.

Da wir nun alſo die bequemſte Verhältniß zwiſchen i und m entdeckt haben, ſo kann man daraus leicht für eine jede Geſchwindigkeit, mit welcher die Kugel aus der Canone geſchoſſen werden ſoll, die vortheilhafteſte Länge derſelben, nebſt der dazu erforderten Ladung, beſtimmen. Denn weil der Bruch $\frac{i}{m}$ allezeit einerley Werth behält, ſo iſt auch für alle Fälle der Logarithmus $l\,\frac{65\,i:m - 158}{158}$ einerley; wodurch die Rechnung ungemein erleichtert wird. Man ſetze alſo $\frac{i}{m} = 45$, ſo wird $l\,\frac{65\,i:m - 158}{158} = l\,\frac{2776}{158} =$ 2,86292. Da nun $v = \frac{16\,nn}{1000}$ ſo wird

$$\frac{16\,nn}{1000} = \frac{61494\,m}{2+m} \,.\; 2,86292. \text{ oder}$$

$$nn = \frac{11003300\,m}{2+m}, \text{ woraus alſo kommt}$$

$$\frac{2+m}{m} = 1 + \frac{2}{m} = 1 + \frac{90}{i} = \frac{11003300}{nn}.$$

Aus dieſer Formul iſt nun die nachfolgende Tabelle berechnet worden, welche für eine jegliche Geſchwindigkeit der Kugel die Länge der Canone in Calibern, und die Ladung in tauſendſten Theilen des Gewichts der Kugel anzeigt:

Geſchwindigkeit der Kugel in Rh. Schuhen, auf 1 Secunde.	Länge der Canone in Calibern und hundertſten Theilen.	Pulver Ladung in tauſendſten Theilen des Gewichts der Kugel.
500	2, 09	46
550	2, 54	57
600	3, 04	68
650	3, 59	80
700	4, 19	93
750	4, 85	108
800	5, 56	124
850	6, 32	141
900	7, 15	159
950	8, 02	179

1000	9, 00	200
1050	10, 02	223
1100	11, 12	248
1150	12, 29	273
1200	13, 55	308
1250	14, 89	331
1300	16, 33	363
1350	17, 87	397
1400	19, 51	434
1450	21, 26	484
1500	23, 14	514
1550	25, 14	559
1600	27, 29	606
1650	29, 59	659
1700	32, 06	712
1750	34, 71	771
1800	37, 56	835
1850	40, 63	903
1900	43, 95	977
1950	47, 53	1056
2000	51, 40	1142
2050	55, 61	1236
2100	60, 20	1338
2150	65, 20	1449
2200	70, 68	1571

Durch Hülfe dieſer Tabelle iſt es alſo leicht, für einen jeglichen gegebenen Fall, die bequemſte Form der Canone, nebſt der dazu gehörigen Ladung zu beſtimmen, wenn man nur die Geſchwindigkeit der Kugel weiß, welche zu Erhaltung des vorgeſetzten Endzwecks erfordert wird. Hierbey iſt es aber öfters am ſchwehrſten, dieſen Grad der Geſchwindigkeit zu finden, indem man bißher nicht einmahl im Stand geweſen, die Grösſe der Geſchwindigkeit einer Canon-Kugel nur beyläufig auszumeſſen. Da man aber aus der Länge der Canone und der Grösſe der Ladung die Geſchwindigkeit der Kugel ziemlich genau ausrechnen kann; ſo darf man nur aus einer ſchon vorhandenen Canone mit verſchiedenen Ladungen einige Schüſſe thun, und ſehen, welcher noch vermögend iſt, dem vorgeſetzten Endzweck ein Genügen zu leiſten: und auf dieſe Art kann man ſodann die dazu erforderte Geſchwindigkeit durch die Rechnung beſtimmen. Nur iſt zu merken, daß man dieſe Prob-Schüſſe mit einer eben ſo groſſen Kugel, als bey der verlangten Canone gebraucht werden ſoll, und in eben der Diſtantz, anſtellen muß; weil der Wiederſtand der Luft ſowohl auf Kugeln von ungleicher Gröſſe, als auf verſchiedene Diſtantzen eine ungleiche Würkung ausübet. Dieſe Ungleichheit ſoll aber im folgenden dergeſtalt ausgeführt werden, daß wenn auch die Probe mit gröſſeren oder kleineren Kugeln,

geln, in verſchiedenen Diſtantzen angeſtellt werden ſolte, man daraus gleichwohl die nöthige Geſchwindigkeit beſtimmen könnte. Wenn alſo zum Breche,ſchieſſen eine 24 pfündige Kugel mit einer Geſchwindigkeit von 1500 Schuhen in einer Secunde aus der Canone herausgetrieben werden ſoll; ſo ſieht man aus der gegebenen Tabelle, daß die zu dieſem Ende tüchtigſte Canone 23 $\frac{14}{100}$ Caliber lang ſeyn, und daß die Ladung an Pulver $\frac{514}{1000}$ des Gewichts der Kugel oder 12 $\frac{1}{3}$ Pfund genommen werden müſſe, welches mit der üblichen Einrichtung der halben Carthaunen ſehr genau übereinkömmt. Es giebt aber viel Gelegenheiten, in welchen es nicht nöthig iſt, daß die Kugel eine ſo groſſe Geſchwindigkeit habe, als bey des Vaubans Batterien à Ricochet, und wenn durch die Kugeln nur Menſchen in keiner allzugroſſen Entfernung getödtet werden ſollen. Wenn nun zu dieſem Ende eine Geſchwindigkeit von 1000 Schuhen in 1″ hinlänglich wäre, ſo dürften dazu die tauglichſten Canonen nicht mehr, als 9 Caliber lang ſeyn, und die Ladung an Pulver nicht mehr, als den fünften Theil des Gewichts der Kugel betragen. Wolte man aber zu dieſem Endzweck keine beſondern Canonen verfertigen, ſondern ſich anderer, welche eigentlich zu anderen Abſichten beſtimmt, und viel länger ſind, bedienen; ſo könnte man noch an dem Pulver nicht wenig erſpah-

ren: indem, zum Exempel, nach der vorigen Tabelle, wenn die Canone 20 Caliber lang wäre, nicht einmahl der ſechste Theil des Gewichts der Kugel nöthig iſt, wenn eine Geſchwindigkeit von 1000 Schuhen in 1″ hervorgebracht werden ſoll. Wenn man aber auf eine ſehr groſſe Entfernung mit einer Canonen-Kugel noch gewiß ſchieſſen wolte, und zu dieſem Ende die Kugel eine Geſchwindigkeit von 1900 Schuhen in einer Secunde haben müßte, ſo würde dieſer Endzweck mit keiner nach Art der Carthaunen verfertigten Canone erreicht werden können; ſondern die beſte Canone müßte faſt 44 Caliber lang ſeyn, und die Ladung an Pulver beynahe dem ganzen Gewicht der Kugel gleich genommen werden. Mit einer ſolchen Canone würde man alſo viel weiter ſchieſſen können, wofern nur die Kugel nicht allzuklein angenommen wird, als mit einer Feldſchlange, welche 30 Caliber lang, und mit $\frac{2}{3}$ des Gewichts der Kugel geladen wird. Man könnte auch nach dieſer Tabelle ſolche Canonen verfertigen, welche der Kugel eine noch ſchnellere Bewegung eindrückten, wenn ſolches verlangt werden ſollte.

IV. Anmerkung.

Wenn man auf dieſe Art für eine gegebene Kugel ſowohl die Länge der Canone, als die Gröſſe der Ladung, gefunden hat, ſo iſt es leicht,

leicht, die dazu erforderte Stärke des Metalls an allen Orten zu beſtimmen, und einen tüchtigen Riß von der ganzen Canone zu verfertigen. Die Länge der Canone wird zu dieſem Ende am füglichſten in zwey Theile zertheilet, wovon der hintere Theil die Ladung oder das Pulver in ſich enthält, der vordere Theil den Weg, wodurch die Kugel getrieben wird, vorſtellt. Die Stärke des hintern Theils muß aus der Gewalt des Pulvers im erſten Augenblick der Entzündung beſtimmet werden, welche am gröſten iſt, ehe die Kugel noch von ihrer Stelle fortgerücket wird. Wenn wir alſo mit dem Autore annehmen, daß die erſte Gewalt des Pulvers 1000 mahl gröſſer iſt, als der Druck der Atmosphære, welcher durch eine Waſſer-Säule von 32 Schuhen im Gleichgewicht erhalten wird; ſo muß das Boden-Stück einer Canone ſo ſtark ſeyn, daß daſſelbe den Druck einer Waſſer-Säule, welche 32000 Schuh hoch iſt, aushalten könnte. Wenn man alſo die Stärke des Metalls, woraus die Canone gegoſſen wird, genau ausrechnen könnte, ſo würde man daraus die Dicke des Boden-Stücks beſtimmen können. Denn wir haben oben in der dritten Anmerkung zum 9ten Satz des erſten Capitels erwieſen, daß die Dicke des Metalls zum Diameter der Kugel immer einerley Verhältniß haben müſte. Dahero wenn man in einem einigen Fall wüſte, wie

wie ſich die Dicke des Metalls an dem Boden Stück zum Diameter der Kugel verhalten muß; ſo würde eben dieſe Verhältniß bey allen andern Arten von Canonen Platz finden. Man hat aber durch die Erfahrung befunden, daß in den Carthaunen die Dicke des Metalls an dem Boden Stücke dem Diameter der Kugel gleich ſeyn müſſe, woraus dieſe allgemeine Regel fließt, daß bey allen Canonen die Dicke des Metalls an dem Boden Stücke dem Diameter der Kugel beſtändig gleich genommen werden müſſe. Dieſe Regel gründet ſich alſo auf zwey Stücke, nehmlich auf die Feſtigkeit des Metalls, und auf die Kraft des Pulvers. Solte man eine andere Mixtur erfinden, welche die gebräuchliche an Feſtigkeit überträffe; ſo würde eine geringere Dicke des Metalls an dem Boden-Stück hinlänglich ſeyn, die Gewalt des Pulvers auszuhalten. Wenn man aber hergegen die Kraft des Pulvers vermehren könnte, ſo müßte die Dicke der Canonen gröſſer angenommen werden. Denn wenn man auch gleich in dieſem Fall weniger Pulver laden wollte, ſo würde doch dadurch die Ausdehnungs-Kraft im erſten Augenblick der Entzündung nicht kleiner werden, als wenn die Ladung wäre gröſſer angenommen worden. Woraus erhellet, daß wenn man die Gewalt des Pulvers merklich vermehren könnte, alle jetzigen Canonen unbrauch-

unbrauchbar ſeyn würden. So lange man aber einerley Pulver gebrauchet, ſo hat das Boden-Stück einer Canone beſtändig einerley Gewalt auszuhalten, man mag die Ladung groß oder klein annehmen. Wenn alſo daſſelbe der Gewalt einer kleinen Ladung zu wiederſtehen vermögend iſt, ſo wird auch eine weit gröſſere Ladung nicht vermögend ſeyn, daſſelbe zu zerſprengen. In dieſer Abſicht iſt aber das Vorder-Theil oder das Mund-Stück einer Canone ganz anders beſchaffen. Denn da die Gewalt des Pulvers um ſo vielmehr abnimmt, in je einen gröſſeren Raum ſich daſſelbe ſchon ausgebreitet; ſo iſt klar, daß ein jeglicher Theil des Mundſtücks eine um ſo viel gröſſere Gewalt auszuſtehen habe, je gröſſer die Ladung an Pulver angenommen wird. Wenn dahero das Mundſtück einer Canone die gehörige Stärke haben ſoll, ſo muß dieſelbe aus der gröſten Ladung, welche immer gebraucht werden kann, beſtimmet werden. Es bedeute zum Exempel AF (Fig. 1.) die gröſte Ladung, welche bey der Canone AB immer vorkommen kann, ſo iſt AF das Boden-Stück, und FB das Mundſtück: bey jenem muß die Dicke des Metalls allenthalben dem Diameter der Kugel gleich ſeyn, und da die Gewalt auf das Boden-Stück allenthalben gleich groß iſt, ſo iſt auch unnöthig, daß die Canone zu hinterſt bey A ſtärker gegoſſen

 werde,

werde als bey F. Aus dieſer Betrachtung könnte alſo bey Gieſſung der Canonen nicht wenig Metall erſpahret, und dieſelben dadurch ohne Gefahr leichter gemacht werden. Denn wenn die Dicke bey E, welche ſchon etwas kleiner, als der Diameter der Kugel geſetzt zu werden pflegt, ſtark genug iſt, der Gewalt des Pulvers zu wiederſtehen, ſo wird auch bey D keine gröſſere Stärke erfordert. Was aber das Mundſtück FB anlangt, ſo iſt leicht für ein jegliches Punkt deſſelben M die Gewalt des Pulvers zu beſtimmen, welche darauf würket, wenn die Kugel bis dahin iſt fortgeſtoſſen worden. Nach des Autoris Regel verhält ſich dieſe Kraft zu der erſten Kraft des Pulvers, welche das Boden-Stück ausſteht, wie AF zu AM, und folglich könnte die Dicke des Metalls bey M um ſo viel geringer ſeyn, als bey F, um ſo viel AF kleiner iſt, als AM: ſolchergeſtalt würde die äuſſere Figur einer Canone nach einer Hyperbel gekrümmet ſeyn müſſen. Nach unſerer Beſtimmung der Gewalt des Pulvers nimmt dieſelbe, indem die Kugel durch das Mundſtück FB fähret, nach einer gröſſern Verhältniß ab, und dürfte alſo das Mundſtück nicht ſo ſtark ſeyn, als nach des Autoris Regel. Allein da ſich die beyden Regeln auf die plötzliche Entzündung des Pulvers gründen, in der That aber die Entzündung nach und nach geſchieht, ſo wird die Gewalt

walt, welche das Mundſtück auszuſtehen hat, in Anſehung der Gewalt des Bodenſtücks gröſſer ſeyn, als nach den angeführten Regeln, und folglich muß die Dicke deſſelben allenthalben etwas gröſſer ſeyn, als nach dieſen Regeln gefunden wird.

Wenn man aber gleich die allmählige Entzündung des Pulvers in die Rechnung bringen könnte, ſo findet ſich doch noch ein anderer Umſtand, welcher die Beſtimmung der Stücke des Mundſtücks viel ſchwehrer und faſt unmöglich macht. Derſelbe beſtehet darinne, daß das Mundſtück nicht allein der Gewalt des Pulvers ausgeſetzt iſt, ſondern auch von der Kugel, indem dieſelbe dadurch fähret, öfters keine geringere Kraft auszuſtehen hat. Wenn zwar die Seele einer Canone vollkommen nach einer geraden Linie gebohret wäre, und die Kugel beſtändig nach eben dieſer geraden Linie fortgetrieben würde, ſo würde dieſelbe auf die Seele der Canone nicht die geringſte Gewalt ausüben und dadurch gleichſam ohne die Canone zu berühren heraus fahren, indem das Gewicht der Kugel, wovon die untere Seite derſelben gedruckt wird, für nichts zu achten iſt. Wenn aber die Seele der Canone nur etwas wenigs gekrümmet wäre, und folglich die Kugel genöthiget würde, von ihrer eingedrückten Direction, abzuweichen, ſo ſiehet man wohl, daß alsdenn die Kugel

gel auch die Canone nach der Kraft, welche Vis centrifuga genennet wird, zurück würken müſſe. Dieſe Kraft kan nun ſehr beträchlich werden; denn wenn wir ſetzen, daß das Mundſtück irgendwo nach einem Zirkulbogen, deſſen Radius $= r$ gekrümmet ſey, und daß die Geſchwindigkeit der Kugel daſelbſt durch die Höhe v beſtimmet werde, ſo wird ſich der Druck der Kugel auf die innere Wand der Canone zu ihrer Schwehre verhalten, wie $\frac{2v}{r}$ zu 1. Wenn alſo dieſe Krümmung der Seele der Canone nach einem Zirkul geſchähe, deſſen Radius $r = 100$ Schuh; dergleichen Krümmung in einer geringen Länge kaum zu merken iſt, und wenn die Kugel daſelbſt eine Geſchwindigkeit von 1500 Schuhen in einer Secunde hätte, ſo würde $v = 36000$ Schuh, und die Canone würde an dieſem Ort von einer Kraft gedrücket werden, welche 720 gröſſer wäre, als das Gewicht der Kugel, wovon die Würkung um ſo viel gröſſer ſeyn würde, da dieſe ganze Kraft nur auf einen ſehr geringen Platz, in welchem die Kugel das Metal berühret, als diejenige, welche von der Ausdehnungskraft des Pulvers herrührt. Eben dieſer Umſtand kan ſich aber auch ereignen, wenn gleich die Seele der Canone vollkommen gerade gebohret worden: denn wenn die Kugel durch die Gewalt des Pulvers nicht

völlig

völlig nach der Direction der Seele fort getrieben wird, ſo iſt es eben ſo viel, als wenn die Seele in Anſehung der Bewegung der Kugel eine kleine Krümmung hätte, und iſt folglich die Canone in dieſem Fall eben der Gewalt unterworfen, als in dem vorigen. Es kan aber aus vielerley Urſachen die Direction, welche der Kugel von dem Pulver eingedruckt wird, etwas weniges von der Direction der Seele abweichen; wohin inſonderheit der Spielraum zu rechnen, und wenn die Direction der forttreibenden Kraft nicht durch das Mittelpunkt der Schwehre der Kugel durch gehet. Dieſes ſind nun Umſtände, welche bißweilen mehr, bißweilen weniger austragen können; und in denſelben ſcheinet die wahre Urſache verborgen zu ſeyn, warum bißweilen eine Canone von einem nicht allzuſtarken Schuß zerſpringet, nachdem dieſelbe doch vorher eine groſſe Anzahl ſtärkerer Schüſſe ausgehalten. Um dieſer Urſache willen iſt alſo höchſt nöthig, daß man das Mundſtück einer Canone weit ſtärker mache, als nach irgend einer oben angeführten Regel erfordert wird, damit dieſelbe dieſen ungewiſſen Kräften meiſtentheils zu wiederſtehen hinreichend ſey. Dieſer Gewalt der Kugel ſind aber die längern Canonen mehr unterworfen, als die kürzern; denn je länger die Canone iſt, deſto eher und leichter kan ſich der Umſtand ereignen, daß die Direction

der

der Kugel etwas von der Axe der Canone abweicht. Hernach erhält auch die Kugel in längern Canonen eine gröſſere Geſchwindigkeit, wodurch die Vis Centrifuga ſehr merklich vermehret wird, als welche nach den Quadraten der Geſchwindigkeit wächſt.

Endlich kan auch mit Stillſchweigen nicht übergangen werden, daß die Bewegung der Kugel ſelbſt durch dieſen Druck gegen die Canone keinen geringen Abbruch leidet. Denn dadurch wird die Friction, welche ſonſten, wie oben gewieſen worden, nicht merkwürdig war, gar ſehr vermehret, als welche um ſo viel gröſſer wird, je ſtärker ein Körper gegen den andern gedruckt wird. Da alſo dieſer Druck auf ſehr gewiſſen Umſtänden beruhet, ſo kan es leicht geſchehen, daß bey gleichen Kugeln, welche mit gleicher Ladung aus einer Canone geſchoſſen werden, ein ziemlicher Unterſcheid in ihrer Geſchwindigkeit wahrgenommen werden kan. Inzwiſchen ſcheinet es doch, daß man durch einen groſſen Fleiß dieſe Unrichtigkeit meiſtentheils ſollte heben können; wenn man nehmlich erſtlich die Canone vollkommen gerade bohren, hernach die Kugeln vollkommen rund machen, und drittens bey der Ladung alle Sorgfalt anwenden wolte, damit der Mittelpunkt der Kugel auf das genauſte in die Axe der Seele zu liegen käme, und in währender Bewegung daraus nicht weichen könte.

Auf

Auf dieſe Art würde die Canone nicht nur keine ſo groſſe Gewalt auszuſtehen haben; ſondern man würde ſich auch auf die Schüſſe ſelbſt viel ſicherer verlaſſen können, wie in folgendem ausführlich dargethan werden wird.

V. Anmerkung.

Was der Autor ferner in dieſem Satz gegen die ungereimte Meynung derjenigen, welche behaupten, daß eine Canonen-Kugel anfänglich auf eine gewiſſe Weite in einer völlig geraden Linie fortgehe, anführet, iſt an ſich klar und deutlich; indem die erſte Geſchwindigkeit einer ſolchen Kugel ſo groß iſt, daß die Krümmung ihrer Bahn, welche von der Schwehre verurſacht wird, in einer ziemlichen Weite noch nicht bemerkt werden kann. Denn wenn die Geſchwindigkeit durch die Höhe v angedeutet, und die Kugel nach einer horizontal Direction geſchoſſen wird, ſo muß der Radius eines gleich krummen Zirkels, als die Bahne der Kugel iſt, einer Länge von $2v$ gleich ſeyn. Da nun, wenn die Geſchwindigkeit der Kugel 1500 Schuh in einer Secunde beträgt, wird $v = 36000$ Schuh; ſo wird die Bahn dieſer Kugel keine gröſſere Krümmung haben, als ein Zirkul, deſſen Radius 72000 Schuh hält. Dieſe Krümmung iſt aber ſo geringe, daß dieſelbe erſt in einer Weite von 1256 Schuhen einen Grad austrägt.

trägt. Ob nun gleich wegen des Wiederſtands der Luft dieſe Weite etwas verringert wird, ſo bleibt dieſelbe doch groß genug, daß man in der Praxi einen ſehr langen Theil der Bahn, als eine gerade Linie ohne Fehler anſehen kann, welche von den Artilleriſten die Weite des Kernſchuſſes genennet zu werden pflegt. Weil aber hiervon im folgenden weitläuftiger gehandelt werden ſoll, ſo wollen wir uns dabey nicht länger aufhalten, ſondern noch dasjenige, was der Autor in dieſem Satz von der ſtärkſten Ladung einer Canone anführt, erwegen, ungeachtet wir ſchon oben in der fünften Anmerkung zum II Satz dieſe Materie ziemlich weitläuftig abgehandelt, und für die ſtärkſte Ladung daſelbſt eine Tabelle gegeben haben. Inzwiſchen ligt dieſer Umſtand, daß es für eine jede Canone eine beſtimmte Ladung gibt, wodurch der Kugel die gröſte Bewegung mitgetheilet wird, in der bey unſerer zweyten Anmerkung zu dieſem Satz gegebenen Tabelle deutlich vor Augen: indem wir aus derſelben ſehen, daß aus einer Canone, welche 10 Caliber lang, die Kugel mit einer Ladung von $\frac{2}{3}$ des Gewichts der Kugel ſchneller heraus geſchoſſen wird, als mit einer gröſſern Ladung. Eben dieſe ſtärkſte Ladung erhellet auch noch in eben derſelben Tabelle bey 12 und 14 Caliber langen Canonen, als aus welchen die Kugel mit einer ihrem ganzen Gewichte gleichen

Ladung

Ladung an Pulver nicht ſo geſchwind heraus getrieben wird, als mit kleinen Ladungen.

Der Autor beſtimmet die Gröſſe dieſer ſtärkeſten Ladung aus ſeiner Regel, wodurch er die Geſchwindigkeit der Kugel angiebt, und welche in folgender Form enthalten iſt.

$$v = \frac{1000bb}{k} l \frac{a}{b}.$$

Da nun in dieſer Form ſehr viel Umſtände aus der Acht gelaſſen werden, welche doch keine geringe Veränderung verurſachen; ſo iſt kein Wunder, daß ſeine Beſtimmung der ſtärkſten Ladung mit der unſrigen nicht überein kommt. Aus dieſer Formul findet der Autor, daß für die ſtärkſte Ladung die Länge *b* des Raums, welchen das Pulver anfüllet, zur ganzen Länge des Stücks *a* allzeit einerley Verhältniß haben müſſe, nehmlich wie 1 zu der Zahl 2,71828, deren Hyperboliſcher Logarithmus = 1; nach unſerer Regel aber iſt dieſe Verhältniß nicht immer einerley, ſondern beruhet ſo wohl auf der Anzahl der Caliber, welche in der Länge des Stückes *a* enthalten ſind, als auf der Materie der Kugel, wie aus der oben gegebenen Tabelle erhellet: inzwiſchen läßt ſich doch eine ziemliche Uebereinſtimmung zwiſchen dieſer Tabelle und des Autoris Verhältniß wahrnehmen. Wie aber dieſe Verhältniß aus des Autoris Formul folge, iſt aus der Lehre von dem gröſten und

Pp klein-

kleinſten an ſich klar. Denn weil k und b unveränderliche Gröſſen ſind, ſo kommt die Sache nur darauf an, daß man den Werth von b beſtimme, damit $bl\frac{a}{b}$ am aller gröſten werde. Zu dieſem Ende muß man dieſe Quantität $bl\frac{a}{b}$ dergeſtalt differentiren, daß man nur b als veränderlich annehme: da denn kommt.

$$dbl\frac{a}{b} - db$$

Dieſes Differentiale muß man ferner nach der bekanten Regel gleich nichts ſetzen, ſo hat man.

$$l\frac{a}{b} - 1 = 0 \text{ oder } l\frac{a}{b} = 1.$$

Weil nun hier von hyperboliſchen Logarithmis die Rede iſt, ſo muß $\frac{a}{b}$ derjenigen ſchon öfters gebrauchten Zahl 2, 7182818 ꝛc. gleich ſeyn, deren hyperboliſcher Logarithmus $= 1$: folglich wird $\frac{a}{b} = 2,7182818$ oder $b : a = 1 : 2,7182818$, wie der Autor gefunden. Da nun $l\frac{a}{b} = 1$, ſo wird

dieſe

dieſe gröſte Geſchwindigkeit nach dem Autore aus der Höhe v entſpringen, dergeſtalt daß $v = \frac{1000\,bb}{k}$. Um aber mit dieſer Geſchwindigkeit andere kleinere Geſchwindigkeiten der Kugel zu vergleichen, wie der Autor gethan; ſo hat man nur in der Hyperbel (Fig. 22) LEF zu betrachten, daß da AD $= b$ und AB $= a$, erſtlich das Viereck ADEG allenthalben eine beſtändige Gröſſe habe, und daß ſich ferner dieſes Viereck zum Innhalt der Figur EDBF verhalte, wie 1 zum Hyperboliſchen Logarithmo von $\frac{AB}{AD}$. Da nun dieſer Logarithmus gleich I iſt, ſo muß die Figur DEFB dem Viereck AGED gleich ſeyn. Wir wollen die Linie DE $= f$ ſetzen, ſo wird die Figur DEFB durch $bf\,l\frac{a}{b}$, das iſt durch bf ausgedrückt werden. Man betrachte jetzt eine andere Ladung, welche den Lauf von A bis I anfülle, und nenne AI $= \beta$, ſo wird ſich das Quadrat der gröſten Geſchwindigkeit zum Quadrat der aus dieſer Ladung AI entſtehenden Geſchwindigkeit verhalten, wie bf zu $\beta f\,l\frac{a}{\beta}$. Es

iſt aber $l\frac{a}{\beta} = l\frac{a}{b} + l\frac{b}{\beta} = 1 + l\frac{b}{\beta}$, weil $l\frac{a}{b} = 1$, alſo wird jene Verhältniß wie bf zu $\beta f + \beta f\, l\frac{b}{\beta}$. Aus der vorher angeführten Natur der Hyperbel aber drücket $\beta f\, l\frac{b}{\beta}$ den Inhalt der Figur IHKD aus, und βf iſt das Viereck AGHI, gleich wie bf dem Viereck AGED gleich iſt; dahero iſt $\beta f + \beta f\, l\frac{b}{\beta}$ = AGHI + IHKD = AGED — HEK. Folglich wird ſich das Quadrat der gröſten Geſchwindigkeit zum Quadrat der aus der Ladung AI entſpringenden Geſchwindigkeit verhalten, wie AGED zu AGED — HEK, wie der Autor findet. Wir haben hier den Fall betrachtet, da die Ladung AI kleiner iſt, als die ſtärkſte AD; wenn aber AI gröſſer iſt, als AD, und $\beta > b$: ſo iſt der Beweiß mit den vorigen einerley, wenn man nur erweget, daß in dieſem Fall der Inhalt der Figur DKHI nicht durch $\beta f\, l\frac{b}{\beta}$, ſondern

durch

durch $\mathfrak{E} f\, l\frac{\beta}{b}$, oder durch $-\mathfrak{E} f\, l\frac{b}{\beta}$ ausgedrückt werde.

Ungeachtet wir nun die ſtärkſte Ladung aus einer der Wahrheit weit näher kommenden Formul ſchon oben beſtimmet haben; ſo hat doch daſelbſt der Buchſtabe a nicht die ganze Länge des Laufs, ſondern nur einen Theil deſſelben angedeutet, ſo daß in derſelben Tabelle immer ein längerer Lauf, als daſelbſt bemerket wird, verſtanden werden muß. Um nun dieſen Mangel zu erſetzen, ſo wollen wir aus derjenigen Formul, welche wir hier zur Beſtimmung der Geſchwindigkeit gebraucht haben, auch die ſtärkſte Ladung herleiten; weil dieſelbe auf dieſe Art der Wahrheit weit näher kommen muß. Unſere Æquation iſt nun, wenn der Spiel-Raum mit in Betrachtung gezogen wird, dieſe:

$$v = \frac{1000\, bh}{k + 455\, b}\, l\, \frac{2a - b}{b}.$$

Dieſe wird am gröſten, wenn $\frac{b}{k + 455\, b}\, l\, \frac{2a - b}{b}$ den gröſten Werth erhält. Um dieſen zu finden, ſo differenzire man dieſe Formul, indem man nur b als veränderlich

 anſieht

anſieht, und ſetze das Differentiale gleich nichts, ſo wird man finden

$$\frac{k\,db}{(k+455\,b)^2}\;l\frac{2a-b}{b}-\frac{2\,a\,db}{(k+455b)\,(2a-b)}$$

$= o$ oder

$$l\,\frac{2a-b}{b} = \frac{2a\,(k+455\,b)}{(2a-b)\,k}.$$

Man ſetze $\frac{2\,a-b}{b} = u$, ſo wird $b = \frac{2\,a}{1+u}$

und $l\,u = 1 + \frac{1}{u} + \frac{910\;a}{k\,u}$.

Wenn wir nun ſetzen, daß das Stück i Caliber lang, uud die Materie der Kugel n mahl ſchwehrer ſey, als Luft, ſo wird $k : a = 910 : \frac{1365\;i}{n}$, folglich bekommt man

$$l\,u = 1 + \frac{1}{u} + \frac{1365\;i}{n\,u}.$$

Wenn ferner die Kugel von Eiſen angenommen wird, ſo iſt $n = 6650$ und $\frac{1365}{n} = \frac{1}{5}$ ſo nahe, daß der Unterſcheid nicht zu achten. Dahero hat man

$$l\,u = 1 + \frac{i+5}{5\,u}.$$

Aus

Aus dieſer Æquation kan zwar überhaupt der Werth von u nicht angezeigt werden; in einem jeglichen Fall aber iſt es leicht, denſelben durch die Näherung heraus zu bringen. Um ein Exempel hiervon zu geben, ſo wollen wir ſetzen $i = 30$; ſo wird

$$lu = 1 + \frac{7}{u}.$$

Wenn man nun eine Tabelle von hyperboliſchen Logarithmis bey der Hand hat, ſo wird man bald ſehen, daß u zwiſchen 7 und 8 enthalten ſey. Man gebe alſo dem u dieſe beyden Werthe, und bemerke bey jedem den Unterſcheid folgender Geſtalt

	$u = 7$	$u = 8$
$lu =$	1,945909	2,079441
$1 + \frac{7}{u} =$	2,000000	1,875000
Unterſcheid	— ,054091	+ ,204441

Weil dieſe beyden Unterſcheide verſchiedene Zeichen haben, ſo addire man dieſelben zuſammen, und ſage nach der Regul falſi, wie ſich dieſe Summe verhält zu 1, nehmlich dem Unterſcheid zwiſchen den beyden angenommenen Werthen von u, alſo verhält ſich, 054091 zum Uberſchuß des wahren Werths von u über 7, welcher gefunden wird $= 0,21$, alſo

 iſt

iſt $u = 7,21$. Weil nun $a = 30c$, ſo wird $b = \frac{60c}{8,21} = 7,31\,c$. Hieraus kan man auch ferner das Gewicht dieſer ſtärkſten Ladung in Anſehung des Gewichts der Kugel beſtimmen. Denn, wenn das Gewicht der Kugel $= P$, das Gewicht der Ladung $= Q$, und man ſetzt $Q = mP$; ſo wird beynahe $m = \frac{b}{5c}$. Aus dieſem Grunde iſt alſo die folgende Tabelle ausgerechnet worden:

Tabelle für die ſtärkſte Ladung.

Länge des ganzen Laufs in Calibern.	Länge des Pulver-Raums in Calibern.	Gewicht des Pulvers in 100ſten Theilen des Gewichts der Kugel.
2	0, 82	16
4	1, 54	31
6	2, 18	43
8	2, 78	56
10	3, 35	67
12	3, 86	77

14	4, 30	86
16	4, 77	95
18	5, 20	104
20	5, 59	112
22	5, 96	119
24	6, 32	126
26	6, 66	133
28	6, 99	140
30	7, 31	146
32	7, 61	152
34	7, 90	158
36	8, 18	163
38	8, 44	169
40	8, 69	174
42	8, 93	179
44	9, 18	184
46	9, 42	188
48	9, 66	193
50	9, 89	198
52	10, 11	202
54	10, 31	206
56	10, 51	210
58	10, 71	214
60	10, 90	218

Da dieſe Tabelle aus derjenigen Formul entſprungen, welche wir zuletzt gefunden, und in welcher alle Umſtände auſſer der allmähligen Entzündung des Pulvers in Betrachtung gezogen worden; ſo iſt kein Zweifel, daß die in dieſer Tabelle gegebenen ſtärkſten Ladungen mit der Wahrheit näher übereinſtimmen werden, als diejenigen, welche entweder nach des Autoris Regel gefunden worden, oder in der oben gegebenen Tabelle enthalten ſind. Erſtlich ſieht man, daß alle in dieſer Tabelle befindlichen ſtärkſten Ladungen kleiner ſind, als in der obigen: und wenn man ferner dieſelbe, mit des Autoris Regel vergleicht, ſo findet man, daß, wenn die Länge des Laufs kleiner iſt, als 6 Caliber, die hier gegebene ſtärkſte Ladung gröſſer ſey, als nach dem Autore. Bey 6 Calibern ſtimmen dieſelben völlig mit einander überein, und wenn der Lauf länger iſt, als 6 Caliber, ſo weichen unſere Ladungen je länger je mehr ab von des Autoris Regel. Denn wenn der Lauf 60 Caliber lang iſt, ſo kommt nach des Autoris Regel die Länge des Pulver Raums ungefehr von 22 Caliber heraus, da unſere nicht einmahl die Helfte austrägt. Und wenn es möglich wäre, einen Lauf ſo 10000 Caliber lang zu machen, ſo würde die zum ſtärkſten Schuß erforderte Ladung nicht mehr als einen Raum von 49 $\frac{3}{4}$ Calibern einnehmen, und

dieſe

dieſe Ladung würde bey nahe 10 mahl ſchweh-
rer ſeyn, als das Gewicht der Kugel. Wol-
te man aber die allmählige Entzündung des
Pulvers noch in Betrachtung ziehen, ſo wür-
den, allem Anſehen nach, dieſe gröſten Ladun-
gen noch kleiner heraus kommen, daher man
um ſo viel weniger zu zweifeln Urſache hat,
daß die Regel des Autoris dieſe Ladung weit
zu groß anzeige.

V. Satz.

Wenn eine Canonen-Kugel von 24 Pfund mit voller Ladung geſchoſſen wird, ſo iſt der Wiederſtand der Luft, indem dieſelbe aus der Canone heraus-fährt, mehr als zwanzig mahl gröſ-ſer, als das Gewicht derſelben.

Wir haben in dem zweyten Satz dieſes Capitels gezeiget, daß der Wiederſtand der Luft auf eine Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter, welche ſich mit einer Geſchwindigkeit von 1670 Schuhen in einer Secunde beweget, einem Gewicht von 10 Pfunden gleich ſey. In dem vorhergehenden Satz aber iſt ausgemacht werden, daß eine eiſerne Kugel von 24 Pfunden, wenn dieſelbe

mit 16 Pfund Pulver geſchoſſen wird, welche Ladung gemeiniglich für die tüchtigſte um Breche zu ſchieſſen gehalten wird, eine Geſchwindigkeit von ungefehr 1650 Schuhen in einer Secunde erhalte, welche von der vorigen nicht merklich unterſchieden iſt. Da nun der Umfang dieſer letztern Kugel mehr als 54 mahl gröſſer iſt, als der Umfang der vorigen, ſo $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter hielt, und ihre Geſchwindigkeiten beynahe einerley waren; ſo folget, daß der Wiederſtand, welchen die gröſſere Kugel empfunden, mehr als 540 Pfund austrage, welches bey nahe 23 mahl mehr iſt, als das Gewicht der Kugel.

Zuſatz.

Wir haben ſchon oben in der Einleitung angemerket, daß diejenigen, welche ſich die Artillerie gründlich abzuhandeln bemühet haben, insgeſamt voraus geſetzt, daß die Bahn einer Stück-Kugel oder Bombe derjenigen krummen Liuie, welche Parabel genennt wird, ſehr nahe komme. Unſere beyden letzteren Sätze zielen nun inſonderheit dahin ab, um dieſe Meynung zu wiederlegen.

Die Urſache aber, warum die gedachten Autores dieſe Meynung behauptet haben, gründete ſich fürnehmlich darauf, daß ſie glaubten, der Wiederſtand der Luft könne keine merkliche Würkung haben. Weil nun unſtreitig war dargethan worden, daß die Bahn aller geworfenen

ſenen Körper, wenn kein Wiederſtand vorhanden wäre, eine Parabel ſeyn müßte; ſo haben ſie aus Uebereilung ſo gleich geſchloſſen, daß dergleichen ſchwehre Körper als Bomben und Stück-Kugeln von einer ſolchen ſubtilen Materie, als die Luft iſt, keinen merklichen Wiederſtand leiden könnten, und daß folglich ihre paraboliſche Bahn dadurch nicht merklich verändert würde.

Dieſes Vorurtheil wird nun durch den erſtaunlichen Wiederſtand der Luft auf eine 24 pfündige Kugel, deſſen Größe wir hier beſtimmet haben, hinlänglich beſtritten. Denn, wie irrig muß nicht eine ſolche Meynung ſeyn, in welcher eine Kraft, ſo mehr als zwanzig mahl gröſſer iſt, als das Gewicht des Körpers, für nichts geachtet wird? Unterdeſſen wollen wir uns nicht allein begnügen, die Würklichkeit und die Größe des Wiederſtands der Luft erwieſen zu haben; ſondern wir wollen auch noch die wahre Bahn der Körper in dieſer fleißigen Materie umſtändlicher in Erwegung ziehen. Wir wollen nehmlich durch vielerley Verſuche deutlich zeigen, wie ſehr die Bahn, welche ein jeglicher geworfener Körper in der Luft beſchreibet, nach allen Umſtänden von derjenigen, welche aus den insgemein angenommenen Gründen flieſſet, abweiche. Zu dieſem Ende iſt aber nöthig, einige wenige Sätze voraus zu ſetzen, wovon, der Beweis bey den meiſten

Auto-

Autoren, welche die gemeine Lehre von den fallenden Körpern abgehandelt haben, gefunden wird.

1. Lehr-Satz. Wenn der Wiederſtand der Luft ſo klein iſt, daß die Bewegung eines geworfenen Körpers in einer Parabel geſchieht; ſo ſteht die Axe dieſer Parabel immer ſenkelrecht auf dem Horizont, und folglich iſt der Theil dieſer krummen Linie, in welchem der Körper hinauf ſteiget, demjenigen gleich und ähnlich, in welchem der Körper wiederum herunter fällt.

2. Lehr-Satz. Wenn die Parabel, in welcher ſich der Körper beweget, auf einer horizontal-Fläche aufſteht, ſo iſt der oberſte Punkt derſelben von beyden Enden gleich weit entfernet.

3. Lehr-Satz. Der Körper wird in dieſem Fall auch unter eben demſelben Winkel, und mit eben der Geſchwindigkeit auf die Erde fallen, als derſelbe anfänglich iſt herauf geworfen worden.

4. Lehr-Satz. Wenn der Körper mit einerley Geſchwindigkeit, aber unter verſchiedenen Winkeln, geworfen wird; ſo wird derjenige Wurf am weiteſten reichen, welcher unter einem Winkel von 45 Graden mit dem Horizont gethan worden.

5. Lehr-Satz. Wenn die Geſchwindigkeit, mit welcher der Körper anfänglich geworfen

ſen wird, bekannt iſt, ſo kann die gröſte Weite des Wurfs daraus alſo gefunden worden. Man berechne nach der bekannten Lehre von dem Fall der Körper die Höhe, aus welcher ein Körper durch den Fall eben diejenige Geſchwindigkeit erhält, mit welcher der Körper geworſen wird: alsdenn wird dieſe Höhe zweymahl genomemn, die gröſte Weite geben, zu welcher der Körper, wenn derſelbe unter einem Winkel von 45 Graden mit dem Horizont geworſen wird, gelangen kann.

6. Lehr-Satz. Die Horizontal-Würſe eines Körpers, wenn derſelbe mit einerley Geſchwindigkeit unter verſchiedenen Winkeln mit dem Horizont geworſen wird, verhalten ſich untereinander, wie der Sinus der doppelten Winkel, unter welchen die Würfe geſchehen.

7. Lehr-Satz. Wenn der Körper unter einerley Winkel mit dem Horizont, aber mit verſchiedenen Geſchwindigkeiten fortgeworſen wird; ſo werden ſich die Würſe auf einer Horizontal-Fläche verhalten, wie die Quadrate der Geſchwindigkeiten.

In dieſen Lehr-Sätzen ſind nun alle diejenigen Gründe enthalten, nach welchen die Bewegung der geworſenen Körper von den heutigen Scribenten der Artillerie berechnet zu werden pflegt. Wenn alſo einige von dieſen Lehr-Sätzen bey der Bewegung der geworſenen Körper nicht Stich halten, ſo folget daraus unſtrei-

unſtreitig, daß der Körper in ſeiner Bewegung von der Paraboliſchen Bahn abweiche. Dahero wird die gemeine Lehre von der Bewegung der geworfenen Körper völlig umgeſtoſſen, wenn wir werden darthun können, daß überhaupt kein einiger von dieſen Sätzen mit der wahren Bewegung der Körper übereinſtimme.

I. Anmerkung.

In dieſem Satz unterſuchet der Autor die Gröſſe des Wiederſtands der Luft, welchen eine halbe Carthaunen-Kugel, ſo ſich darinn mit einer Geſchwindigkeit von 1650 Schuhen in einer Secunde beweget, auszuſtehen hat, und weiſet, daß die Kraft des Wiederſtands über 20 mahl gröſſer ſey, als das Gewicht der Kugel. Um dieſes zu erweiſen, ſo legt er den vorher beſtimmten Wiederſtand, welchen eine Kugel, ſo nur $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter hat, und ſich mit einer Geſchwindigkeit von 1670 Schuhen in 1″ beweget, leidet, zum Grunde. Denn da dieſe beyden Geſchwindigkeiten nicht merklich von einander unterſchieden ſind, ſo muß ſich der Wiederſtand der gröſſern zum Wiederſtand der kleinern verhalten, wie das Quadrat des Diameters der gröſſern zum Quadrat des Diameters der kleinern: weil ſich die Oberfläche zweyer Kugeln unter ſich, wie die Quadrate ihrer Diameter verhalten. Nun aber ſagt der Autor, daß die Oberfläche der

24 pfün-

24 pfündigen Kugel mehr als 54 mahl gröſſer geweſen, als der kleinern Kugel, deren Diameter nur $\frac{3}{4}$ Zoll war, folglich muß der Diameter der groſſen Kugel geweſen ſeyn $= \frac{3}{4} \sqrt{54}$ Zoll, das iſt beynahe $5\frac{1}{2}$ Zoll. Dahero wiegt eine eiſerne Kugel, deren Diameter $5\frac{1}{2}$ Zoll groß iſt 24 Pfund: und hieraus läßt ſich der Diameter einer jeglichen eiſernen Kugel, deren Gewicht bekannt iſt, beſtimmen. Wir können aber aus der oben gefundenen Formul, wodurch der Wiederſtand einer Kugel ausgedruckt wird, in einem jeglichen Fall die Verhältniß des Wiederſtands der Luft zu dem Gewicht der Kugel leicht anzeigen. Denn es ſey der Diameter der Kugel $= c$, und v die Höhe, aus welcher die Geſchwindigkeit der Kugel erzeugt werden kann, ſo iſt, wie wir gefunden haben, der Wiederſtand dem Gewicht einer mit der Kugel gleich dicken Luft-Säule gleich, deren Höhe $\frac{1}{2} v + \frac{1}{2h} vv.$ wo h eine Höhe von 28845 Engliſchen oder 27979 Rheinl. Schuhen anzeigt. Ferner iſt die Kugel ſelbſt einem gleich dicken Cylinder gleich, deſſen Höhe $= \frac{2}{3} c$. Wenn alſo die Materie der Kugel n mahl ſchwehrer, als die Luft geſetzt wird, ſo iſt das Gewicht der Kugel dem Gewicht einer gleich dicken Luft-Säule gleich, deren Höhe $= \frac{2}{3} n c$, folglich wird ſich der

der Wiederſtand der Kugel zu ihrer eignen Schwehre verhalten, wie $\frac{1}{2}v + \frac{1}{2h}vv$ zu $\frac{2}{3}nc$, das iſt, wie $\frac{3v(h+v)}{4nch}$ zu 1. Wenn alſo die Kugel von Eiſen iſt, ſo wird $n = 6647$, und der Wiederſtand der Kugel verhält ſich zu ihrer Schwehre, wie $\frac{v(h+v)}{8863cb}$. Laßt uns nun ſetzen, die Geſchwindigkeit der Kugel betrage 1650 Engliſche oder 1600 Rheinl. Schuh in einer Secunde, ſo wird die Höhe $v = 40960$. Rheinl. oder 42226 Engl. Schuh, und $h + v = 71071$ Engl. Schuh: Folglich wird ſich der Wiederſtand zur Schwehre der Kugel verhalten, wie 11, 7386 Schuh zum Diameter der Kugel. Weil nun nach des Autoris Rechnun der Diameter der 24pfündigen Kugel 5½ Zoll, oder $\frac{11}{24}$ Schuh beträgt, ſo muß ſich der Wiederſtand derſelben zu ihrem eignen Gewicht von 24 ℔ verhalten, wie 11, 7386 zu $\frac{11}{24}$ oder wie 25, 6615 zu 1. und iſt alſo der Wiederſtand über 25½ mahl gröſſer, als das Gewicht der Kugel. Es iſt nicht nöthig, die Urſache zu unterſuchen, warum der Autor dieſen Wiederſtand nur 23 mahl gröſſer findet,

als

als das Gewicht der Kugel. Denn man ſiehet aus ſeinem Vortrag ſogleich, daß ſeine Abſicht nur dahin gegangen, um zu zeigen, daß der Wiederſtand der Kugel im vorgelegten Fall gewiß über 20 mahl gröſſer ſey, als das Gewicht derſelben: und deswegen mag derſelbe mit Fleiß alle Beſtimmungen etwas zu klein angenommen haben, damit man um ſo viel weniger an der Richtigkeit ſeines Satzes zu zweifeln Urſache hätte.

Da nun der Wiederſtand der Luft ſo erſtaunlich groß iſt, ſo kann man der gemeinen Meynung, daß ſich die Kugeln in Parabeln bewegen, um ſo viel weniger länger beypflichten, da dieſelbe ſchon hinlänglich wiederlegt ſeyn würde, wenn auch der Wiederſtand der Luft nur dem Gewicht der Kugel ſelbſt gleich wäre. Inzwiſchen iſt die Unrichtigkeit dieſer gemeinen Meynung ſchon längſt gründlich genug dargethan worden, obgleich der gemeine Hauſe der Artilleriſten ſich wenig daran gekehret zu haben ſcheinet. Dahero der Autor ſeine Ausdrückungen, als wenn er zu allererſt dieſen Fehler entdeckt hätte, etwas mäßigen ſollte. Wir haben ſchon in unſern Anmerkungen zu der Vorrede des Verfaſſers gewieſen, daß dieſer Fehler bereits vor geraumer Zeit nicht nur bemerket, ſondern auch verbeſſert worden; indem man diejenige Linie, welche von einem Körper würklich in der Luft beſchrieben wird,

zu beſtimmen vermögend geweſen. Unterdeſſen aber hat man doch die gröſte Urſache, dem Autori verpflichtet zu ſeyn, daß er dieſen merklichen Zuwachs des Wiederſtands der Luft, wenn die Bewegung ſehr ſchnell iſt, wahr genommen; als wodurch er nicht nur den gemeinen Haufen von einem groben Irrthum befreyet, ſondern auch den Gelehrten die Unrichtigkeit der durchgehends angenommenen Lehre von dem Wiederſtand der Luft deutlich vor Augen geleget hat.

II. Anmerkung.

Weil der Autor im folgenden Satz willens iſt, den groſſen Unterſcheid durch Verſuche zu zeigen, welcher ſich zwiſchen der wahren Bahn, ſo ein geworfener Körper in der Luft beſchreibet, und einer Parabel befindet; ſo zieht er hier die fürnehmſten Eigenſchaften der paraboliſchen Bewegung in Betrachtung. Denn da es nicht ſo leicht iſt, die wahre Bahn, welche ein Körper beſchreibet, durch die Erfahrung zu beſtimmen; ſo würde es ſehr ſchwehr ſeyn, unmittelbar den Unterſcheid zwiſchen dieſer Bahn und einer Parabel zu beobachten. Derowegen betrachtet hier der Verfaſſer einige Eigenſchaften, mit welchen die Bewegung in einer Parabel nothwendig verknüpfet iſt, um nachgehends unterſuchen zu können, ob ſich dieſe Eigenſchaften bey der Bewegung eines Körpers in der Luft befinden

den, oder nicht. Denn wenn nur einige von dieſen Eigenſchafften in der Luft nicht ſtatt finden; ſo folget daraus unſtreitig, daß die Bahne, welche ein ſolcher Körper in der Luft beſchreibet, keine Parabel ſeyn könne. Ob ſich nun gleich dieſe Eigenſchafften in unzehlich viel Büchern gründlich erwieſen befinden; ſo wollen wir doch dieſelben allhier aus den erſten Grund-Sätzen der Bewegung herleiten, theils damit man die Wahrheit derſelben deſto deutlicher einſehe, theils aber fürnehmlich, damit wir hernach auf gleiche Weiſe die wahre Bewegung eines Körpers in der Luft deſto leichter beſtimmen können.

Galilæus hat ſchon gefunden, daß ein ſchwehrer Körper in einem Luft-leeren Raum, oder wenn derſelbe gar keinen Wiederſtand antrifft, ſich in einer Parabel bewege; und aus eben dieſem Grunde haben die meiſten Autores, welche von der Artillerie geſchrieben haben, die Bahn einer Bombe oder einer Stück-Kugel in der Luft für eine Parabel gehalten: nicht als wenn dieſelben gar keinen Begrif von dem Wiederſtand gehabt hätten, ſondern weil ſie dieſen Wiederſtand ſo klein zu ſeyn geglaubet haben, daß derſelbe in der Bewegung dieſer Körper keine merkliche Veränderung verurſachen könnte. Wir wollen alſo ſetzen, daß der Körper gar keinen Wiederſtand leide, und aus den Grundſätzen der Bewegung diejenige

Linie beſtimmen, nach welcher derſelbe ſeine Bewegung fortſetzen muß, nachdem derſelbe mit einer gegebenen Geſchwindigkeit unter einem gegebenen Winkel mit dem Horizont geworfen worden.

Es ſey demnach EF (Fig.23.) eine horizontal-Linie, auf welcher ein Körper aus dem Punckt E nach der Direction EH mit einer Geſchwindigkeit, ſo durch den Fall aus einer Höhe $= b$ erlangt wird, geworfen worden, und die krumme Linie EMAF ſoll den Weg vorſtellen, nach welchem ſich der Körper beweget, biß derſelbe wiederum auf die Horizontal-Linie in F herunter fällt. Man nenne den Winkel HEF $= \zeta$, welchen die Direction des Körpers EH anfänglich mit der Horizontal-Linie EF macht. Da nun die Geſchwindigkeit des Körpers in E durch $\sqrt{b}$ ausgedruckt wird: wenn man dieſe Bewegung in den Gedanken in zwey andere zertheilet, deren eine nach der Vertical-Linie EG, die andere aber nach der Horizontal-Linie EF gerichtet iſt, ſo wird die Geſchwindigkeit der erſtern $= \sqrt{b}.$ ſin ζ, und die Geſchwindigkeit der letztern $= \sqrt{b}.$ coſ ζ. Wenn man nehmlich den Sinum von $90^\circ = 1$ annimmt. Nun wollen wir ſetzen, der Körper ſey ſchon biß in M gekommen, und aus M die perpendicular-Linie MP herunter laſſen; alsdenn EP $= x$ und PM $= y$ nennen, die Zeit aber, in welcher

cher der Körper in M gekommen, ſey $= t$. In einer unendlich kleinen Zeit dt wird der Körper durch Mm fortgehen, und wenn der Weg durch die Zeit dividirt für die Geſchwindigkeit angenommen wird, ſo wird die Geſchwindigkeit des Körpers in M ſeyn $= \frac{Mm}{dt}$. Dieſe Bewegung zertheile man auch in zwey andere nach den Directionen Mq und Mr, deren jene auf den Horizont perpendicular, dieſe aber dem Horizont parallel iſt; und weil, nachdem man die Linie mp mit MP parallel gezogen, ſeyn wird $Mq = mr = dy$ und $Mr = dx$, ſo wird die Geſchwindigkeit nach der Direction $Mq = \frac{dy}{dt}$ und nach der Direction $Mr = \frac{dx}{dt}$. Da nun die Bewegung des Cörpers nur allein von ſeiner Schwehre verändert wird, deren Direction nach MP abwerts gerichtet iſt; ſo ſieht man wohl, daß die Geſchwindigkeit nach der Direction Mr davon keine Veränderung leide, und dahero allenthalben gleich groß, das iſt der erſten Geſchwindigkeit nach der Horizontal-Direction, welche war $= \sqrt{b}.\cos.\zeta$ beſtändig gleich bleibe. Dahero iſt $\frac{dx}{dt} = \sqrt{b}.\cos.\zeta$, oder $dx = dt\sqrt{b}.$

coſ. ζ, welche Vergleichung integrirt giebt $x = t\,\text{coſ.}\zeta : \sqrt{b}$, woraus erhellet, daß der Körper nach der Horizontal-Direction immer gleich geſchwind fortgehe. Hergegen würket aber die ganze Schwehre nach der andern Vertical-Direction Mq. Da nun die Geſchwindigkeit nach dieſer Direction iſt $= \frac{dy}{dt}$, ſo wird die Höhe, aus welcher dieſe Geſchwindigkeit erzeuget wird $= \frac{dy^2}{dt^2}$, wovon das Differentiale, wenn dt unveränderlich angenommen wird, ſeyn wird $= \frac{2\,dyddy}{dt^2}$. Dieſes Differentiale muß ſich zu dem Raum dy, welchen der Körper nach dieſer Bewegung in der Zeit dt beſchreibet, verhalten, wie die Kraft, welche nach der Direction Mq auf den Körper würket zu ſeinem Gewicht. Nun aber iſt dieſe Kraft dem Gewicht des Körpers ſelbſt gleich: nur iſt zu merken, daß dadurch die Geſchwindigkeit nicht vermehret ſondern vermindert werde. Dahero erhalten wir dieſe Proportion:

$$\frac{2\,dyddy}{dt^2} : dy = -1 : 1$$

woraus dieſe Æquation entſpringt:

$$2\,ddy = -\,dt^2.$$

Hiervon

Hiervon iſt das Integrale $\frac{2dy}{dt} = C - t$; allwo $\frac{dy}{dt}$ die Vertical-Geſchwindigkeit des Körpers nach Verfließung der Zeit t anzeiget. Da nun im Anfange, da $t = o$, die Vertical-Geſchwindigkeit war $= \sqrt{b}.\sin.\zeta$, ſo wird für dieſen Ort $2\sqrt{b}.\sin.\zeta = C$, wodurch die Größe des Buchſtabens C, welcher durch die Integration hinein gekommen, beſtimmet wird. Alſo wird ſeyn

$$\frac{2dy}{dt} = 2\sqrt{b}.\sin\zeta - t, \text{ oder}$$

$$2dy = 2dt\sin\zeta.\sqrt{b} - tdt.$$

Wovon das Integrale giebt

$$2y = 2t\sin\zeta.\sqrt{b} - \tfrac{1}{2}tt.$$

Aus der Differential-Æquation $\frac{2dy}{dt} = 2\sqrt{b}.\sin\zeta - t$ erhellet erſtlich, weil $\frac{dy}{dt}$ die Vertical-Bewegung anzeigt, daß wenn $t = 2\sqrt{b}.\sin\zeta$. die Vertical-Geſchwindigkeit des Körpers verſchwindet, und derſelbe ſeine Horizontal-Bewegung allein behalte. Wenn wir alſo ſetzen, daß dieſes im Punct A geſchehe, ſo wird die Tangens der krummen Linie in A horizontal ſeyn. Wenn

 aber

aber t grösſer wird, als $2\sqrt{b}.\sin\zeta$, ſo bekömmt die Vertical-Geſchwindigkeit $\frac{dy}{dt}$ einen negativen Werth, welcher anzeiget, daß der Körper alsdenn im Herunterfallen begriffen ſey. Alſo wird EA derjenige Theil der Bahn EMF ſeyn, durch welchen der Körper hinauf ſteigt, und AF der Theil, durch welchen der Körper wiederum herab fällt. Um aber die Natur dieſer krummen Linie näher zu erkennen, ſo iſt zu merken, daß $t = \frac{x}{\cos\zeta.\sqrt{b}}$. Man ſetze alſo dieſen Werth für t in der Integral-Æquation $2y = 2t\sin\zeta.\sqrt{b} - \frac{1}{2}tt$, ſo wird $2y = 2x \tan\zeta - \frac{xx}{2b\cos\zeta^2}$; oder

$$xx - 4bx\sin\zeta\cos\zeta = -4by\cos\zeta^2.$$

Hieraus kommt

$$-x + 2b\sin\zeta\cos\zeta = 2\cos\zeta\sqrt{(bb\sin\zeta^2 - by)}$$

Aus dieſer Æquation ſieht man nun leicht, daß die geſuchte krumme Linie EMF eine Parabel ſey. Denn man nehme $EB = 2b\sin\zeta\cos\zeta$. ſo wird $BP = 2b\sin\zeta\cos\zeta - x$: Hernach richte man in B die Perpendicular-Linie auf $BA = b\sin\zeta^2$, und ziehe MQ mit

EF

EF parallel, ſo wird $AQ = b \sin \zeta^2 - y$, $MQ = BP$. Nun nenne man $AQ = p$ und $QM = q$, ſo wird

$$q = 2 \cos \zeta \sqrt{bp} \text{ oder } qq = 4bp \cos \zeta^2,$$

welche Æquation klar zeiget, daß die geſuchte krumme Linie eine Parabel ſey, deren Axe die Vertical-Linie AB. Und hieraus erhellet die Wahrheit des erſten, andern und dritten Lehnſatzes: nehmlich erſtlich, daß die Axe der Parabel AB auf die Horizontal-Linie EF perpendicular, und daß folglich die beyden Theile AE und AF einander gleich und ähnlich ſeyn. Hernach iſt auch klar, daß die äuſſerſten Puncte auf die Horizontal-Linie E und F gleich weit von dem höchſten Punct A entfernet ſeyn. Drittens folgt aus dieſer Gleichheit der Theile AE und AF, daß die Winkel, welche die krumme Linie in E und F mit der Horizontal-Linie EF macht, einander gleich ſeyn. Weil ferner $EF = 2EB = 4b \sin \zeta \cos \zeta$, ſo wird die Vertical-Geſchwindigkeit des Körpers in F ſeyn $= \sqrt{b}.$

$$\sin \zeta - \frac{x}{2\sqrt{b}.\cos \zeta}$$ wenn man für x den Werth $4b \sin \zeta \cos \zeta$ ſetzt. Es wird alſo dieſe Geſchwindigkeit $= -\sqrt{b}.\sin \zeta$: welche von der erſten in E nur darinne unterſchieden iſt, daß jene aufwerts, dieſe aber abwerts

gerichtet

gerichtet iſt. Weil nun die Horizontal-Bewegung immer einerley bleibt, ſo folgt hieraus, daß der Körper in F eben diejenige Geſchwindigkeit habe, mit welcher er in E fortgeworfen worden. Weil ferner EB $= 2b \sin \zeta \cos \zeta$, ſo iſt EB $= b \sin 2\zeta$, und die Weite des Wurfs auf der Horizontal-Linie, nehmlich EF $= 2b \sin 2\zeta$. Woraus erſtlich folgt, daß wenn die Geſchwindigkeit $\surd b$ im Anfange E einerley bleibt, die Weite des Wurfs dem Sinus des doppelten Winkels HEF proportional ſey; wenn aber der Winkel FEH einerley bleibt, und die Geſchwindigkeit $\surd b$ verändert wird; ſo iſt die Weite des Wurfs EF dem b, das iſt dem Quadrat der Geſchwindigkeit proportional. Dieſes dienet zum Beweisthum des 6ten und 7ten Lehn-Satzes. Was ferner die gröſte Weite des Wurfes anlanget, weil die Weite EF $= 2b \sin 2\zeta$ gefunden worden, ſo ſieht man ſogleich, daß dieſelbe am gröſten werde, wenn der Winkel 2ζ neunzig Grad hält; denn da wird ſein Sinus dem Radio gleich, alle übrige Sinus aber ſind, wie bekannt, kleiner als der Radius. Wenn alſo der Wurf auf der Horizontal-Linie am weiteſten reichen ſoll, ſo muß der Winkel HEB, unter welchem der Körper anfänglich geworfen wird, 45° halten: und hierinne beſteht der vierdte Lehn-Satz.

Nimmt

Nimmt man nun den Winkel HEB von 45° ſo wird ſin 2 $\zeta = 1$ und folglich die Weite des Wurfs EF $= 2b$, das iſt, der doppelten Höhe b, aus welcher die erſte Geſchwindigkeit des Körpers durch den Fall erzeuget werden kann. Hieraus erhält alſo der fünfte Lehn-Satz ſeine Richtigkeit. In allen Fällen aber kann die Weite des Wurfs durch dieſe Regel De-tri gefunden werden. Man ſage nehmlich, wie ſich verhält der Sinus von 90° zum Sinus des doppelten Winkels HEB, welchen die Direction des Körpers im Anfange mit dem Horizont machet, alſo verhält ſich die doppelte Höhe b, woraus die Geſchwindigkeit des Körpers erzeuget wird, zur Weite des Wurfs EF, welche ſolcher Geſtalt gefunden wird. Wollte man noch ferner die gröſte Höhe AB beſtimmen, zu welcher der Körper in ſeinem Heraufſteigen gelangt; ſo iſt dieſelbe AB $= b$ ſin ζ^2, und wird folglich auch leicht durch die Regel Detri gefunden.

Wenn alſo der Wiederſtand der Luft auf die Canonen-Kugeln keine Würkung hätte, ſo würde die Bahn derſelben beſtändig eine Parabel ſeyn, und die Bewegung der Kugel würde ſich auch nach den hier gefundenen Geſetzen richten, und folglich leicht beſtimmt werden können, wie faſt aus allen Anleitungen der Artillerie, welche auf dieſe Gründe

gebauet

gebauet worden, zur Gnüge erhellet. Wir hätten auch leicht unſere Beſtimmung allgemeiner machen können, wenn wir die Linie EF nicht horizontal, ſondern auf den Horizont nach Belieben inclinirt, angenommen hätten. Die Rechnung würde faſt gar nicht weitläuftiger worden ſeyn, und aus derſelben würde man geſehen haben, daß, wenn der Wurf auf einer ſolchen ſchiefen Fläche am weiteſten reichen ſoll, alsdenn die erſte Direction des Körpers EH den Winkel GEF, welchen die Vertical-Linie GE, als nach welcher die Schwehre würket, mit der ſchiefen Linie EF macht, gleichfalls in zwey gleiche Theile zerſchneiden müſſe. Weil aber dieſe Betrachtungen in der Artillerie gar keinen Nutzen haben können; ſo wollen wir uns dabey nicht länger aufhalten, ſondern zum folgenden Satz des Autoris fortſchreiten.

VI. Satz.

VI. Satz.

Die Bahn, nach welcher ſich eine Bombe oder Stück-Kugel in der Luft beweget, iſt weder eine Parabel, noch bey nahe eine Parabel; wenn die Geſchwindigkeit, womit dieſelben geſchoſſen worden, nicht ſehr geringe iſt.

Wir haben in dem vierdten Satz dieſes Capitels gewieſen, daß eine Mußketen-Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter, wenn dieſelbe mit der Helfte ihres Gewichts Pulver aus einem Lauf, der 45 Zoll lang, geſchoſſen wird, eine Geſchwindigkeit von ungefehr 1700 Schuhen in 1″ erlange. Wenn ſich nun dieſe Kugel in einer Parabel bewegte, ſo müßte der weiteſte Schuß, welcher unter einem Winkel von 45° mit dem Horizont geſchieht, Kraft des fünften Lehn-Satzes ſich ungefähr auf 17 Engliſche Meilen erſtrecken. Nun aber verſichern uns alle practiſche Autores, daß dieſer Schuß nicht einmahl auf eine halbe Meile reiche. Diego Ufano beſtimmet für ein Schieß-Gewehr, welches 4 Schuh lang iſt, und eine bleyerne

Kugel von anderthalb Untzen ſchießt, welches bey nahe mit unſerem Exempel überein kommt, den weiteſten Schuß auf 797 gemeine Schritt, wenn daſſelbe nehmlich unter einem Winkel zwiſchen 40 und 50 Graden mit dem Horizont gerichtet, nnd mit ſo viel von dem feinſten Pulver, als das ganze Gewicht der Kugel beträgt, geladen wird. Merſennus berichtet uns, daß er die Horizontal-Schußweite eines Feuer-Rohrs, welches unter einem Winkel von 45° gerichtet geweſen, kleiner als 400 Faden oder 800 Yards befunden. Da nun alle dieſe Schüſſe ſich nicht einmahl auf eine Engliche Meile erſtrecken, ſo folget, daß ein Mußketen-Schuß, welcher mit einer hinlänglichen Ladung Pulver gethan wird, unter einer Richtung von 45° nicht einmahl den 34ſten Theil der Weite beträgt, zu welcher derſelbe gelangen müßte, wenn ſich die Kugel in einer Parabel bewegte.

Ueber dieſe große Verminderung der Horizontal-Schuß-Weite hat man ſich um ſo viel weniger zu verwundern Urſache, wenn man betrachtet, daß der Wiederſtand dieſer Kugel, indem dieſelbe aus dem Lauf herausfähret, ungefähr 120 mahl größer iſt, als ihre eigene Schwehre: als welches in dem zweyten Satz dieſes Capitels durch unſtreitige Verſuche iſt bewieſen worden.

Wollte

Wollte man aber dagegen einwenden, wie dieſe Abweichung des Flugs einer Mußketen-Kugel von einer Parabel noch nicht genugſam beweiſe, daß auch weit ſchwehrere Kugeln, als welche in Anſehung ihres Gewichts einen weit kleineren Wiederſtand leiden, von der gemeinen Meynung merklich abweichen: So wollen wir zu dieſem Ende eine eiſerne Kugel von 24 ℔, dergleichen gemeiniglich zu Lande die ſchwerſten zu ſeyn pflegen, als ein Exempel anführen. Wenn eine ſolche Kugel aus einer dazu gebräuchlichen Canone mit voller Ladung geſchoſſen wird; ſo wird derſelben, wie in dem vierdten Satz dieſes Capitels gezeiget worden, eine Geſchwindigkeit von 1650 Schuhen in einer Secunde eingedrücket. Wenn man nun hieraus nach dem fünften Lehn-Satz die gröſte Schußweite für den Winkel von 45 Graden nach der Parabel berechnet; ſo findet man dafür ungefehr 16 Meilen, welche zwiſchen fünf und ſechs mahl gröſſer iſt, als dieſelbe würklich befunden wird: denn alle Practici ſtimmen darinnen überein, daß ſich dieſer Schuß nicht gar auf 3 Meilen erſtrecke. St. Remy giebt uns auch Nachricht von einigen Verſuchen, welche von dem Mr. du Metz angeſtellet worden. Nach denſelben beträgt die Schußweite unter einem Winkel von 45° von einem Stück, welches 10 Schuh

lang, und eine 24 pfündige Kugel führete, und mit 16 ℔ Pulver geladen worden, mehr nicht, als 2250 franzöſiſche Faden, welche Weite um 222 Faden kleiner iſt, als drey Meilen. Wenn alſo eine 24 pfündige eiſerne Kugel mit ihrer völligen Ladung Pulver unter einem Winkel von 45° geſchoſſen wird; ſo geht dieſelbe nicht einmahl den fünften Theil ſo weit, als ſie gehen müßte, wenn ihre Bewegung nach einer Parabel geſchähe.

Es geſchieht aber nicht allein in dieſem Fall, wenn die Kugel mit einer ſo ſehr groſſen Geſchwindigkeit geſchoſſen wird, daß ihre Bahn ſo merklich von einer Parabel unterſchieden iſt: eine gleiche Abweichung findet auch öfters in ſolchen Bewegungen ſtatt, welche ſo langſam ſind, daß man den Flug derſelben mit Augen ſehen und erkennen kann. Denn da finden ſich ſehr wenig Bewegungen, ſo auf dieſe Art unterſuchet werden können, welche nicht merklich von dem erſten, zweyten und dritten Lehnſatz abweichen ſollten: indem dieſe Körper immer nach einer ſolchen krummen Linie wiederum herab kommen, welche kürzer iſt, und mit dem Horizont einen gröſſern Winkel macht als diejenige, nach welcher die Körper herauf geſtiegen. Ferner iſt auch der höchſte Punct ihrer Bahn dem Ort, wo der Körper herunter fällt, immer viel näher, als demjenigen, von welchem derſelbe hinauf gefahren. Um

hiervon

hiervon völlig überzeuget zu werden, daß auch nicht der geringſte Zweifel überbleibe, ſo darf man nur aus einem dazu bequemen Ort auf den Flug der Steine, Pfeile oder Bomben, welche auf eine ziemliche Weite geworfen werden, wohl Achtung geben.

Ich habe auch ſo gar durch die Erfahrung befunden, daß der fünfte, ſechste und ſiebende Lehnſatz ſehr weit von der Wahrheit abweichen, wenn man nach denſelben die Bewegung ſolcher Kugeln, welche nur einen kleinen Grad der Geſchwindigkeit haben, beurtheilet. Ich habe zum Exempel eine bleyerne Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter mit einer Geſchwindigkeit von 400 Schuh in 1″ unter einem Winkel von 19°, 5′ mit dem Horizont abgeſchoſſen, und befunden, daß dieſelbe auf einem ebenen Grunde nicht weiter, als 448 Yards gegangen: da doch die gröſte Horizontal-Schußweite nach dem fünften Lehnſatz zum wenigſten 1700 Yards, und hieraus ferner nach dem ſechſten Lehn-Satz die Schußweite für den Winkel von 19°, 5′ von 1050 Yards gefunden wird. Dahero in dieſem Verſuche die Schußweite nicht gar $\frac{3}{7}$ derjenigen ausgetragen, zu welcher die Kugel hätte gelangen müſſen, wenn die gemeine Meynung wahr wäre.

Ferner iſt dieſe Kugel mit eben der Geſchwindigkeit als im vorigen Verſuche, aber nur unter einem Winkel von 9°, 45′ abgeſchoſſen, und die Weite des Schuſſes auf einer Horizontal-Fläche bey 330 Yards befunden worden.

Dieſe Weite hätte nun nach dem fünften und ſechſten Lehn-Satz in Anſehung der erſten Geſchwindigkeit 566 Yards ſeyn ſollen. Wenn man aber dieſelbe aus dem vorhergehenden Verſuche vermittelſt des ſechſten Lehn-Satzes berechnet; ſo findet man nicht mehr, als 241 Yards, und ſind alſo dieſe beyden Zahlen ſehr weit von 330 Yards unterſchieden.

Weiter wurde eine Kugel unter einem Winkel von 8° mit dem Horizont, aber mit einer Geſchwindigkeit von 700 Schuhen in 1″ abgeſchoſſen, und die Schußweite von 690 Yards befunden.

Wenn man aber dieſe Weite aus der erſten Geſchwindigkeit der Kugel nach dem 5ten und 6ten Lehn-Satz berechnet; ſo findet man, daß, wenn die Lehre, auf welche ſich dieſe Lehn-Sätze gründen, der Wahrheit gemäß wäre, die Kugel in dem gegenwärtigen Exempel auf eine Weite von 1400 Yards hätte gelangen müſſen. Woraus erhellet, daß die Kugel nicht halb ſo weit gegangen, als ſie hätte gehen ſollen, wenn ihre Bewegung nach einer Parabel geſchehen wäre.

Wie-

Wiederum iſt eine Kugel mit eben derſelben Geſchwindigkeit, als in dem letzten Experiment, aber nur unter einem Winkel von 4° geſchoſſen, und die Weite des Schuſſes 600 Yards befunden worden.

Dieſe Weite hätte nun nach dem vorhergehenden Verſuche, Kraft des 6ten Lehn-Satzes, nicht mehr als 350 Yards austragen ſollen: woraus die Unrichtigkeit dieſes Satzes, und folglich auch der gemeinen paraboliſchen Lehre, worauf derſelbe gegründet iſt, klärlich erhellet.

Da nun ſolcher geſtalt bewieſen worden, daß die Bahn, welche auch von den ſchwehrſten Kugeln in der Luft beſchrieben wird, weder eine Parabel ſey, noch derſelben nahe komme, ausgenommen diejenigen Fälle, in welchen die Kugel mit einer ſehr geringen Geſchwindigkeit beweget wird: ſo wollen wir die weitere Erklärung der Natur dieſer krummen Linien, nach welchen ſich die Kugeln würklich in der Luft bewegen, auf einen andern Theil verſpahren. Inzwiſchen will ich noch hier, um einen Begriff von den groſſen Schwierigkeiten, womit dieſe Unterſuchung verknüpfet iſt, zu geben, einige Nachricht von einem ganz außerordenlichen Umſtand, welcher öfters vorkommt, mittheilen.

Weil die Schwehre nach einer ſenkelrechten Direction auf den Horizont würket, ſo

 iſt

iſt klar, daß, wenn außer der Schwehre keine andere Kraft einen geworfenen Körper von ſeinem geradlinichten Lauf ablenkete, ſeine Bewegung beſtändig in einer Perpendicular-Fläche auf den Horizont geſchehen müſte, welche durch die Linie, nach welcher der Körper anfänglich geworfen worden, durch gieng. Wir haben aber befunden, daß die Körper in ihrer Bewegung öfters von dieſer Fläche, bald zur Rechten, bald auch zur Linken, abweichen: und dieſes nach einer gebogenen Linie, welche die erhabene Krümmung gegen die gemeldete Fläche zukehret. Solcher geſtalt geſchieht die Bewegung einer Kugel öfters in einer Linie, welche eine doppelte Krümmung hat, indem dieſelbe erſtlich durch die Kraft der Schwehre abwerts, und hernach aus der Vertical-Fläche ihrer urſprünglichen Bewegung entweder zur Rechten oder zur Linken durch eine andere Kraft gezogen wird. In dieſem Fall liegt alſo kein Theil der Bahn, in welcher ſich die Kugel bewegt, in einer Fläche, ſondern dieſer Weg wird ſich gleichſam in der Oberfläche einer Art von Cylinder befinden, deſſen Axe auf dem Horizont ſenkelrecht aufſteht. Die Wahrheit dieſes Umſtandes ſoll nun in dem folgenden Satz durch unwiederſprechliche Verſuche dargethan werden.

I. An-

I. Anmerkung.

Der Verfaſſer hat uns hier zu einem zweyten Theil, in welchem die wahre Bahn einer Canonen-Kugel beſtimmt werden ſollte, Hoffnung gemacht; ſo viel uns aber hiervon bekannt, ſo iſt darüber noch nichts zum Vorſchein gekommen, obgleich ſeit der Zeit ſchon etliche Jahre verfloſſen. Dieſe Unterſuchung iſt aber auch ſo ſchwehr, daß der Autor mit Recht eine weit gröſſere Zeit zu Vollendung derſelben fordern kann. Wir wollen inzwiſchen aus demjenigen Begrif von dem Wiederſtand der Luft, welchen wir aus der Erfahrung hergeleitet, uns bemühen, die wahre Bewegung einer Kugel in der Luft zu beſtimmen, in der Hoffnung, daß unſere Arbeit nicht viel von derjenigen, welche uns der Autor darüber verſprochen hat, unterſchieden ſeyn werde. Hierbey wird aber unumgänglich nöthig ſeyn, den Umſtand, deſſen der Autor zu Ende dieſes Satzes Meldung thut, nach welchem eine Kugel von der Vertical-Fläche, in welcher die Bewegung angefangen, bald zur Rechten, bald zur Linken getrieben wird, völlig aus den Augen zu ſetzen; indem dieſer Umſtand, wie im folgenden gezeigt werden ſoll, meiſtentheils von der irregulairen Figur der Kugel herkommt. Wir ſetzen alſo zum voraus, daß die Kugel, welche geſchoſſen wird,

 nicht

nicht nur vollkommen rund ſey, ſondern, daß auch ihr Mittelpunct der Schwehre, mit dem Mittelpunct ihrer Ründung, auf das genauſte übereinkomme; ingleichen auch, daß die Kugel keine ſonderbahre Bewegung um ihr Centrum bekommen. Denn wenn man ſolche Zufälle mit in Betrachtung ziehen wollte, ſo würde die Unterſuchung nicht nur höchſt ſchwehr, und vielleicht gar unmöglich ſeyn, ſondern man würde daraus auch nicht den geringſten Nutzen ſchöpfen können; indem wir nimmer vorher von der Ungleichheit, welche ſich in der Figur und innern Beſchaffenheit der Kugel findet, eine genaue Erkenntniß haben können. Wenn wir aber die Kugel vollkommen rund annehmen, und das Centrum Gravitatis derſelben von ihrem Mittelpunct nicht unterſchieden iſt; ſo iſt klar, daß dieſelbe ihre Bewegung immer in einer Vertical-Fläche fortſetzen müſſe.

Damit aber dieſe Unterſuchung in der Ausübung der Artillerie einigen Nutzen habe, ſo wird nöthig ſeyn, dieſelbe in drey Theile zu theilen. Erſtlich wollen wir die Horizontal-Schüſſe, in ſo fern die Krümmung ihrer Bahn nicht merklich iſt, betrachten, und ſowohl die Verringerung der Geſchwindigkeit, als die Abweichung der Kugel von der Horizontal-Linie beſtimmen.

Zwey-

Zweytens wollen wir die Vertical-Schüſſe vornehmen, und ſowohl das Hinaufſteigen, als das Herunterfallen der Kugel, unterſuchen.

Drittens wollen wir alle ſchiefe Schüſſe, welche unter einem ſchiefen Winkel mit dem Horizont gethan werden, in Erwegung ziehen, und ſowohl die Natur der krummen Linie, in welcher ſich die Kugel beweget, als auch die Weite des Schuſſes beſtimmen: da denn die von dem Autore angeführten Verſuche dienen werden, um unſere Theorie zu beſtätigen.

Wir wollen alſo ſetzen, die Kugel werde nach der Horizontal-Direction EF (Fig. 24) geſchoſſen. Ob nun gleich die Bahn der Kugel EMG von dieſer geraden Linie EF je länger je mehr abweicht; ſo wird doch auf eine ziemliche Weite der Unterſcheid ſo geringe ſeyn, daß derſelbe kaum bemerket werden kann. Weil man nun vermeynte, daß die Kugel auf eine gewiſſe Weite ſich würklich nach der geraden Linie EF bewegte, ſo hat man dieſe Weite den Kernſchuß genennet, als welcher die Kugel auf eben das Punkt, nach welchem die Canone gerichtet worden, tragen ſoll. In der That aber fängt ſich die wahre Bahn der Kugel gleich von der Mündung des Stücks E an abwerts zu krümmen; dahero man ſich die Weite des Kern-Schuſſes EF ſo lang vorſtellen muß, bis die Abwei-

chung FG oder vielmehr der Winkel FEG in der Praxi merklich zu werden beginnt. Da nun der Winkel FEG ſehr klein iſt, ſo wird die krumme Linie EMG ſo wenig von der geraden EF unterſchieden ſeyn, daß man den Unterſcheid ohne Fehler aus der Acht laſſen kann. Wir können uns alſo einbilden, als wenn ſich die Kugel in der That nach der geraden Linie EF bewegte, wenn wir nur zugleich bey einem jeglichen Punkt derſelben P beſtimmen, wie weit die Kugel von demſelben ſchon abwerts in M geſunken: welches ſehr leicht iſt, wenn nur die Zeit von E zu P bekannt; indem dieſe Linie PM die Würkung der Schwehre iſt, welche in einer Secunde 15,625 Rheinl. Schuh beträgt.

Es ſey alſo b die Höhe, aus welcher die Geſchwindigkeit der Kugel in E durch den Fall erlanget wird: der Diameter der Kugel ſey $= c$, und die Materie, woraus die Kugel beſteht, ſey n mahl ſchwehrer, als die Luft. Nach einer Zeit t ſey die Kugel ſchon bis in M oder P gekommen, und man nenne EP $= x$; PM $= y$, und die Geſchwindigkeit der Kugel $= \sqrt{v}$. Weil nun PM $= y$ der Höhe gleich iſt, durch welche die Kugel in der Zeit t gefallen ſeyn würde; ſo iſt $y = \frac{tt}{4}$.

Um aber die Bewegung nach der Horizontal-

tal-Linie EP zu beſtimmen; ſo iſt zu merken, daß der Wiederſtand in P durch eine Luft-Säule ausgedruckt werde, deren Höhe $= \frac{1}{2} v + \frac{1}{2h} vv$, wo h die Höhe der Atmosphær andeutet, und entweder 28845 Engliſche, oder 27979 Rheinl. Schuh beträgt. Da nun das Gewicht der Kugel durch eine Luft-Säule ausgedruckt wird, deren Höhe $= \frac{2}{3} nc$; ſo verhält ſich die Gewalt des Wiederſtands zum Gewicht der Kugel, wie $\frac{3v(h+v)}{4nch}$ zu 1. Indem alſo die Kugel durch $Pp = dx$ fortgeht, ſo wird

$$dv = \frac{-3v(h+v)}{4nch} dx \text{ und } dt = \frac{dx}{\sqrt{v}}.$$

Weil nun $dx = \frac{-4nchdv}{3v(h+v)}$, ſo wird

$$dt = \frac{-4nchdv}{3v(h+v)\sqrt{v}}.$$

Die erſtere Æquation kann auf dieſe Form gebracht werden:

$$dx = \frac{-4nc}{3}\left(\frac{dv}{v} - \frac{dv}{h+v}\right).$$

wovon

wovon das Integrale iſt

$$x = \frac{4nc}{3} \; l \frac{b(h+v)}{v(b+h)}.$$

Setzt man nun Kürze halber $\frac{3x}{4nc} = z$,
und e für die Zahl, deren hyperboliſcher Logarithmus $= 1$, ſo wird

$$e^{z} = \frac{b(h+v)}{v(b+h)} \text{ und } v = \frac{bh}{e^{z}(b+h)-b}$$

Die andere Æquation

$$dt = \frac{-4nchdv}{3v(h+v)\sqrt{v}}, \text{ giebt}$$

$$dt = \frac{-4nc}{3} \cdot \frac{hdv}{(h+v)\,v\sqrt{v}}.$$

Man ſetze, um die Irrationalität zu heben, $h = aa$, und $v = uu$, ſo wird

$$dt = \frac{-4nc}{3} \cdot \frac{2aadu}{uu(aa+uu)} =$$

$$\frac{8nc}{3}\left(\frac{du}{aa+uu} - \frac{du}{uu}\right).$$

wovon

wovon das Integrale zum Theil auf der Quadratur des Zirkuls beruht. Denn es iſt

$$\int \frac{a\,du}{aa+uu} = \text{Atang}\,\frac{u}{a},$$ das iſt einem Zirkul-Bogen, deſſen tangens $= \frac{u}{a}$, wenn der Radius $= 1$ genommen wird. Alſo bekommt man

$$t = \frac{8nc}{3}\left(\frac{1}{a}\,\text{Atang}\,\frac{u}{a} + \frac{1}{u} - C\right).$$

Man ſetze nun wiederum $a = \sqrt{h}$, und $u = \sqrt{v}$, und beſtimme die Gröſſe C dergeſtalt, daß $v = b$ wird, wenn $t = 0$, ſo wird man finden

$$t = \frac{8nc}{3}\left(\frac{1}{\sqrt{h}}\,\text{Atang}\,\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{h}} - \frac{1}{\sqrt{h}}\,\text{Atang}\,\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{h}} + \frac{1}{\sqrt{v}} - \frac{1}{\sqrt{b}}\right).$$

oder $$t = \frac{8nc}{3}\left(\frac{\sqrt{b}-\sqrt{v}}{\sqrt{bv}} - \frac{1}{\sqrt{h}}\,\text{Atang}\,\frac{(\sqrt{b}-\sqrt{v})\sqrt{h}}{h+\sqrt{bv}}\right).$$

Da

Da nun vorher v aus der Weite x beſtimmet worden, ſo kann auch t durch x ausgedrückt werden, und folglich bekömmt man $y = \frac{tt}{4}$ durch x ausgedrückt, woraus man den Winkel PEM, nachdem man die Linie EM gezogen, erhält.

Weil wir aber ſetzen, daß die Abweichung von der Horizontal-Linie EF nicht merklich iſt, ſo kann man ſich mit gröſſerem Vortheil einer bequemen Näherung bedienen. Denn in dieſem Fall muß der Bruch $\frac{3x}{4nc} = z$ ſehr klein ſeyn, und da wird beynahe

$$e^z = 1 + z = 1 + \frac{3x}{4nc} \text{ folglich}$$

$$v = b - \frac{b(b+b)z}{h}, \text{ und } \sqrt{v} =$$

$$\sqrt{b} - \frac{(b+h)z\sqrt{b}}{2h} \text{ und alſo}$$

$$t = \frac{8nc}{3}\left(\frac{(b+h)z}{2h\sqrt{b}} - \frac{1}{\sqrt{h}} \text{Atang} \frac{z\sqrt{b}}{2\sqrt{h}}\right).$$

Da nun z ſehr klein, ſo iſt Atang $\frac{z\sqrt{b}}{2\sqrt{h}} = \frac{z\sqrt{b}}{2\sqrt{h}}$, und alſo $t = \frac{4ncz}{3\sqrt{b}}$

=

$= \frac{x}{\sqrt{b}}$; welcher Ausdruck für eine gänzlich gleichförmige Bewegung gilt. Weil aber doch die Bewegung nicht als gleichförmig angeſehen werden kann; ſo müſſen wir die Näherung genauer nehmen. Es ſey alſo $e^{-z} = 1 + z + \frac{1}{2} zz$, ſo wird

$$v = b - \frac{b(b+h)}{h}\left(z - \tfrac{1}{2} zz - \frac{bzz}{h}\right)$$

und $\frac{1}{\sqrt{v}} = \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{(b+h)z}{2h\sqrt{b}} + \frac{(b+h)(h-b)zz}{8hh\sqrt{b}}$.

Da nun $dt = \frac{dx}{\sqrt{v}}$ und $z = \frac{3x}{4nc}$ ſo wird

$$t = \frac{x}{\sqrt{b}} + \frac{3(b+h)xx}{16nch\sqrt{b}} + \frac{3(hh-bb)x^3}{128nncchh\sqrt{b}}$$

woraus die Zeit, in welcher die Kugel durch die Weite $EP = x$ gehet, erkannt wird. Hieraus findet man aber ferner die Abwei-

chung

chung PM $= \frac{tt}{4}$, welche ſeyn wird:

$$PM = \frac{xx}{4b} + \frac{3(b+h)x^3}{32ncbh}.$$

und folglich bekommt man den Winkel PEM, deſſen Tangens ſeyn wird $= \frac{x}{4b} + \frac{3(b+h)xx}{32ncbh}$.

Die Geſchwindigkeit der Kugel in P aber wird aus dieſer Æquation erkannt werden.

$$v = b - \frac{3b(b+h)x}{4nch} + \frac{9b(b+h)(2b+h)xx}{32nchh}.$$

oder es verhält ſich $\sqrt{b}$ zu $\sqrt{v}$, wie

$$1 + \frac{3(b+h)x}{8nch} + \frac{9(hh-bb)xx}{128n^2c^2h^2} \text{ zu } 1.$$

Da des Winkels PEM tangens bey nahe iſt $= \frac{x}{4b}$, ſo läßt ſich hieraus die Weite EF beſtimmen, wo der Abweichungs-Winkel FEG eine gegebene Gröſſe bekömmt. Es ſey nun dieſer Winkel FEG ein halber Grad; ſo

ſo wird $\frac{x}{4b} = 0{,}0087269$, und alſo EF $=$ $\frac{8b}{229}$ ungefehr. Weil aber der Winkel EFG doch noch etwas gröſſer als ½ Grad ſeyn würde, ſo muß EF etwas kleiner als $\frac{8b}{229}$ angenommen werden: und damit der Winkel FEG für eine 24 pfündige eiſerne Kugel, welche mit einer Geſchwindigkeit von 1500 Schuhen in einer Secunde geſchoſſen wird, einen halben Grad betrage; ſo muß ſeyn EF $=$ $\frac{b}{40}$, oder $=$ 900 Schuh. Wenn alſo das Punct G, welches von der Canone 900 Schuh weit entfernet iſt, getroffen werden ſoll, ſo muß die Axe der Canone nach dem Punct F oder um einen halben Grad höher gerichtet werden. Man kann aber aus dieſen Formuln für einen jeglichen Fall, wenn die Geſchwindigkeit der Kugel in E, nebſt ihrem Diameter c und ihrer Schwehre n in Anſehung der Luft gegeben iſt, das Punct G in einer gegebenen Weite EF$=a$, beſtimmen, wohin die Kugel treffen wird, und auch auſſer dem Winkel FEG noch die Geſchwindigkeit, welche die Kugel in G haben wird, anzeigen; wenn nehmlich nur die Wei-

te EF nicht allzugroß iſt, als daß man die Krümmung für nichts achten kann.

Laßt uns ſetzen, der Diameter der Kugel ſey $5\frac{1}{2}$ Zoll, oder $\frac{11}{24}$ Engl. Schuh, ferner ſey die Kugel von Eiſen, und alſo $n = 6647$, und die erſte Geſchwindigkeit derſelben betrage 1650 Engl. Schuh, oder 1600 Rheinl. Schuh; ſo wird die Höhe $b = 40960$ Rheinl. Schuh. Da nun $c = \frac{11}{24}$ Engl. $= 0,44458$ Rheinl. Schuh, ſo wird $\frac{4nc}{3} = 3940$, und es iſt $b = 27979$ Rheinl. Schuh.

Nun ſey die Weite EF $(a) = 1000$ Rheinl. Schuh, ſo wird $x = 1000$ und $z = \frac{3x}{4nc} = \frac{100}{394}$. Hieraus erhellet, daß z ſo klein iſt, daß die obigen Näherungen genau genug ſind. Weil alſo, wenn die Geſchwindigkeit in G durch $\sqrt{v}$ angedeutet wird, ſich verhält

$$\sqrt{b} : \sqrt{v} = 1 + \frac{(b+h)z}{2h} + \frac{(b+h)(h-b)zz}{8hh} : 1$$

ſo

ſo iſt $\sqrt{b} : \sqrt{v} = 1,30348 : 1$. folglich beträgt die Geſchwindigkeit der Kugel in G noch 1227 Rheinl. Schuh in einer Secunde. Hernach iſt die Tangens des Winkels FEG

$$= \frac{x}{4b} + \frac{(b+h)\,xz}{8bh} = \frac{x}{4b}\left(1 + \frac{(b+h)\,z}{2h}\right);$$

welche in Zahlen gefunden wird $= 1,31268.\ \frac{x}{4b} = 0,008012$, und dieſes iſt die Tangens von 27′, 32″. Alſo iſt in dieſem Exempel der Abweichungs-Winkel FEG nicht gröſſer, als 27′, 32″ ungeachtet die Weite EF 1000 Rheinl. Schuh groß, und die Geſchwindigkeit der Kugel in G ſchon ſehr merklich abgenommen. Wenn alſo in einer Diſtanz von 1000 Schuhen mit dieſer Kugel ein gegebenes G getroffen werden ſoll, ſo muß man mit dem Stücke nach einem höheren Punct F zielen, dergeſtalt, daß der Winkel EFG 27′, 32″ betrage: zu welchem Ende man ſich auf dem Stück ſolche Marquen, um darnach zu zielen, machen könnte, daß die Viſier-Linie mit der Axe des Stücks einen Winkel von 27′, 32″ machte. Wäre die Diſtanz noch ſo groß, ſo müßte dieſer Winkel auch ungefehr noch ſo groß genommen werden. Für kleinere Diſtanzen aber, als

1000 Schuh, wird man nicht merklich fehlen, wenn man dieſen Winkel nach eben derjenigen Verhältniß vermindert. Alſo wird für eine Weite von 500 Schuhen der Abweichungs-Winkel = 13′, 46″, für 250 Schuh aber 6′, 53″. Ueberhaupt aber ſieht man hieraus, daß, wenn die gegebene Weite nicht viel gröſſer, als 1000 Schuh geſetzt wird, der Winkel FEG nicht einmahl auf einen halben Grad ſteige. Da man nun in der gewöhnlichen Art die Canonen zu richten auf ſolche kleine Winkel nicht ſieht, ſo liegt die Urſache klar vor Augen, warum man insgemein geglaubet, daß eine Stück-Kugel auf eine ziemliche Weite nach einer vollkommen geraden Linie fortgehe. So geringe iſt alſo die Krümmung der Bahn einer Stück-Kugel, wenn das Stück horizontal gerichtet worden; dieſelbe wird aber noch kleiner, wenn das Stück mit dem Horizont einen Winkel macht. Denn alsdenn würket nur ein Theil der Schwehre auf die Krümmung der Bahn, da in den Horizontal-Schüſſen die ganze Schwehre dahin gerichtet war. Dieſe Verminderung geſchieht ungefehr nach dem Coſinu des Winkels, welchen das Stück mit dem Horizont macht: und wenn das Stück völlig aufrecht geſtellet wird, ſo fährt die Kugel nach einer geraden Linie in die Höhe, und leidet gar keine Krümmung, welches der zweyte Fall iſt, den wir uns zu erläutern vorgenommen haben.

II. An-

II. Anmerkung.

Es ſey demnach wie vorher der Diameter der Kugel $= c$, die Schwehre der Kugel n mahl gröſſer, als die Schwehre der Luft, und die erſte Geſchwindigkeit der Kugel $= \sqrt{b}$, mit welcher dieſelbe gerade aufwerts nach der Vertical-Direction EA (Fig. 25.) geſchoſſen wird. Wir wollen ſetzen, dieſe Kugel ſey nach Verflieſzung der Zeit t biß in P geſtiegen, wo wir die Geſchwindigkeit derſelben $= \sqrt{v}$, und die Höhe EP $= x$ nennen wollen. Wenn nun das unendlich kleine Element P$p = dx$ geſetzt wird, ſo wird $dt = \frac{-dx}{\sqrt{v}}$, und indem die Kugel durch Pp hinauf ſteiget, ſo wird ihre Bewegung beydes durch ihre Schwehre und durch den Wiederſtand der Luft vermindert. Die natürliche Schwehre der Kugel muß aber um $\frac{1}{n}$ vermindert werden, weil ein ieglicher Körper in der Luft ſo viel von ſeiner Schwehre verlieret, als eine gleich groſze Maſze Luft wiegt. Dahero wird die Würkung der Schwehre auf die Kugel durch $1 - \frac{1}{n}$ ausgedruckt werden, wofür wir Kürze halber g ſetzen wollen. Hernach iſt, wie wir oben geſehen, die Würkung des

Wiederſtands $= \frac{3v(h+v)}{4nch}$, woraus wir dieſe Vergleichung erhalten,

$$dv = -g\,dx - \frac{3v(h+v)\,dx}{4nch}.$$

oder $dx = \frac{-4nchdv}{4ngch + 3hv + 3vv}$.

Wovon die Integration entweder von der Quadratur des Zirkuls, oder von den Logarithmis abhängt, oder auch algebraiſch bewerkſtelliget werden kann. Denn wenn $h < \frac{16}{3} ngc$, oder wenn $h < \frac{16}{3}(n-1)c$ ſo erfordert die Integration die Quadratur des Zirkuls; wenn aber $b > \frac{16}{3}(n-1)c$, ſo kommt man auf Logarithmos, und wenn $h = \frac{16}{3}(n-1)c$, ſo kann die Integration algebraiſch verrichtet werden. Da nun $b = 27979$ Rheinl. Schuh, ſo geht die Integration für eine eiſerne Kugel, da $n = 6647$ algebraiſch von ſtatten, wenn der Diameter der Kugel $c = \frac{176}{223}$ Rheinl.

Schuh,

Schuh, oder wenn der Diameter der Kugel $9\frac{3}{4}$ engl. Zoll hält. Wenn alſo der Diameter einer eiſernen Kugel gröſſer iſt, als $9\frac{3}{4}$ Zoll, ſo erfordert die Integration die Quadratur des Zirkuls: hingegen wenn der Diameter der Kugel kleiner iſt, als $9\frac{3}{4}$ Zoll iſt, ſo kommt man auf Logarithmos, und dieſes iſt der Fall, welcher am ofteſten vorkommt. Wir wollen inzwiſchen für das erſte den Fall betrachten, wenn $b = \frac{16}{3} ngc$, oder wenn $4ngcb = \frac{3}{4} hh$ und $4nch = \frac{3hh}{4g}$. Hier wird alſo

$$dx = \frac{-hh}{4g} \cdot \frac{dv}{(\frac{1}{2}h + v)^2}$$

und $x = \frac{hh}{2g(h+v)} - \frac{hh}{2g(b+\frac{1}{2}h)}$.

woraus die ganze Höhe EA, auf welche die Kugel ſteigen wird, heraus kommt, wenn man ſetzt $v = o$: indem die Kugel ſo lang ſteiget, biß ihre Geſchwindigkeit völlig zernichtet wird. Dahero wird in dieſem Fall

$$EA = \frac{h}{2g} - \frac{hh}{2g(b+\frac{1}{2}h)} = \frac{bh}{2g(b+\frac{1}{2}h)}.$$

Wenn aber der Diameter der Kugel kleiner iſt, als in dieſem Fall, oder $4ngcb < \frac{3}{4}bb$, ſo laßt uns ſetzen $4ngch = \frac{3}{4}hh - 3kk$: ſo wird

$$dx = \frac{-(hh-4kk)\,dv}{4g\left((\tfrac{1}{2}h+v)^2-kk\right)} \text{ oder}$$

$$\frac{4g\,dx}{hh-4kk} = \frac{dv}{2k(v+\tfrac{1}{2}h+k)}$$

$$- \frac{dv}{2k\,(v+\tfrac{1}{2}h-k)}.$$

Wovon das Integrale gefunden wird

$$x = \frac{hh-4kk}{8gk}\, l\, \frac{(2v+h+2k)(2b+h-2k)}{(2v+h-2k)(2b+h+2k)}$$

Wenn man nun hier ſetzt $v = 0$, ſo wird

$$\mathrm{EA} = \frac{hh-4kk}{8gk}\, l\, \frac{(h+2k)\,(2b+h-2k)}{(h-2k)\,(2b+h+2k)}$$

und da $g = 1 - \frac{1}{n}$ ſo iſt $k = \sqrt{(\tfrac{1}{4}hh - \tfrac{4}{3}(n-1)\,ch)}$. Hieraus wollen wir nun die Höhe beſtimmen, zu welcher eine eiſerne Canonen-Kugel, deren Diameter = $5\tfrac{1}{2}$ Zoll, und welche mit einer Geſchwindigkeit von 1650 Engl. Schuhen gerade aufwerts geſchoſſen wird, gelangen kann.

Es

Es iſt alſo $b = 40960$ Rheinl. Schuh, $\frac{4nc}{3} = 3940$ Rheinl. Schuh, und $\frac{4}{3}(n-1)$

$$cb = 110237500 = \frac{hh - 4kk}{4}$$ Ferner wird gefunden $\frac{1}{4}bb = 195705800$ und iſt alſo $k = \sqrt{85468300} = 9245$; folglich

$$\frac{hh - 4kk}{8gk} = 5963$$ dahero wird

$$EA = 5963\, l\, \frac{46469.91409}{9489.128389} = 9376.$$

Alſo wird dieſe Kugel nicht höher, als auf 9376 Rheinl. Schuh ſteigen, da dieſelbe doch in einem Luft leeren Raum auf eine Höhe von 40960 Rheinl. Schuhen geſtiegen ſeyn würde. Weil aber die Luft je höher je dünner wird, und alſo der Wiederſtand derſelben abnimmt; ſo muß dieſe Kugel in der That doch etwas höher kommen, welches aber, da die Kugel in der untern Gegend den gröſten Wiederſtand leidet, nicht viel austragen kann.

Da nun ſolcher Geſtalt die Höhe EA, zu welcher die Kugel gelanget, gefunden wird, ſo können wir dieſelbe an ſtatt der Geſchwindigkeit in E als bekannt annehmen, um auf dieſe Art das Herunterfallen der Kugel, nebſt der dazu erforderten Zeit, deſto bequemer beſtimmen zu können. Es ſey alſo die ganze Höhe

AE $= a$, die Geſchwindigkeit der aufſteigenden Kugel in P $= \sqrt{v}$, und die Geſchwindigkeit der herunterfallenden Kugel gleichfalls in P ſey $= \sqrt{u}$: die Höhe AP aber werde $= z$ geſetzet. Da nun $z = a - x$ und $dz = - dx$, ſo wird man für das Heraufſteigen dieſe Differential - Vergleichung haben.

$$4nchdv = 4ngchdz + 3hvdz + 3vvdz$$

Im Herunterfallen iſt aber nur der Widerſtand der Luft der Bewegung entgegen, indem die Schwehre die Kugel abwerts zieht, und die Bewegung vermehret. In dieſem Fall wird man alſo dieſe Æquation bekommen.

$$4nchdu = 4ngchdz - 3hudz - 3uudz$$

Dieſe Æquation entſteht aus jener, wenn man $-c$ für c ſchreibt: dahero wenn das Integrale für die erſte Æquation wird gefunden worden ſeyn, ſo wird daraus durch dieſe Veränderung das Integrale der andern leicht hergeleitet werden können. Es wird aber zu unſerem Vorhaben dienlicher ſeyn, dieſe Integrationen durch eine bequeme Näherung zu verrichten. Weil nun, wenn z und folglich v noch ſehr klein iſt, dieſe Æquation $4ncbdv = 4ngcbdz$ oder $dv = gdz$ ſtatt findet; ſo wollen wir für den wahren Werth von v dieſe Seriem annehmen

$v =$

$$v = gz + \alpha z^2 + \beta z^3 + \gamma z^4 + \delta z^5 + \&c.$$

und die Buchſtaben α, β, γ, δ, &c. aus der erſtern Æquation beſtimmen. Um aber dieſes deſto leichter zu bewerkſtelligen, ſo wollen wir 1 für g ſetzen, indem $\frac{1}{n}$ ein ſo geringer Bruch iſt, welcher nicht in Betrachtung kommt. Hernach laßt uns ſetzen $4nc = 3mb$, oder $m = \frac{4nc}{3h}$; ſo wird die erſte Æquation in dieſe verwandelt

$$mhh\,dv = mhhdz + hv\,dz + vv\,dz$$

und wenn man hierzu annimmt

$$v = z + \alpha z^2 + \beta z^3 + \gamma z^4 + \delta z^5 + \&c,$$

ſo wird gefunden

$$\alpha = \frac{1}{2mh};\ \beta = \frac{1}{6m^2h^2}(2m+1)$$

$$\gamma = \frac{1}{24m^3h^3}\ (8m+1)$$

$$\delta = \frac{1}{120m^4h^4}\ (16m^2+22m+1)$$

Und

Und alſo hat man

$$v = z + \frac{z^2}{2mh} + \frac{(1+2m)z^3}{6m^2h^2} + \frac{(1+8m)z^4}{24m^3h^3} + \frac{(1+22m+16m^2)z^5}{120m^4h^4} + \&c.$$

welche Ausdrückung für das Aufſteigen gilt; für das Herunterfallen aber bekommt man

$$u = z - \frac{z^2}{2mh} + \frac{(1-2m)z^3}{6m^2h^2} - \frac{(1-8m)z^4}{24m^3h^3} + \frac{(1-22m+16m^2)z^5}{120m^4h^4} - \&c.$$

Um nun hieraus ſo wohl die Zeit des Aufſteigens als des Herunterfallens zu beſtimmen, ſo ſuche man die Werthe von $\frac{1}{\sqrt{v}}$ und von $\frac{1}{\sqrt{u}}$. Man wird aber finden

$$\frac{1}{\sqrt{v}} = \frac{1}{\sqrt{z}}\left(1 - \frac{z}{4mh} + \frac{(1-16m)z^2}{96m^2h^2} + \frac{(1-16m)z^3}{384m^3h^3} - \frac{(1+32m+256m^2)z^4}{10240m^4h^4} \&c.\right)$$

$\frac{1}{\sqrt{u}}$

$$\frac{1}{\sqrt{u}} = \frac{1}{\sqrt{z}}\left(1 + \frac{z}{4mh} + \frac{(1+16m)z^2}{96m^2h^2} - \frac{(1+16m)z^3}{384m^3h^3} - \frac{(1-32m+256m^2)z^4}{10240m^4b^4} \&c.\right)$$

Man multiplicire dieſe Formuln mit dz, und integrire dieſelben, hernach aber ſetze man $z = a$, ſo wird man für die Zeit des Heraufſteigens finden

$$2\sqrt{a} - \frac{a\sqrt{a}}{6mh} + \frac{(1-16m)a^2\sqrt{a}}{240m^2h^2} + \frac{(1-16m)a^3\sqrt{a}}{4344m^3h^3} - \frac{(1+32m+256m^2)a^4\sqrt{a}}{46080m^4h^4} \&c.$$

Für die Zeit des Herunterfallens aber findet man

$$2\sqrt{a} + \frac{a\sqrt{a}}{6mh} + \frac{(1+16m)a^2\sqrt{a}}{240m^2h^2} - \frac{(1+16m)a^3\sqrt{a}}{1344m^3h^3} - \frac{(1-32m+256m^2)a^4\sqrt{a}}{46080m^4h^4} \&c.$$

Dieſe beyden Ausdrückungen zuſammen genommen geben die ganze Zeit, in welcher die Kugel in der Luft ſchwebet, biß dieſelbe wiederum herunter fällt. Dieſe Zeit iſt alſo

$$4\sqrt{a} + \frac{a^2\sqrt{a}}{120m^2h^2} - \frac{a^3\sqrt{a}}{42m^2h^3} + \frac{(1+256m^2)\,a^4\sqrt{a}}{23040\,m^4h^4}$$

Wenn man nehmlich a in tauſenſten Theilen eines Rheinl. Schuhes ausdrückt, und dieſe Formul durch 250 dividirt, ſo kommt die Zeit in Secunden ausgedrückt heraus. Wenn alſo umgekehrt die Zeit, welche von dem Schuß biß zum Fall der Kugel verfloſſen, gegeben wird, ſo kann man daraus die Höhe EA $= a$ finden, zu welcher die Kugel gekommen. Es ſey alſo dieſe Zeit $= \mu$ Secunden, und man ſetze $t = 250\,\mu$, ſo findet man

$$\sqrt{a} = \frac{t}{4} - \frac{t^5}{2^{15}.3.5m^2h^2} + \frac{t^7}{2^{17}.3.7m^2h^3} + \frac{t^9}{2^{29}.3.5m^4h^4} + \frac{t^9}{2^{21}.5.9m^2h^4}$$

und auf dieſe Art wird a in 1000ſten Theilen eines Rheinl. Schuhs ausgedrückt. Dieſe Series nimmt ſo ſtark ab, daß die hier angeführten Termini hinlänglich ſind, die Höhe EA $= a$ zu beſtimmen, wenn nur t keine allzugroſſe Zahl wird.

Um

Um dieſe Rechnung zu erläutern, ſo wollen wir ein Exempel von denjenigen, welche der Herr Bernoulli in dem zweyten Tomo der Petersburgiſchen Comment. angeführet, unterſuchen. Dieſelben ſind mit einer drey pfündigen eiſernen Kugel gemacht worden, deren Diameter 0, 2375 engliſche Schuh hielt. Nachdem dieſe Kugel aus einer Canone, ſo 32 Caliber lang war, mit einer Ladung Pulver von 2 Untz oder $\frac{1}{8}$ ℔ gerade aufwerts in die Höhe geſchoſſen worden, ſo fiel dieſelbe nach 34″ wiederum zu Boden.

Hier iſt alſo $n = 6647$; $c = 0,2304$ Rheinl. Schuh. Folglich iſt $nc = 1531$ und $\frac{4}{3}nc = 2041 = mb$, alſo $mb = 2041000$ tauſent Rheinl. Schuh, und $m = 0,07295$. Nun multiplicire man die 34″ mit 250; ſo wird $t = 8500$: und hieraus findet man,

$$\frac{t}{4} = 2125$$

$$\frac{t^5}{2^{15}.15m^2h^2} = 21,670$$

$$\frac{t^7}{2^{17}.21m^2h^3} = 9,993$$

$$\frac{t^9}{2^{29}15m^4h^4} = 1,657$$

$$\frac{r^9}{2^{21} \cdot 45 m^2 h^4} = 1{,}193$$

Alſo $\sqrt{a}$ = 2115,973

und a = 4478 Rhein. Schuh.

Nach dieſer Rechnung müßte alſo die Kugel auf eine Höhe von 4478. Rheinl. Schuh geſtiegen ſeyn: aus welcher jetzt die erſte Geſchwindigkeit der Kugel, oder die Höhe b, aus welcher dieſe Geſchwindigkeit durch den Fall in einem Luftleeren Raum erzeuget wird, gefunden werden kann. Denn da EA $= a =$ 4478 Rheinl. Schuh, welche Höhe von derjenigen, ſo der Hr. Bernoulli gefunden, nicht viel unterſchieden iſt, wenn man nimmt $k = \sqrt{(\frac{1}{4}hh - \frac{4}{3}nch)}$, ſo wird $k =$ 11773 Rheinl. Schuh, und man bekommt

$$a = \frac{hh - 4kk}{8gk}\, l\, \frac{(h+2k)\;(2b+h-2k)}{(h-2k)\;(2b+h+2k)}.$$

Um nun hieraus b zu finden, weil $g = 1$, und $\frac{1}{4}hh - kk = 2041\, b$, ſo wird $\frac{8ak}{hh - 4kk}$ $= 1{,}8464$: und wenn e für die Zahl, deren hyperboliſcher Logarithmus $= 1$ genommen wird, ſo wird $e^{1{,}8464} = 6{,}3373$, und die geſuchte Höhe b wird alſo ausgedruckt.

$b =$

$$b = \frac{5{,}3373\,(hh - 4\,kk)}{2h + 4k - 6{,}3373\,(2\,h - 4\,k)}$$

Woraus gefunden wird $b = 26014$ Rheinl. Schuh, und dahero müßte die Kugel mit einer Geſchwindigkeit von 1275 Schuhen in 1″ aus der Canone geſchoſſen worden ſeyn. Dieſe Geſchwindigkeit iſt nun weit gröſſer, als diejenige, welche der Hr. Prof. Bernoulli aus ſeiner Theorie gefunden. Man hat ſich aber hierüber nicht zu verwundern; denn da wir hier den Wiederſtand mit dem Autore gröſſer annehmen, als der Hr. Bernoulli gethan, ſo muß auch die Kugel anfänglich eine weit gröſſere Geſchwindigkeit gehabt haben, um auf eben diejenige Höhe zu gelangen. Hierdurch wird aber eine weit gröſſere Schwierigkeit verurſachet, indem man aus der oben feſtgeſetzten Würkung des Pulvers unmöglich erklären kann, wie eine drey pfündige Kugel von einer Ladung von $\frac{1}{8}$ ℔, eine ſo große Geſchwindigkeit erhalten könne. Denn wenn man nach unſerer obigen Regel ſetzt, das Gewicht der Kugel $P = 3$, das Gewicht der Ladung $= \frac{1}{8}$ und die Länge der Canone in Calibern $i = 32$; ſo findet man $b = 6855$ Rheinl. Schuh, und die Kugel würde alſo keine größere Geſchwindigkeit als von 654 Schuhen in 1″ gehabt

Tt haben.

haben. Dieſer Unterſcheid zwiſchen 654 Schuh, und 1275 Schuh iſt ſo groß, daß derſelbe von keiner geringen Abweichung der Theorie von der Wahrheit entſpringen kann. Wenn alſo bey dieſem Experiment kein merklicher Fehler eingeſchlichen, ſo müßte entweder die Gewalt des Pulvers faſt 4 mahl gröſſer ſeyn, als der Autor behauptet, welche Folge auch der Herr Bernoulli aus eben dieſen Experimenten ziehet, oder die gebrauchte Näherung zu Beſtimmung der Höhe a müßte unrichtig ſeyn. Denn ungeachtet die 5 erſten Termini, wodurch $\sqrt{a}$ ausgedrückt worden, ziemlich ſtark abnehmen, ſo könnte es doch geſchehen, daß die folgenden Termini wiederum gröſſer würden, und alſo der wahre Werth von a in der That weit kleiner wäre. Um nun dieſes zu unterſuchen, ſo wollen wir die Frage umkehren, und aus der erſten Geſchwindigkeit der Kugel, welche 1275 Schuh in 1″ ſeyn ſoll, die Zeit beſtimmen, welche ſowohl zum Aufſteigen der Kugel, als zum Herabfallen erfordert wird: und alsdenn ſehen, ob dieſe Zeit 34″ betrage, wie in dem Experiment befunden worden.

Es ſey demnach $b = 26014$ Rheinl. Schuh, und $m = \frac{4nc}{3h} = 0,07295$, und $mb =$ 2041 Rheinl. Schuh. Weil nun oben für das

Her-

Herauſſteigen der Kugel gefunden worden:
$mhhdv = mhhdz + hvdz + vvdz$,
ſo wird:

$$dz = \frac{mhhdv}{mhh + hv + vv}.$$

Man ſetze ferner $mhh = \frac{1}{4}hh - kk$, ſo wird $k = 11773$ Rheinl. Schuh, und wird alſo:

$$dz = \frac{mhhdv}{(v+\frac{1}{2}h+k)\,(v+\frac{1}{2}h-k)}.$$

Wenn nun die Zeit $= t$ geſetzt wird, ſo bekömmt man:

$$dt = \frac{dz}{\sqrt{v}} = \frac{mhhdv}{(v+\frac{1}{2}h+k)\,(v+\frac{1}{2}b-k)\sqrt{v}}.$$

Es ſey $\sqrt{v} = s$, ſo wird

$$dt = \frac{2mbbds}{(ss+\frac{1}{2}b+k)\,(ss+\frac{1}{2}b-k)} \text{ oder}$$

$$dt = \frac{mbb}{k}\left(\frac{ds}{ss+\frac{1}{2}b-k} - \frac{ds}{ss+\frac{1}{2}b+k}\right)$$

Es iſt aber $\frac{1}{2}b - k = 2216{,}5$ und $\frac{1}{2}b + k = 25762{,}5$ folglich beruht die Integration beyder Glieder auf der Quadratur des Zirkuls. Es ſey Kürze halber

$$\tfrac{1}{2}b - k = 2216,5 = \beta\beta$$

$$\tfrac{1}{2}b + k = 25762,5 = \gamma\gamma$$ ſo wird

$$t = \frac{mbb}{\beta k}\,\text{A tang}\,\frac{s}{\beta} - \frac{mbb}{\gamma k}\,\text{A tang}\,\frac{s}{\gamma}.$$

Wenn man hier die Gröſſen in tauſendſten Theilen eines Rheinländiſchen Schuhes ausdrückt, und durch 250 dividirt, ſo bekömmt man die Zeit in Secunden. Und die ganze Zeit des Heraufſteigens kömmt alſo heraus, wenn man $v = b$ und $s = \sqrt{b} = 161,29$ ſetzt. Auf dieſe Art wird $\beta = 47,08$, und

$\gamma = 160,50$ und $\frac{mb}{k} = 0,17336$ ferner

$\frac{\sqrt{b}}{\beta} = 3,55298$ und $\frac{\sqrt{b}}{\gamma} = 1,04218.$

Derowegen wird ſeyn

$$t = 3,66797\ \Big(3,55298\ \text{A tang}\,\frac{16129}{4708} - 1,04218\ \text{A tang}\,\frac{16129}{16050}\Big)\ \text{Secunden.}$$

und hieraus findet ſich die Zeit des Heraufſteigens $= 13\tfrac{3}{4}''$.

Wenn wir die Zeit des Herunterfallens genau beſtimmen wollen, ſo müſſen wir zuerſt die

die Geſchwindigkeit, mit welcher die Kugel herunter fällt, ſuchen. Dieſes geſchieht aus der Æquation

$$dz = \frac{mbbdu}{mbb - bu - uu}.$$

Man ſetze $mbb = ff - \frac{1}{4}bb$, ſo wird $f = b\sqrt{(m + \frac{1}{4})} = 15900.$

und $dz = \frac{mbbdu}{(f - \frac{1}{2}b - u)\ (f + \frac{1}{2}b + u)}$ folglich

$$dz = \frac{mbb}{2f}\left(\frac{du}{f + \frac{1}{2}b + u} + \frac{du}{f - \frac{1}{2}b - u}\right)$$

wovon das Integrale gehörig genommen, giebt

$$z = \frac{mbb}{2f}\ l\ \frac{(f - \frac{1}{2}b)\ (f + \frac{1}{2}b + u)}{(f + \frac{1}{2}b)\ (f - \frac{1}{2}b - u)}.$$

Nun ſetze man $z = 4478$ Rheinl. Schuh, nehmlich der gefundenen Höhe EA $= a$; ſo wird $\frac{2fz}{mbb} = \frac{2a\sqrt{(m + \frac{1}{4})}}{m\ b} = 2,49367,$

und $e^{2,49367} = 12,1056$, dieſe Zahl ſetze man $= N$, ſo wird $N =$

$$\frac{ff - \frac{1}{4}bb + (f - \frac{1}{2}b)u}{ff - \frac{1}{4}bb - (f + \frac{1}{2}b)u}$$ und

$$u = \frac{mbb\,(N-1)}{(f+\frac{1}{2}b)N + f - \frac{1}{2}b}.$$

Hieraus kommt $u = 1743,7$ Rheinl. Schuh. Man ſetze jetzt die Zeit des Herabfallens $= t$, ſo wird

$$dt = \frac{dz}{\sqrt{u}} = \frac{mbb}{2f}$$

$$\left(\frac{du:\sqrt{u}}{f+\frac{1}{2}b+u} + \frac{du:\sqrt{u}}{f-\frac{1}{2}h-u}\right).$$

Es ſey $\sqrt{u} = s = 41,7582$; $f + \frac{1}{2}b = \beta\beta$, und $f - \frac{1}{2}b = \gamma\gamma$, ſo wird $\beta = 172,873$ und $\gamma = 43,7607$, und

$$dt = \frac{mbb}{f}\left(\frac{ds}{\beta\beta + ss} + \frac{ds}{\gamma\gamma - ss}\right),$$

wovon das Integrale iſt:

$$t = \frac{mbb}{\beta f}\,\mathrm{A\ tang}\,\frac{s}{\beta} + \frac{mbb}{2\gamma f}$$

$$l\,\frac{\gamma+s}{\gamma-s}.$$

Es

Es iſt aber $\frac{mb}{f} = 0,128365$; $\frac{Vb}{\beta} = 0,96759$ und $\frac{Vb}{2\gamma} = 1,9118$.

Hieraus wird

$$t = 2,71595 \left(0,96759 \; A \tang \frac{417582}{1728730} + 1,91118 \; l \frac{855189}{200025}\right) \text{ Sec.}$$

und alſo die Zeit des Herabfallens wird = 20,11 Secunden: dahero die ganze Zeit, in welcher die Kugel in der Luft geſchwebet, iſt = 33,87 Secunden, welche von der beobachteten Zeit, nehmlich von 34″ nur um $\frac{13}{100}$ Secunden unterſchieden iſt. Hieraus erhellet, daß man ſich auf die obige Näherung ſicher verlaſſen könne.

Da ſich nun hierinn kein Irrthum gefunden, ſo muß die Geſchwindigkeit, mit welcher die Kugel aus der Canone geſchoſſen worden, nothwendig ungefehr 1275 Schuh in 1″ betragen haben, und bleibet alſo noch die gröſte Schwierigkeit, woher die Kugel dieſe ſo groſſe Geſchwindigkeit erhalten habe. Wir haben ſchon gewieſen, daß 2 Unzen Pulver, welche bey dieſem Schuß ſollen ſeyn gebraucht worden, nach der oben feſt geſetzten Theorie der Kugel

keine gröſſere Geſchwindigkeit, als von 654 Schuhen in 1″ hätten eindrucken können. Dieſer Unterſchied iſt allzugroß, und die Ladung zu klein, als daß man aus der Vermehrung der Hitze bey Entzündung des Pulvers dieſen Zuwachs der Kraft ſolte herleiten können. Man kann aber aus dieſem Experiment auch nicht ſchlieſſen, daß die Gewalt des Pulvers ſo ſehr viel gröſſer ſeyn ſolte, als wir oben angenommen haben. Denn wenn man dieſes behaupten wolte, ſo müßte auch in allen von dem Autore angeſtellten Verſuchen die Geſchwindigkeit der Kugel faſt zwey mahl ſo groß geweſen ſeyn, als durch die Erfahrung befunden worden, welches man keineswegs zugeben kann. Nach unſerer Tabelle, welche wir oben gegeben, müßte zu Hervorbringung dieſer Geſchwindigkeit die Ladung über ein halb Pfund, und folglich vier mahl gröſſer, als die angezeigte, welche nur 2 Unzen war, geweſen ſeyn. Die Höhe von 4478 Schuhen iſt auch zu klein, als daß die Verdünnerung der Luft eine merkliche Veränderung hätte hervorbringen können; denn nach allen Meynungen kann die Luft zu oberſt in A nicht über den Fünftel dünner ſeyn, als unten in E, welches bey der daſelbſt ſchon ſchwachen Bewegung nichts merkliches austragen kann. Wir wollen alſo dieſes Experiment an ſeinen Ort geſtellt ſeyn laſſen, und zur Unterſuchung der

krumm linichten Bewegung einer Kugel fort-ſchreiten.

III. Anmerkung.

Es ſey wiederum wie bißher der Diameter der Kugel = c die Schwehre der Kugel zur Schwehre der Luft, wie n zu 1. und b die Höhe, aus welcher die erſte Geſchwindigkeit der Kugel in E (Fig. 23.) durch den Fall erlanget wird. Wir wollen alſo ſetzen, die Kugel werde unter einem ſchiefen Winkel mit dem Horizont EF aus der Canone geſchoſſen, nehmlich nach der Direction der Linie EH, und den Winkel HEF = θ ſetzen. Da nun die Geſchwindigkeit der Kugel durch $\sqrt{b}$ ausgedruckt wird, wenn wir dieſelbe nach der Horizontal-Direction EF und Vertical-Direction EG zertheilen; ſo wird die horizontal Geſchwindigkeit = $\sqrt{b} \cdot \cos \theta$, und die Vertical-Geſchwindigkeit = $\sqrt{b} \cdot \sin \theta$. Nach Verflieſſung der Zeit = t ſey die Kugel in M gekommen, wo ihre Geſchwindigkeit ſeyn ſoll = $\sqrt{v}$. Man ziehe aus M die Vertical-Linie MP, und nenne EP = x, PM = y, ſo wird, nachdem man ſich die Vertical-Linie pm der PM unendlich nahe gezogen vorſtellt, ſeyn, Pp = Mr = dx und mr = Mq = dy. Ferner nenne man das Element der krummen Linie Mm

$= \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = ds$, und den Winkel $mMr = \phi$, ſo wird ſin $\phi = \frac{dy}{ds}$; coſ $\phi = \frac{dx}{ds}$ und tang $\phi = \frac{dy}{dx}$. Hernach wird die Horizontal-Geſchwindigkeit der Kugel in $M = \sqrt{v}$. coſ ϕ und die Vertical-Geſchwindigkeit $= \sqrt{v}$. ſin ϕ; und über dieſes giebt die Betrachtung der Zeit, $dt = \frac{ds}{\sqrt{v}}$. Die Kraft der Schwehre wird, wie wir vorher geſehen, durch $1 - \frac{1}{n}$ ausgedrückt, wofür wir Kürze halber g ſetzen wollen; durch dieſe Kraft wird die Vertical-Geſchwindigkeit vermindert. Hernach iſt die Kraft des Wiederſtands $= \frac{3v\,(b+v)}{4ncb}$, welche nach der Direction mM würket. Hieraus wird alſo die Vertical-Geſchwindigkeit vermindert durch die Kraft $\frac{3v\,(h+v)}{4acb}$ ſin ϕ und die Horizontal-Geſchwindigkeit durch die Kraft $\frac{3v\,(b+v)}{4ncb}$ coſ ϕ.

Aus

Aus dieſen Kräften erwachſen alſo dieſe Æquationen:

$$d.v\sin\Phi^2 = -g\,dy - \frac{3v(b+v)dy\sin\Phi}{4ncb}$$

$$d.v\cos\Phi^2 = \frac{-3v(b+v)\,dx\cos\Phi}{4ncb}.$$

Oder da $dx = ds\cos\Phi$ und $dy = ds\sin\Phi$, ſo bekommen wir

$$dv\sin\Phi^2 + 2v\,d\Phi\sin\Phi\cdot\cos\Phi = - g\,ds\sin\Phi - \frac{3v(b+v)ds\sin\Phi^2}{4ncb}$$

$$dv\cos\Phi^2 - 2v\,d\Phi\sin\Phi\cos\Phi = \frac{-3v(b+v)\,ds\cos^2}{4ncb}.$$

Jene durch dieſe dividirt giebt alſo

$$\frac{dv\sin\Phi^2 + 2v\,d\Phi\sin\Phi\cos\Phi}{dv\cos\Phi^2 - 2v\,d\Phi\sin\Phi\cos\Phi} = \frac{4ngcb\sin\Phi + 3v(b+v)\sin\Phi^2}{3v(b+v)\cos\Phi^2}$$

in welcher ſich nur noch zwey veränderliche Gröſsen v und Φ befinden. Dieſe Æquation aber wird auf dieſe gebracht.

$2ngcbdv \cos\Phi = 4ngcbvd\Phi \sin \Phi + 3vv(b+v)\, d\Phi$

Wenn man ferner aus den beyden obigen Æquationen dv heraus bringt, ſo findet man

$$v = \frac{-gds \cos\Phi}{2d\Phi}.$$

Könnte man alſo aus der obigen Æquation v aus dem Winkel Φ beſtimmen, ſo wäre $ds = \frac{-2vd\Phi}{g\cos\Phi}$ und ferner $dx = \frac{-2vd\Phi}{g}$

und $dy = \frac{-vd\Phi \tan\Phi}{g}$.

Will man aber eine Æquation zwiſchen x und y haben, ſo addire man die erſten zwey Æquationen zuſammen, ſo hat man

$$dv = -gdy \frac{-3v(b+v)\, ds}{4ncb}.$$

Man ſetze $dy = pdx$; ſo iſt $ds = dx \surd(1+pp)$, und $\sin\Phi = \frac{p}{\surd(1+pp)}$ und $\cos\Phi = \frac{1}{\surd(1+pp)}$. Dieſes differenzirt giebt $d\Phi \sin\Phi = \frac{pdp}{(1+pp)\surd(1+pp)}$

und

und folglich $d\Phi = \frac{dp}{1+pp}$. Alſo wird $v = \frac{-gdx(1+pp)}{2dp}$. Man ſetze ferner $dp = qdx$, ſo iſt $v = \frac{-(1+pp)}{2g}$ und $dv = \frac{-gpdp}{q} + \frac{gdq(1+pp)}{2qq} = -gdy + \frac{gdq(1+pp)}{2qq}$. Folglich wird

$$\tfrac{4}{3}ncbdq = bdp\,\sqrt{(1+pp)} - \frac{g(1+pp)^{\frac{3}{2}}dp}{2q}$$

oder $\frac{4}{3}ncdq = dp\,\sqrt{(1+pp)} - \frac{gdp(1+pp)\sqrt{(1+pp}}{2hq}$.

Die nöthigen Beſtimmungen zur Integration dieſer Vergleichung ſind, daß im Anfang E werden muß, I. $x = o$; II. $y = o$ III. $p =$ tang θ und IV. $q = \frac{-g}{2b\cos\theta^2}$. Hat man aber q durch p ausgedruckt, ſo wird $x = \int\frac{dp}{q}$ und $y = \int\frac{pdp}{q}$. Weil aber

die

die Æquation zwiſchen p und q nicht integrirt werden kann, ſo muß man trachten, ſolches durch eine bequeme Näherung zu verrichten. Zu dieſem Ende ſetze man:

$$\tfrac{4}{3}nc = k;\ \frac{2b}{g} = f;\ p = \frac{u}{\sqrt{(1-uu)}}$$

und $q = \dfrac{1}{r}$.

ſo wird die obige Æquation in dieſe verwandelt:

$$k(1-uu)^3\, dr + rrdu\,(1-uu) - \frac{1}{f} r^3\, du = 0.$$

Nun ſetze man $r = a + Au + Bu^2 + Cu^3 + \&c.$

ſo wird man finden:

$$A = \frac{a^2(a-f)}{kf};$$

$$B = \frac{a^3(a-f)(3a-2f)}{2kkff}$$

$$C = \frac{a^2(3a-2f)}{3kf} + \frac{a^4(a-f)(15aa-20af+6ff)}{6k^3f^3}$$

&c.

Vom

Vom Anfang in dem Punct E wird alſo $u = \sin\theta$; $\sqrt{(1-uu)} = \cos\theta$; und $r = \frac{-2b\cos\theta^2}{g}$. Danun $dp = \frac{du}{(1-uu)^{3:2}}$ und $pdp = \frac{udu}{(1-uu)^2}$ ſo bekommt man

$$x = \int \frac{du(a + Au + Bu^2 + Cu^3 + \&c.)}{(1-uu)^{3:2}}$$

$$y = \int \frac{udu(a + Au + Bu^2 + Cu^3 + \&c.)}{(1-uu)^2}$$

Es iſt aber $\int \frac{du}{(1-uu)^{3:2}} = \frac{u}{\sqrt{(1-uu)}}$

$$\int \frac{udu}{(1-uu)^{3:2}} = \frac{1}{\sqrt{(1-uu)}}$$

$$\int \frac{uudu}{(1-uu)^{3:2}} = \frac{u}{\sqrt{(1-uu)}} - A\sin u$$

$$\int \frac{u^3du}{(1-uu)^{3:2}} = \frac{2-uu}{\sqrt{(1-uu)}}.$$

&c.

$$\int \frac{udu}{(1-uu)^2} = \frac{1}{2(1-uu)}$$

$\int$

$$\int \frac{uu\,du}{(1-uu)^2} = \frac{u}{2(1-uu)} - \tfrac{1}{4} l \frac{1+u}{1-u}$$

$$\int \frac{u^3\,du}{(1-uu)^2} = \frac{1}{2(1-uu)} + \tfrac{1}{2} l (1-uu)$$

$$\int \frac{u^4\,du}{(1-uu)^2} = \frac{3u-2u^3}{2(1-uu)} - \tfrac{3}{4} l \frac{1+u}{1-u}$$

&c.

Alſo wird

$$x = E + \frac{au}{\sqrt{(1-uu)}} + \frac{A}{\sqrt{(1-uu)}} + \frac{Bu}{\sqrt{(1-uu)}} + \frac{C(2-uu)}{\sqrt{(1-uu)}} \text{ \&c.} - B\,A\,\text{ſin}\,u$$

$$y = F + \frac{a}{2(1-uu)} + \frac{Au}{2(1-uu)} + \frac{B}{2(1-uu)} + \frac{C(3u-2u^3)}{2(1-uu)} - \frac{A}{4} l \frac{1+u}{1-u} + \frac{B}{2} l (1-uu) - \frac{3C}{4} l \frac{1+u}{1-u}.$$

Um

Um aber die Buchſtaben a, E und F zu beſtimmen, ſo hat man auf den Anfang zu ſehen, da wird

$$\frac{-2b\cos\theta^2}{g} = a + A\sin\theta + B\sin\theta^2 + C\sin\theta^3 + \&c.$$

$$-E = \frac{a\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{A}{\cos.\theta} + \frac{B\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{C(1+\cos\theta^2)}{\cos\theta}\ \&c. - B\theta$$

$$-F = \frac{a}{2\cos\theta^2} + \frac{A\sin\theta}{2\cos\theta^2} + \frac{B}{2\cos\theta^2} + \frac{C(3\sin\theta - 2\sin\theta^3)}{2\cos\theta^2}\ \&c. - \frac{A}{4}\,l\,\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} + B\,l\cos\theta - \tfrac{3}{4}C\,l\,\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}$$

U u Weil

Weil wir aber den Winkel mMr = φ geſetzt haben; ſo iſt $p = \text{tang}\ \varphi$, und $u = \sin \varphi$ und $\sqrt{(1-uu)} = \cos \varphi$ Folglich hat man:

$$x = \begin{cases} +a\,\text{tang}\,\varphi + \dfrac{A}{\cos\varphi} + B\,\text{tang}\,\varphi - B\,\varphi + \dfrac{C(1+\cos\varphi^2)}{\cos\varphi} \\[2ex] -a\,\text{tang}\,\vartheta - \dfrac{A}{\cos\vartheta} - B\,\text{tang}\,\vartheta + B\,\vartheta - \dfrac{C(1+\cos\vartheta^2)}{\cos\vartheta} \end{cases} \text{\&c.}$$

$$y = \begin{cases} +\dfrac{a}{2\cos\varphi^2} + \dfrac{A\sin\varphi}{2\cos\varphi^2} - \tfrac{1}{4}A\,l\,\dfrac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} + \dfrac{B}{2\cos\varphi^2} + \dfrac{C(3\sin\varphi - 2\sin\varphi^3}{2\cos\varphi^2} \\[2ex] -\dfrac{a}{2\cos\vartheta^2} + B\,l\cos\varphi - \tfrac{3}{4}C\,l\,\dfrac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \text{\&c.} \end{cases}$$

−A ſin

$$-\frac{A \sin\vartheta}{2\cos\vartheta^2} - \frac{B}{2\cos\vartheta^2}$$

$$-\frac{C(3\sin\vartheta - 2\sin\vartheta^3)}{2\cos\vartheta^2} \quad \&c.$$

$$+\tfrac{1}{4} A\, l\, \frac{1+\sin\vartheta}{1-\sin\vartheta} - B.\, l \cos\vartheta$$

$$+\tfrac{3}{4} C\, l\, \frac{1+\sin\vartheta}{1-\sin\vartheta}$$

Wenn k eine ſehr groſſe Zahl iſt, ſo ſollten die Werthe der Buchſtaben A, B, C immer abnehmen. Wir ſehen aber, daß bey dieſer Näherung C nicht kleiner werde, als A. Um deröhalben eine zu dieſem Ende bequemere Näherung zu finden, ſo wollen wir in der Differential-Æquation ſogleich den Winkel φ an ſtatt des Buchſtabens u hinein bringen, da denn kommt:

$$k\,dr \cos\varphi^5 + rr\,d\varphi \cos\varphi^2 = \frac{1}{f} r^3 d\varphi.$$

Man ſetze nun $r = a + P + Q + \&c.$ und vergleiche die ähnlichen Terminos mit einander, ſo kommt.

$$P = \frac{-aa}{k}\int\frac{d\varphi}{\cos\varphi^2} + \frac{a^3}{fk}\int\frac{d\varphi}{\cos\varphi^5}$$

$$Q = \frac{-2a}{k}\int\frac{P\,d\varphi}{\cos\varphi^3} + \frac{3a^2}{fk}\int\frac{P\,d\varphi}{\cos\varphi^5}$$

&c.

Wobey zu merken, daß im Anfange, wo $\varphi = \vartheta$, werden muß $r = \frac{-2b\cos\vartheta^2}{g}$. Hernach wird

$$x = \int\frac{r\,d\varphi}{\cos\varphi^2} = \frac{r\sin\varphi}{\cos\varphi} - \int\frac{dr\sin\varphi}{\cos\varphi}$$ und

$$y = \int\frac{r\,d\varphi\sin\varphi}{\cos\varphi^3} = \frac{r}{2\cos\varphi^2} - \tfrac{1}{2}\int\frac{dr}{\cos\varphi^2}$$

Um dieſe Werthe zu finden, ſo ſetze man Kürze halber $\int\frac{d\varphi}{\cos\varphi} = \omega$, und iſt alſo

$$\omega = \tfrac{1}{2}\,l\,\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} = l\,\mathrm{tang}(45^\circ + \tfrac{1}{2}\varphi);$$

oder ω iſt der Logarithmus Hyperbolicus des Tangentis des Winkels $45^\circ + \frac{1}{2}\varphi$, wenn der Radius $= 1$ geſetzt wird. Ferner wird gefunden

$\int d\varphi$

$$\int \frac{d\Phi}{\cos\Phi^3} = \frac{\sin\Phi}{2\cos\Phi^2} + \frac{\omega}{2}$$

$$\int \frac{d\Phi}{\cos\Phi^5} = \frac{\sin\Phi}{4\cos\Phi^4}$$

$$+ \frac{3\sin\Phi}{4.2\cos\Phi^2} + \frac{3\omega}{4.\ 2}$$

$$\int \frac{d\Phi}{\cos\Phi^7} = \frac{\sin\Phi}{6\cos\Phi^6} + \frac{5\sin\Phi}{6.4\cos\Phi^4}$$

$$+ \frac{5.3\sin\Phi}{6.4.2\cos\Phi^2} + \frac{5.\ 3.\ \omega}{6.\ 4.\ 2}$$

und ſo weiter.

Hernach um den Werth von Q zu finden, ſo iſt:

$$\int \frac{d\Phi}{\cos\Phi^3} \int \frac{d\Phi}{\cos\Phi^3} = \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{\sin\Phi}{\cos\Phi^2} + \omega\right)^2$$

$$\int \frac{d\Phi}{\cos\Phi^3} \int \frac{d\Phi}{\cos\Phi^5} = \frac{1}{24\cos\Phi^6}$$

$$+ \frac{3}{32}\left(\frac{\sin\Phi}{\cos\Phi^2} + \omega\right)^2$$

$$\int \frac{d\Phi}{\cos\Phi^5} \int \frac{d\Phi}{\cos\Phi^5} = \frac{1}{32}$$

$$\left(\frac{\sin\Phi}{\cos\Phi^4} + \frac{3\sin\Phi}{2\cos\Phi^2} + \frac{3\omega}{2}\right)^2$$

$$\int \frac{d\Phi}{\cos\Phi^5} \int \frac{d\Phi}{\cos\Phi^3} = -\frac{1}{24\cos\Phi^8} +$$

$$+ \frac{1}{24}\left(\frac{\sin\Phi}{\cos\Phi^4} + \frac{3\sin\Phi}{2\cos\Phi^2} + \frac{3\omega}{2}\right)^2$$

Hieraus bekommt man

$$P = \frac{-aa}{2k}\left(\frac{\sin\Phi}{\cos\Phi^2} + \omega\right) + \frac{a^3}{4fk}$$

$$\left(\frac{\sin\Phi}{\cos\Phi^4} + \frac{3\sin\Phi}{\cos\Phi^2} + \frac{3\omega}{2}\right)$$

$$Q = \frac{2a^3}{8k^2}\left(\frac{\sin\Phi}{\cos\Phi^2} + \omega\right)^2 - \frac{a^4}{3fkk\cos\Phi^6}$$

$$- \frac{3a^4}{32fkk}\left(\frac{1}{\cos\Phi^4} - \frac{5}{\cos\Phi^2}\right.$$

$$\left. + \frac{4\omega\sin\Phi}{\cos\Phi^4} + \frac{10\omega\sin\Phi}{\cos\Phi^2} + 5\omega^2\right)$$

$$+ \frac{3a^5}{32ffkk}\left(\frac{\sin\Phi}{\cos\Phi^4} + \frac{3\sin\Phi}{2\cos\Phi^2} + \frac{3\omega}{2}\right)^2.$$

Wenn

Wenn gar kein Wiederſtand vorhanden wäre, ſo würde ſeyn $r = a$, und die krumme Linie eine Parabel. Wenn demnach der Wiederſtand nicht ſehr groß, ſo iſt genug dieſe Æquation zu gebrauchen, $r = a + P$. Hieraus bekommt man

$$x = E + \frac{a \sin\phi}{\cos\phi} + \frac{P \sin\phi}{\cos\phi}$$

$$- \int \frac{d P \sin\phi}{\cos\phi}$$

$$y = F + \frac{a}{2 \cos\phi^2} + \frac{P}{2 \cos\phi^2}$$

$$- \frac{1}{2} \int \frac{dP}{\cos\phi^2}.$$

wo $dP = \frac{- a a d \phi}{k \cos\phi^3}$

$+ \frac{a^3 d\phi}{fk \cos\phi^5}$ folglich wird

$$\int \frac{dP \sin\phi}{\cos\phi} = \frac{- aa}{3k \cos\phi^3}$$

$+ \frac{a^3}{5fk \cos\phi^5}$ und

$$\int \frac{dP}{\cos\phi^2} = \frac{-aa}{4k}\left(\frac{\sin\phi}{\cos\phi^4} + \frac{3\sin\phi}{2\cos\phi^2} + \frac{3\omega}{2}\right)$$

$$+ \frac{a^3}{6fk}\left(\frac{\sin\phi}{\cos\phi^6} + \frac{5\sin\phi}{4\cos\phi^4} \frac{15\sin\phi}{8\cos\phi^2} + \frac{15\omega}{8}\right).$$

Wenn wir nun dieſe Werthe für P und dP ſetzen, ſo kommt.

$$x = E + a\,\text{tang}\,\phi - \frac{aa}{k}\left(\frac{1}{6\cos\phi^3} - \frac{1}{2\cos\phi} + \tfrac{1}{2}\,\omega\,\text{tang}\,\phi\right)$$

$$+ \frac{a^3}{fk}\left(\frac{1}{20\cos\phi^5} + \frac{1}{8\cos\phi^3} - \frac{3}{8\cos\phi} + \tfrac{3}{8}\,\omega\,\text{tang}\right)$$

$y =$

$$y = F + \frac{a}{2\cos\varphi^2} - \frac{aa}{4k}\left(\frac{\sin\varphi}{2\cos\varphi^4} - \frac{3\sin\varphi}{4\cos\varphi^2} - \tfrac{3}{4}\omega + \frac{\omega}{\cos\varphi^2}\right)$$

$$+ \frac{a^3}{4fk}\left(\frac{\sin\varphi}{6\cos\varphi^6} + \frac{\sin\varphi}{3\cos\varphi^4} - \frac{5\sin\varphi}{8\cos\varphi^2} - \tfrac{5}{8}\omega + \frac{3\omega}{4\cos\varphi^2}\right)$$

Es iſt aber $\frac{-2b\cos\vartheta^2}{g} = a - \frac{aa}{2k}$

$$\left(\frac{\sin\vartheta}{\cos\vartheta^2} + l\,\mathrm{tang}(45^\circ + \tfrac{1}{2}\vartheta)\right)$$

$$+ \frac{a^3}{4fk}\left(\frac{\sin\vartheta}{\cos\vartheta^4} + \frac{3\sin\vartheta}{2\cos\vartheta^2} + \tfrac{3}{2}\, l\,\mathrm{tang}\,(45^\circ + \tfrac{1}{2}\vartheta)\right)$$

und E und F müſſen ſo beſchaffen ſeyn, daß wenn $\varphi = \theta$ geſetzt wird, ſowohl x als y verſchwinden. Alſo iſt bey nahe

$$x = \frac{-2b\cos\vartheta^2}{g} + \frac{2bb}{ggk}\left(\sin\vartheta\cos\vartheta^2 + \cos\vartheta^4\, l\,\mathrm{tang}(45^\circ + \tfrac{1}{2}\vartheta)\right) + \frac{2b^3}{g^3fk}\left(\sin\vartheta\cos\vartheta^2 + \tfrac{3}{2}\sin\vartheta\cos\vartheta^4 + \tfrac{3}{2}\cos\vartheta^6\, l\,\mathrm{tang}(45^\circ + \tfrac{1}{2}\vartheta)\right)$$

woraus der Werth für x gefunden wird.

Will man hieraus die Weite des Schuſſes EF finden, ſo muß man $y = o$ ſetzen, woraus auſſer dem Werth $\varphi = \theta$ noch ein anderer gefunden wird, welcher das Zeichen — vor ſich haben wird. Die Æquation wird aber ſo verwirrt, daß man die Erfindung dieſes Winkels nicht anders, als durch Näherung und zwar durch die weitläuftigſten Rechnungen finden kann. Hat man aber dieſen Winkel φ gefunden, ſo muß man denſelben in dem Werth für x ſubſtituiren; und alsdenn wird der heraus kommende Werth von x die geſuchte Schuß-Weite EF anzeigen.

Man kann aber auch durch eine andere Näherung eine Æquation zwiſchen x und y finden, welche alſo beſchaffen ſeyn wird.

$$y = x\,\mathrm{tang}\,\vartheta - \frac{gxx}{4b\,\mathrm{coſ}\,\vartheta^2} - \frac{gx^3}{12bk\,\mathrm{coſ}\,\vartheta^3} + \frac{ggx^4\,\mathrm{ſin}\,\vartheta}{96bbk\,\mathrm{coſ}\,\vartheta^4} - \frac{x^3}{6fk\,\mathrm{coſ}\,\vartheta^3} + \frac{gx^4\,\mathrm{ſin}\,\vartheta}{16bfk\,\mathrm{coſ}\,\vartheta^4}\ \&c. - \frac{gx^4}{48bkk\,\mathrm{coſ}\,\vartheta^4} - \frac{x^4}{24fkk\,\mathrm{coſ}\,\vartheta^4}.$$

Wenn der Wiederſtand ſehr klein iſt, ſo wird dieſe Æquation ziemlich genau die Natur der krummen Linie anzeigen. Die Schuß-Weite EF wird demnach durch den Werth der Wurzel x aus dieſer Æquation gefunden werden.

$$o = \mathrm{ſin}\,\vartheta - \frac{gx}{4b\,\mathrm{coſ}\,\vartheta} - \frac{gxx}{12bk\,\mathrm{coſ}\,\vartheta^2} - \frac{x^2}{6fk\,\mathrm{coſ}\,\vartheta^2}\ \&c.$$

Hieraus bekommt man die Schuß-Weite

EF =

$$EF = \frac{4b \sin\theta \cos\theta}{g} - \frac{16bb \sin\theta^2 \cos\theta}{3 \cdot ggk} - \frac{32b^3 \sin\theta^2 \cos\theta}{3g^3 fk}.$$

Weil in dieſem Fall g nicht merklich von 1 unterſchieden iſt, ſo wird ſeyn

$$EF = 2b \sin 2\theta. \left(1 - \frac{4b \sin\theta}{3k} - \frac{8bb \sin\theta}{3fk}\right)$$

wo, wie oben angenommen worden $k = \frac{4}{3} nc$ und $f = 2b$. Dahero ſeyn wird

$$EF = 2b \sin 2\theta \left(1 - \frac{b(b+h) \sin\theta}{nch}\right)$$

wo $2b \sin 2\theta$ die Weite des Schuſſes anzeigt, wenn kein Wiederſtand vorhanden wäre. Dahero ſich die Schuß-Weite in einem Luftleeren Raum zur Schuß-Weite in der Luft verhalten wird, wie

$$1 \text{ zu } 1 - \frac{b(b+h) \sin\theta}{nch}.$$

Je gröſſer alſo der Winkel θ, unter welchen die Canone abgeſchoſſen wird, iſt, um ſo vielmehr wird

wird auch die Schuß-weite kleiner ſeyn, als wenn gar keine Reſiſtenz vorhanden wäre.

Die gröſte Weite des Schuſſes wird auch nicht geſchehen, wenn die Direction der Canone mit dem Horizont einen Winkel von 45 ° macht, ſondern dieſer Winkel muß wegen des Wiederſtands etwas kleiner angenommen werden. Wenn man dieſen Winkel θ, unter welchen die Kugel auf eine Horizontal-Fläche am weiteſten gehen ſoll, nach der gewöhnlichen Art ſuchet, ſo findet man beynahe:

$$\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{b(b+b)}{8nch}.$$

Dieſe Formuln können aber nicht gebraucht werden, als wenn nc weit gröſſer iſt, als b. In allen von dem Autore angeführten Verſuchen aber iſt b weit gröſſer, als nc, dahero die hier gemachte Näherung bey keinem Exempel, ſo bey dem Autore vorkommt, angebracht werden kann. Derowegen ſind wir gezwungen, dieſe Unterſuchung alhier abzubrechen, und wollen dem Autori die völlige Ausführung dieſer Materie überlaſſen; als welche er uns in einer beſondern Schrift nächſtens zu liefern verſprochen hat.

VII. Satz.

Auſſer dem, daß die Kugeln in ihrem Flug durch die Kraft der Schwehre abwerts gezogen werden, ſo werden dieſelben auch öfters von einer andern Kraft ſeitwerts entweder zur rechten oder zur lincken getrieben.

Wenn es wahr wäre, daß die Kugel, in ihrer Bewegung nur allein von der Kraft der Schwehre verrücket würden, ſo müßten ſich die Abweichungen derſelben von dem Ziel, nach welchem die Schüſſe gethan werden, in ſoferne dieſelben ſeitwerts, entweder zur rechten oder zur linken gehen, unter ſich verhalten, wie die Entfernung des Stücks von dem Ziel. Dieſes ſtreitet aber mit der täglichen Erfahrung. Denn wenn in einer Entfernung von 30 Schuhen die Kugel nicht mehr als einen Zoll von dem Ziel abweichet; ſo findet man nicht, daß dieſelbe in einer Entfernung von 300 Schuhen nur um 10 Zoll, und viel weniger in einer Entfernung von 900 Schuhen nur um 30 Zoll von dem Ziel ſeitwerts abweiche. Dieſe Vermehrung der Ungewißheit

wißheit der Schüſſe in groſſen Entfernungen muß nothwendig von allen, welche ſich nur einige Zeit im Schieſſen geübet haben, beobachtet worden ſeyn. Hiervon kan nun keine andere Urſache gefunden werden, als daß die Bahn der Kugeln eben ſowohl ſeitwerts, als abwerts gekrümmet ſey: denn auf dieſe Art wird die Abweichung der Bahn der Kugel von dem Ziel nach einer gröſſeren Verhältniß vermehret, als die Entfernungen des Stücks von demſelben. Wenn man nehmlich die Bahn der Kugel mit der graden Linie, nach welcher das Stück gerichtet worden, gegen einander hält; ſo berühren dieſe beyden Linien einander bey der Mündung des Stücks, nachgehends aber entfernen ſie ſich je länger je mehr von einander, wie bey allen krummen Linien, ſo von einer geraden berühret werden, zu geſchehen pflegt.

Damit aber auch diejenigen, welche hiervon keine eigene Erfahrung haben, von der Wahrheit dieſes Satzes überführet werden, ſo will ich einige Verſuche anführen, welche alle fernere Zweifel zu heben vermögend ſind.

Ich nahm einen Mußketen-Lauf, welcher eine Kugel von ¾ Zoll im Diameter ſchoß, und befeſtigte denſelben auf ein ſchwehres Geſtell, damit derſelbe beſtändig einerley Lage und Richtung behielte. Um aber von der Feſtigkeit deſſelben völlig gewiß zu ſeyn; ſo ſchoß ich

damit

damit 16 mahl nach einander gegen ein Brett, welches 1 $\frac{1}{2}$ Schuhe ins gevierte und in einer Weite von 180 Schuhen aufgeſetzt war, und fand, daß die Kugel nur einmahl des Bretts verfehlet hatte. Hierauf ließ ich den Lauf auf eben dieſem Geſtell befeſtiget, verminderte aber die Ladung an Pulver, damit die Erſchütterung und die daher rührende Veränderung in der Lage des Laufs um ſo viel geringer würde, und ſchoß damit nach einem Ziel, welches 2260 Schuh weit entfernet war. Bey dieſen Schüſſen befand ich nun, daß die Kugel bißweilen auf 300 Schuh, bald zur rechten bald zur lincken des Ziels verfehlte. In dieſer Entfernung war auch die Bewegung nach der Vertical-Fläche nicht weniger ungewiß. Denn einige mahl fiel dieſelbe bey 600 Schuh weiter oder näher zu Boden, ungeachtet ich nach einer ſorgfältigen Unterſuchung nicht befinden konnte, daß die Lage und die Richtung des Laufs nach einem jeden Schuß im geringſten wäre verändert worden.

Dieſes beweiſet alſo auf eine ganz unſtreitige Weiſe die Wahrheit unſers Satzes, indem die Bewegung der Kugel unmöglich ſo unbeſtändig und veränderlich hätte ſeyn können, wenn nicht ihre Bahn eben ſowohl ſeitwerts entweder zur rechten oder zur linken gekrümmet geweſen wäre, als abwerts.

Zuſatz.

Zuſatz.

Da nun die Würklichkeit dieſer doppelten Krümmung der Bahn einer Kugel unwiederſprechlich dargethan worden, ſo wird man ohne Zweifel fragen: was wohl die Urſache von dieſer ſo ganz verſchiedenen Bewegung, als wir dieſelbe bisher angeſehen haben, ſeyn möchte? Hierauf antworte ich nun, daß dieſe Abweichung nothwendig von einer Gewalt, welche auf die Bewegung der Kugel ſchief würket, herkomme, und daß dieſe Gewalt in nichts anders, als dem Wiederſtand der Luft, geſucht werden könne. Fragt man ferner, wie die Würkung des Wiederſtands der Luft jemahlen auf die Bewegung der Kugel ſchief fallen könne? ſo antworte ich wiederum, daß ſolches vielleicht bißweilen von der ungleichen Figur der Kugel herrühren könne; inſonderheit aber, daß eine Wirbelförmige Bewegung der Kugel um ſich ſelbſt davon insgemein die Urſache ſey. Denn, wenn eine ſolche Bewegung mit der fortgehenden Bewegung der Kugel vergeſellſchaftet iſt, ſo muß ein jeglicher Theil des Umfangs der Kugel nach einer ganz andern Richtung auf die Luft ſtoſſen, als geſchehen würde, wenn keine ſolche wirbel-förmige Bewegung vorhanden wäre. Die von dieſer Urſache her-

rührende Schiefe des Wiederſtands der Luft wird um ſo viel gröſſer ſeyn, je geſchwinder ſich die Kugel um ſich ſelbſt, oder um eine durch ihr Centrum gehende Axe, in Anſehung der fortgehenden Bewegung, herumdrehet.

Hiermit habe ich alles dasjenige, was ich mir in dieſer Schrift auszuführen vorgenommen hatte, zu Ende gebracht, was nehmlich ſowohl die Gewalt des Pulvers, als den Wiederſtand der Luft, betrift. Da aber die Erkenntniß des Wiederſtands harter Körper, in Anſehung des Hineindringens der Kugel, in der Artillerie, und abſonderlich bey dem Breche-Schieſſen von der gröſten Wichtigkeit iſt; ſo will ich dieſe Abhandlung mit einem dahin abzielenden Satze endigen, welcher hier noch Platz finden ſoll.

I. Anmerkung.

In einem jeglichen harten Cörper kann eine doppelte Bewegung Platz finden: eine wodurch der ganze Körper von einem Ort zu einem andern gebracht wird, und dieſe wird die fortgehende Bewegung des Körpers genennet. Die andere iſt eine drehende Bewegung, wodurch ſich der Körper um ſich ſelbſt, oder um eine durch ſein Mittelpunkt gehende Axe, herum drehet. Hier iſt nur von harten Körpern die Rede; denn weiche, oder biegſame, oder gar flüßige Körper können auſ-

ſer dieſen beyden noch unendlich vielerley andere Bewegungen haben. Ein harter Körper hat nun entweder eine fortgehende, oder drehende Bewegung allein, oder beyde Bewegungen beyſammen. Wenn ſich in einem ſolchen Körper nur allein eine fortgehende Bewegung befindet, ſo gehen alle Theile deſſelben nicht nur gleich geſchwind, ſondern die Directionen aller Theile ſind auch unter ſich parallel. Von dieſer Bewegung gilt auch derjenige erſte Grundſatz der Mechanic, wodurch behauptet wird, daß ein jeglicher in eine ſolche Bewegung geſetzter Körper immerfort mit einerley Geſchwindigkeit und nach einerley Richtung fortgehe, woferne keine äuſſerliche Kräfte auf denſelben würken, und ſeinen Zuſtand verändern: Woraus denn hinwiederum folget, daß, ſo oft entweder die Geſchwindigkeit oder die Richtung eines Körpers verändert wird, auf denſelben nothwendig eine äuſſerliche Kraft gewürket haben müſſe.

Ein Körper kann ferner, ohne ſeine Stelle zu verändern, eine drehende Bewegung haben, wodurch derſelbe um eine Axe herum gedrehet wird. In dieſer Bewegung bleibet die Axe unbeweglich, und alle Theilchen des Körpers gehen um dieſelbe herum, deren Geſchwindigkeit um ſo viel gröſſer iſt, je weiter dieſelben von der Axe entfernet ſind. Wenn

dieſe Axe befeſtiget iſt, ſo kann man ſich eine ſolche Bewegung am füglichſten an einer Drechſel-Bank vorſtellen: es kann ſich aber ein Körper auch um eine Axe, ſo nirgend befeſtiget iſt, bewegen. Hiezu werden aber zwey Stücke erfordert: Erſtlich, daß die Axe durch das Centrum Gravitatis des Körpers durchgehe, und zweytens, daß die Schwingungs-Kräfte (vires centrifugæ) aller Theilchen einander im Gleichgewichte halten. Wo dieſe beyden Bedingungen Platz finden, da gilt auch die oben erwehnte Regel, daß eine ſolche Bewegung immerfort gleichförmig fortdauret, und keine Veränderung leidet, wenn keine äuſſerliche Kräfte dazu kommen. Halten aber die Vires centrifugæ einander nicht im Gleichgewicht, ſo wird zwar die Bewegung des Körpers fortdauren; allein die Axe, um welche dieſelbe geſchieht, wird ſelbſten beweglich, und die Herumdrehung geht beſtändig um eine andere Axe. Wenn eine Kugel aus einer allenthalben gleich dichten Materie gemacht iſt, ſo ſind die Vires centrifugæ immer im Gleichgewichte, wenn nur die Axe der Kugel durch ihr Mittelpunkt gehet, und alſo kann eine ſolche Kugel eine beſtändig gleich geſchwind fortdaurende Bewegnng um eine jegliche Linie, ſo durch ihr Mittel-Punkt gehet, haben.

Dieſe beyden Bewegungen, nehmlich die fortgehende und herum drehende, ſind nun von einander dergeſtalt unterſchieden, daß ſich beyde in einem Körper zugleich befinden können, ohne, daß eine von der andern im geringſten geſtöret würde: eine jede kann auch von äuſſerlichen Kräften ganz allein verändert werden, ohne daß die andere dadurch die geringſte Veränderung leidet. Ein Exempel einer ſolchen doppelten Bewegung in einem Cörper ſtellet uns die Erd-Kugel dar, als welche ſich erſtlich nach ihrer fortgehenden Bewegung in einem Jahr um die Sonne herum bewegt, und ſich inzwiſchen beſtändig um ihre Axe in 24 Stunden herum drehet. In der Erde iſt auch noch die Veränderlichkeit ihrer Axe zu bemerken, als welche ſich jährlich um 50 Secunden rückwerts lenket.

Wenn alſo einem Körper, außer der fortgehenden Bewegung, auch eine Bewegung um eine Axe, ſo durch das Centrum Gravitatis deſſelben gehet, und welche alſo beſchaffen iſt, daß ſich alle Vires centrifugæ im Gleichgewichte halten, eingedruckt worden, ſo werden darinne beyde zugleich beſtändig fortdauren, und wenn keine äuſſerliche Kräfte darauf würken, keine Veränderung leiden.

Die Haupt-Sache beruhet nun darauf, was für Kräfte einem Körper entweder nur eine fortgehende Bewegung, oder nur eine

 herum-

herumdrehende, oder beyde zugleich einzudrücken vermögend ſind.

Wenn die Direction der Kraft durch das Centrum Gravitatis des Körpers gehet, ſo würket dieſelbe nur eine fortgehende Bewegung. Wenn nehmlich der Körper vorher ſtill geſtanden, ſo wird demſelben eine Bewegung nach eben derjenigen Direction, nach welcher die Kraft gerichtet iſt, eingedrücket: und wenn der Körper ſchon vorher eine fortgehende Bewegung gehabt, ſo wird dieſelbe entweder ſchneller oder langſamer, oder es wird auch die Direction derſelben verändert, je nach dem die Direction der Kraft entweder vorwerts oder rückwerts, oder ſchief auf die Direction der Bewegung würket. Wenn aber der Körper außer der fortgehenden Bewegung noch eine herumdrehende ſchon hat, ſo bleibt dieſelbe von einer ſolchen Kraft, welche durch das Centrum Gravitatis des Körpers gehet, völlig unverändert.

Wenn die Direction der Kraft nicht durch das Centrum Gravitatis des Körpers gehet, ſo wird dadurch erſtlich die fortgehende Bewegung gleicher maaßen verändert, als wenn eben dieſelbe Kraft nach einer parallelen Direction durch das Centrum Gravitatis gienge. Ueber dieſes aber wird dem Körper von einer ſolchen Kraft eine herumdrehende Bewegung um eine Axe, welche durch ſein

Cen-

Centrum Gravitatis gehet, und auf die Fläche, ſo durch dieſes Centrum und die Direction der Kraft gezogen wird, perpendilar aufſtehet, eingedrückt. Hat aber der Körper ſchon vorher eine herumdrehende Bewegung, entweder um eben dieſe Axe, oder um eine andere gehabt, ſo wird dieſelbe entweder geſchwinder oder langſamer, in dem letztern Fall aber wird auch die Axe ſelbſt verändert.

Wenn aber zwo oder mehr Kräfte zugleich auf den Körper würken, ſo findet man folgender Geſtalt, was daher für Bewegungen und Veränderungen in dem Körper entſtehen müſſen. Erſtlich ſtellt man ſich vor, als wenn alle dieſe Kräfte nach Parallel-Directionen durch das Centrum Gravitatis giengen, und verwandelt dieſelben in eine einige Kraft, aus welcher die Erzeugung und Veränderung der fortgehenden Bewegung beſtimmet wird. Wenn es alſo geſchieht, daß alle dieſe Kräfte einander aufheben, ſo leidet die fortgehende Bewegung davon gar keine Veränderung. Was aber hernach die herumdrehende Bewegung anlangt, ſo ſucht man von allen dieſen Kräften nach ihren würklichen Directionen die Momenta, indem man dieſelben durch ihre Entfernungen von dem Centro Gravitatis multipliciret: und indem man dieſelben gegen einander hält, ſo findet man, um was für eine Axe, und wie ſtark der Körper herum getrie-

getrieben werden müſſe. Hieraus läßt ſich folglich entweder die Erzeugung einer herumdrehenden Bewegung, wenn der Körper vorher noch keine gehabt, oder die Veränderung derſelben, wenn ſchon eine vorhanden geweſen, beſtimmen.

Nach dieſen Grund-Sätzen wollen wir nun genauer unterſuchen, was für eine Bewegung einer Kugel, welche aus einer Canone geſchoſſen wird, von der Gewalt des Pulvers eingedruckt, und wie dieſelbe nachgehends durch den Wiederſtand der Luft verändert werde. Wir wollen erſtlich annehmen, die Kugel ſey vollkommen rund, und ihr Centrum Gravitatis ſey mit ihrem Mittelpunct einerley. In dieſem Fall geht die forttreibende Gewalt des Pulvers nicht nur durch das Centrum gravitatis der Kugel, ſondern ihre Direction iſt auch mit der Axe des Laufs einerley; dahero der Kugel nur allein eine fortgehende Bewegung nach der Axe des Laufs eingedruckt wird. Die Kugel bekommt alſo eben diejenige Bewegung, welche wir oben mit dem Autore für dieſelbe herausgebracht haben, und erhält folglich von der Gewalt des Pulvers keine herumdrehende Bewegung. Weil aber die Kugel auf der innern Höhlung der Canone fortgehet, und daher eine Friction leidet, deren Direction nicht durch das Centrum der Kugel gehet, ſondern dieſelbe von auſſen berüh-

ret,

ret; ſo müßte dadurch der Kugel eine drehende oder rollende Bewegung eingedrückt werden, woferne ſolche durch den Pfropf nicht verhindert würde. Denn da der Pfropf die Kugel ſehr gedräng einzuſchließen pflegt, ſo iſt die Friction zu ſchwach, um der Kugel eine ſolche rollende Bewegung einzudrücken. Alſo fähret die Kugel bloß allein mit einer fortgehenden Bewegung in die Luft, wo dieſelbe theils der Kraft der Schwehre, theils dem Wiederſtand ausgeſetzt iſt. Die erſtere Kraft geht immer durch das Centrum Gravitatis, und würket alſo nur auf die fortgehende Bewegung, als welche dadurch abwerts gekrümmet wird. Die Kraft des Wiederſtands gehet in dieſem Fall auch durch das Centrum Gravitatis der Kugel, und bringt alſo gleichfalls keine herumdrehende Bewegung hervor. Und weil dieſelbe mit der Direction der Kugel übereinſtimmt, ſo wird dadurch auch der Körper nicht aus derjenigen Vertical-Fläche, in welcher die Bewegung angefangen, gezogen. Woraus erhellet, daß, wenn die Kugel vollkommen rund, und ihr Centrum Gravitatis in ihrem Mittelpunct befindlich iſt, die Bewegung derſelben eben ſo beſchaffen ſeyn müſſe, als die Theorie erfordert. Die Kugel wird ſich nehmlich in einer Vertical-Fläche bewegen, und von derſelben weder zur Rechten noch zur Linken ausweichen. Wenn ſich alſo das

Ziel, nach welchem man ſchieſſen will, in eben dieſer Vertical-Fläche befindet, ſo kann der Schuß nicht anders fehlen, als daß derſelbe entweder zu hoch, oder zu niedrig gehet. Wenn aber die Vertical-Fläche; worinnen ſich die Kugel beweget, nicht durch das Ziel gehet, ſo muß der Schuß auch ſeitwerts fehlen, und das um ſo viel mehr, je weiter das Ziel von der Canone entfernet iſt; wenn nehmlich der Winkel, welchen die gerade Linie, ſo von dem Stück zum Ziel gezogen wird, mit der gemeldten Vertical-Fläche einerley Winkel macht. Wenn dahero die Kugel einmahl zum Exempel zur Rechten von dem Ziel abgewichen, ſo müſſen auch alle Schüſſe, welche ohne die Richtung der Canone zu verändern gethan werden, gleich weit zur Rechten des Ziels verfehlen, wenn auch gleich die Ladung vermehret oder vermindert worden. Wenn alſo bey vielen Schüſſen, welche aus einem befeſtigten Lauf, deſſen Richtung nicht verändert werden kann, der Fehler bald zur Rechten bald zur Linken vom Ziel abweichet, und auch in gröſſern Entfernungen, nach einer gröſſern Verhältniß wächſt, als die Entfernung ſelbſt; ſo ſchlieſſet der Autor richtig, daß die Bahn der Kugel in keiner Vertical-Fläche geweſen, und daß dieſelbe folglich eine doppelte Krümmung gehabt haben müſſe.

Nun

Nun wollen wir eine Kugel betrachten, welche zwar vollkommen rund, deren Centrum Gravitatis aber auſſer ihrem Mittelpunkt befindlich iſt. So lange dieſe Kugel der Gewalt des Pulvers in dem Lauf der Canone ausgeſetzt iſt, ſo gehet die Direction dieſer Gewalt durch das Mittelpunkt der Kugel, und iſt der Axe der Canone parallel, folglich bekommt dieſelbe eben diejenige fortgehende Bewegung, als in dem vorigen Fall: und wenn dieſe Direction zugleich durch das Centrum Gravitatis gehet; ſo wird davon auch keine drehende Bewegung hervorgebracht. Wenn aber das Centrum Gravitatis der Kugel auſſer dieſer Linie, nach welcher die Kraft des Pulvers würcket, zu liegen kommt; ſo wird der Kugel zugleich eine drehende Bewegung um das Centrum Gravitatis eingedruckt. Da aber durch eben dieſe Bewegung das Mittelpunkt der Kugel bald auf die entgegengeſetzte Seite des Centri Gravitatis gebracht wird, ſo wird durch dieſe Kraft die vorige drehende Bewegung der Kugel wiederum zernichtet, dergeſtalt, daß keine beſtändige herumdrehende Bewegung in der Kugel hervorgebracht werden kan. Eine gleiche Bewandtniß hat es auch, wenn die Kugel ſchon aus dem Lauf heraus geſchoſſen worden; denn die Direction des Wiederſtands geht alsdenn durch das Mittelpunkt der Kugel, und da die-

ſelbe

ſelbe der Bewegung der Kugel ſchnurgerade entgegen iſt, ſo wird dadurch die fortgehende Bewegung der Kugel eben wie im vorigen Fall verändert. Ueber dieſes aber bekommt die Kugel eine drehende Bewegung um das Centrum Gravitatis, wodurch das Mittelpunkt rückwärts getrieben wird. So bald aber das Mittelpunkt beginnt wiederum vorwärts zu kommen, ſo wird die Kraft des Wiederſtands der vorigen zuwieder, und vermindert alſo die ſchon erzeugte drehende Bewegung, wodurch dieſelbe endlich gänzlich gehemmet und die Kugel alſo fortgehen wird, daß der Mittelpunkt hinter dem Centro Gravitatis beſtändig bleibt. Hieraus folget, daß endlich die ſchwehrere Helfte der Kugel, in welcher das Centrum Gravitatis befindlich iſt, beſtändig voraus gehet, und die leichtere nachfolget, welcher Umſtand auch jederzeit in der That wahrgenommen wird. In dieſem Fall wird alſo auch nicht die Kugel aus der Vertical-Fläche, in welcher die Bewegung angefangen, ausweichen. Dahero dieſe Ausweichung von keiner andern Urſache herrühren kan, als von dem Mangel einer vollkommenen Ründung.

Wenn die Kugel nicht vollkommen rund iſt, ſo kan es geſchehen, daß die Direction der Gewalt des Pulvers nicht nur nicht durch das Centrum Gravitatis der Kugel gehet, ſondern

dern daß dieſelbe auch nicht einmahl der Axe der Canone parallel läuft. Im erſten Fall würde der Kugel eine herumdrehende Bewegung eingedruckt werden, welche aber, wie in dem vorigen Fall gewieſen worden, bald wiederum aufhören müßte. Der letztere Fall aber iſt bey den von dem Autore angeführten Umſtänden inſonderheit merkwürdig: denn da wird die Kugel nicht nach der Axe der Canone fortgetrieben, ſondern nach der Direction der forttreibenden Gewalt. Alſo wird die Kugel gegen die inneren Wände der Canone geſtoſſen, von welchen ſie wiederum zurück prallet, und dahero keine geringe Kraft auf die Canone ausübet. Dieſes iſt der Fall, deſſen wir oben erwehnet haben, da eine Canone, wenn dieſelbe gleich vollkommen gerade gebohret iſt, dennoch von der Gewalt der Kugel allein zerſprenget werden kan: woraus die Nothwendigkeit der vollkommenen Ründung der Canonen Kugeln um ſo viel deutlicher erhellet.

Wenn aber eine ſolche Kugel, welche nicht völlig rund iſt, aus der Canone herausgefahren, ſo wird auſſer dem, daß ihre Direction ſchon etwas von der Axe des Stückes abweichet, noch ihre Bewegung durch den Wiederſtand der Luft ganz anders verändert, als wenn die Kugel vollkommen rund wäre. Denn da ſich der Wiederſtand der Luft nach

der

der äuſſern Figur der Kugel richtet; ſo iſt es nicht nur möglich, daß die Direction des Wiederſtands von der Direction der Bewegung unterſchieden ſey, ſondern es würde auch ein ſehr rarer Zufall ſeyn, wenn dieſe beyden Directionen mit einander übereinſtimmen ſollten. Es kann alſo geſchehen, daß erſtlich die Kugel von dem Wiederſtand entweder mehr aufwerts oder abwerts, als ſonſten geſchehen würde, getrieben werde. Und hieraus begreift man ganz deutlich, wie bißweilen eine Kugel etliche hundert Schritt weiter oder näher zu Boden fallen könne, als eine andere, wenn gleich beyde aus einem Lauf, unter einerley Richtung, und mit gleicher Ladung ſind heraus geſchoſſen worden. Wenn aber die Direction des Wiederſtands nicht in die Vertical-Fläche, in welcher die Bewegung angefangen, fällt, ſo wird dadurch die Kugel ſeitwerts, entweder zur Rechten oder zur Linken, getrieben. Und wenn ſich die Kugel nicht herum drehet, ſo weicht dieſe Kraft beſtändig von gemeldter Vertical-Fläche gleich viel ab; folglich wird dadurch die Kugel je länger je mehr ſeitwerts abgetrieben: dergeſtalt, daß je weiter die Kugel geſchoſſen wird, die Abweichung derſelben von dem Ziel um ſo viel gröſſer ſeyn wird. In einer doppelten Entfernung wird nehmlich die Abweichung der Kugel von dem Ziel nicht nur zweymahl, ja nicht

nur

nur dreymahl ſo groß ſeyn, als welches geſche-hen würde, wenn die Kugel, nachdem ſie die erſte Helfte des Wegs durchlaufen, nicht mehr ſeitwerts getrieben werden ſollte: ſon-dern die Abweichung müßte vier mahl ſo groß werden, wenn die ſeitwerts treibende Kraft der Kugel immer gleich groß bliebe. Da aber dieſelbe mit der Geſchwindigkeit der Kugel ab-nimmt, ſo wird die Abweichung zwar etwas kleiner, als 4 mahl ſo groß, immer aber mehr als dreymahl ſo groß ſeyn. Die wahre Urſache alſo der Ungewißheit der Schüſſe beſtehet ganz allein in dem Mangel der runden Figur der Kugel, und es kann eine drehende Bewe-gung der Kugel dazu nichts merkliches beytra-gen, wie der Autor vermeynet. Im Gegen-theil, wenn ſich die Kugel in ihrem Flug her-um drehen ſollte, ſo müßte die Kraft des Wie-derſtands bald zur Rechten, bald zur Linken gerichtet ſeyn, und könnten alſo die Schüſſe in gröſſern Entfernungen nicht ungewiſſer wer-den, als in kleinern. So groß aber auch die Ungewißheit der Schüſſe, welche der Autor anführet, zu ſeyn ſcheinet, ſo iſt nicht zu ver-muthen, daß dieſelben bey Canonen-Kugeln ſo groß ſeyn ſollte. Denn der Autor hat mit bleyernen Kugeln ſeine Verſuche angeſtellt, welche nicht nur ſehr merklich von einer runden Figur abzugehen pflegen, ſondern auch in dem Lauf noch viel mehr verändert werden können.

Die

Die Canonen-Kugeln hingegen ſcheinen gemeiniglich eine vollkommenere Ründung zu haben, und da dieſelben von Eiſen, ſo kan ihre Figur auch nicht ſo leicht in dem Lauf der Canonen verändert werden. Aus dieſer Urſache müſſen alſo die Canonen-Schüſſe in ihrer Art weit gewiſſer ſeyn, als die Mußketen-Schüſſe, welche mit bleyernen Kugeln gethan werden. Hiervon müſſen aber, allem Anſehen nach, die Schüſſe, welche aus gezogenen Röhren geſchehen, ausgenommen werden, und das aus eben derjenigen Urſache, welche der Autor von der Unrichtigkeit der Schüſſe überhaupt angeben will. Denn weil die Kugeln aus gezogenen Röhren eine drehende Bewegung bekommen, welche mit der fortgehenden immer fortdauret; ſo wird beſtändig eine jede Kraft des Wiederſtands, wodurch die Kugel immer entweder aufwerts, oder ſeitswerts getrieben wird, gleichſam in einem Augenblick, indem ſich die Kugel herum drehet, in eine entgegen geſetzte verwandelt, dahero von der unrichtigen Figur der Kugel in dieſem Fall keine ſo groſſe Ungewißheit entſtehen kann, als wenn die Kugel mit keiner drehenden Bewegung begabet iſt.

II. Anmerkung.

Wir haben alſo die wahre Ungewißheit der Schüſſe, welche der Autor in dieſem Satz anführet und ſehr zweifelhaft erkläret, unſtreitig entdecket, indem wir gewieſen, daß dieſelbe

dieſelbe ganz allein auf der Figur der Kugel beruhe. Denn, wenn die Kugel vollkommen rund iſt, wenn auch gleich ihr Centrum Gravitatis von dem Mittelpunkt verſchieden wäre; ſo kan die Abweichung der Kugel von dem Ziele ſeitwärts nicht merklich ſeyn. Und wenn in dieſem Fall die Kugel des Ziels ſeitwärts verfehlen ſolte; ſo würde dieſes ein ſicheres Zeichen ſeyn, daß ſich das Ziel nicht in derjenigen Vertical-Fläche, nach welcher die Axe des Stücks oder Schieß-Gewehrs gerichtet iſt, befände. Wenn aber die Kugel nicht völlig rund iſt, ſo haben wir gewieſen, daß dieſelbe meiſtentheils von ihrer Richtung ſeitwärts abweichen, und bey dem Ziel um ſo viel weiter ſeitwärts vorbey gehen müſſe, je weiter das Ziel von dem Schieß-Gewehr entfernet iſt. Dieſe Abweichung wird auch durch die herumdrehende Bewegung der Kugel nicht nur nicht vermehret, ſondern wenn die Kugel eine ſolche Bewegung hätte, ſo würde die Ungewißheit des Schuſſes bey weitem nicht ſo groß ſeyn. Der Autor ſcheinet zwar das Gegentheil zu behaupten, allein auſſer dem, was vorher angeführet worden, ſo können wir auch beweiſen, daß die Kraft des Wiederſtands nicht merklich von einer drehenden Bewegung der Kugel verändert werde, und derſelben ungeachtet bey nahe allezeit eben ſo groß ſey, als wenn die Kugel keine herumdrehende Bewe-

gung hätte. Es iſt zwar wahr, wie der Autor bemerket, daß durch eine ſolche drehende Bewegung ſowohl die Geſchwindigkeit, mit welcher ein jegliches Punkt der Kugel auf die Luft ſtößt, als auch der Winkel, unter welchem dieſer Stoß geſchieht, verändert werde. Allein es bleibet erſtlich die Direction der Kraft des Stoſſes immer perpendicular auf die Oberfläche der Kugel. Hernach da die Kraft des Stoſſes ſelbſt ſich beſtändig verhält, wie das Quadrat der Geſchwindigkeit multiplicirt durch das Quadrat des Sinus des Winkels, unter welchem der Stoß geſchieht, ſo wird faſt immer der Sinus dieſes Winkels um eben ſo viel gröſſer oder kleiner, als die Geſchwindigkeit vermindert oder vermehret wird, dahero auch die Stärke des Stoſſes beynahe einerley bleibet, die Kugel mag eine drehende Bewegung haben oder nicht. Dieſe Gleichheit trift beynahe zu, wenn die Figur der Kugel nicht merklich von einer vollkommenen Ründung unterſchieden iſt; und wenn die Axe, um welche die drehende Bewegung geſchieht, beynahe durch das Mittelpunkt derſelben geht. Wenn aber die Kugel vollkommen rund iſt, und ſich um eine Axe, welche durch ihr Mittelpunkt gehet, herum drehet, alsdenn iſt ſo gar die Würkung des Wiederſtands vollkommen einerley, die Kugel mag eine ſolche drehende Bewegung haben oder nicht. Wir haben alſo nur nöthig, dieſen letztern Fall zu beweiſen; indem aus der Wahrheit

heit deſſelben von ſelbſten folget, daß wenn die Figur der Kugel nicht viel von einer völligen Ründung abweichet, und die Axe der Herumdrehung beynahe durch das Mittelpunkt deſſelben gehet, die Ungleichheit des Wiederſtands, wenn dieſelbe nicht gar wie im erſtern Fall verſchwindet, dennoch nicht merklich ſeyn könne. Um alſo dieſes deutlich darzuthun, ſo wollen wir eine vollkommen runde Kugel betrachten, welche auſſer ihrer fortgehenden Bewegung ſich um eine durch ihr Mittelpunkt gehende Axe herum drehe; es iſt auch gleich viel, ob dieſe Axe beſtändig oder unbeſtändig angenommen werde. Hierbey iſt nun erſtlich zu merken, daß wenn die Kugel gar keine fortgehende Bewegung hätte, dieſelbe auch von der Luft keinen andern Wiederſtand leiden würde, als welcher etwa von dem Reiben der Theilchen entſtehen möchte, welcher aber ſo geringe iſt, daß man denſelben leicht aus der Acht laſſen kann. Denn wenn die Kugel keine fortgehende Bewegung hat, ſo ſtehet ihr Mittelpunkt völlig ſtill, und da alle Theilchen der Oberfläche immer gleich weit von dem Mittelpunkt entfernet bleiben, ſo können dieſelben keine ſolche Bewegung haben, wodurch gegen die Theilchen der Luft ein würklicher Stoß entſtünde. In dieſem Fall werden nehmlich die Theilchen der Luft in keine andere Bewegung geſetzt, als in ſo ferne dieſelben durch die ſchwache Friction mit fortgezogen werden, und dahero können dieſelben

auch keine Gewalt auf die drehende Bewegung der Kugel ausüben. Wenn aber die Kugel eine fortgehende Bewegung hat, ſo kan man ſich die Sache, wie oben gewieſen worden, immer ſo vorſtellen, als wenn die Kugel gar keine fortgehende Bewegung hätte, hingegen aber die Luft mit einer gleichen Geſchwindigkeit darauf ſtieſſe; denn in beyden Fällen muß die aus dem Anſtoſſen der Lufttheilchen entſtehende Gewalt einerley ſeyn. Wir wollen uns alſo eine Kugel vorſtellen, deren Mittelpunkt unbeweglich ſeyn ſoll, um welches ſich die Kugel herum drehe: und wollen ſetzen, daß die Luft mit einer gegebenen Geſchwindigkeit auf dieſe Kugel beweget werde. In der 26 Figur ſoll die Fläche des Papiers die Kugel in dem Punkt A berühren, und die Luft nach der Direction PA auf dieſes Punkt der Kugel A ſtoſſen. Man ſtelle ſich die Geſchwindigkeit der Luft durch die Linie PA vor, und laſſe aus dem Punkt P auf die berührende Fläche einen Perpendicul PQ herab fallen, und ziehe die Linie AQ. Wenn nun die Kugel keine herum drehende Bewegung hätte, ſo würde die Stärke des Stoſſes der Luft ſeyn wie das Quadrat der Linie PA, wodurch die Geſchwindigkeit der Luft angedeutet wird, multipliciret durch das Quadrat des Sinus des Winkels PAQ, welchen die Direction der Bewegung der Luft PA in dieſem Punkt A mit der Oberfläche der Kugel macht.

Weil

Weil nun der Sinus des Winkels PAQ durch $\frac{PQ}{PA}$ ausgedrückt wird, ſo wird die Kraft der Luft auf das Punkt A ſeyn, wie $PA^2 . \frac{PQ^2}{PA^2}$ das iſt, wie PQ^2. Wenn aber die Kugel eine drehende Bewegung hat, und dabey ihr Mittel-Punkt ſtille ſteht, ſo kann das Punkt A keine andere Bewegung haben, als nach einer Direction, welche in der berührenden Fläche der Kugel, ſo durch die Fläche der Kupfer-Platte vorgeſtellt wird, lieget. Es ſey alſo A*a* die Direction, nach welcher ſich der Punkt A beweget, und man nehme A*a* ſo groß, daß ſich verhalte PA zu A*a*, wie die Geſchwindigkeit der Luft zur Geſchwindigkeit des Punkts A. Um nun die Würkung zu beſtimmen, welche die nach der Direction PA bewegte Luft auf das nach der Direction A*a* bewegte Punkt A ausübet; ſo darf man nur die Bewegung des Punkts A in den Gedanken der Luft mittheilen, welches geſchieht, wenn wir P*p* der Linie A*a* parallel und gleich groß ziehen. Denn da wird die Würkung der Luft auf das Punkt A eben ſo groß ſeyn, als wenn daſſelbe ſtill ſtünde, die Luft aber darauf nach der Direction der Linie *p*A mit einer Geſchwindigkeit, welche durch die Linie *p*A vorgeſtellet wird, ſtieſſe. Folglich muß man das Quadrat dieſer Geſchwindigkeit oder Linie *p*A mit dem Quadrat

des Sinus des Winkels, welchen dieſe Linie pA mit der berührenden Fläche machet, multipliciren. Um nun dieſen Winkel zu finden, ſo ziehe man aus dem Punkt p auf die berührende Fläche die Perpendicular-Linie pq, welches geſchieht, wenn man Qq der Linie Aa gleich und parallel ſetzt. Weil alſo auch Qq der Linie PQ gleich und parallel, und die Linie pq der Linie PQ gleichfals parallel iſt, ſo muß $pq = PQ$, und der Bruch $\frac{pq}{pA}$ wird den Sinum des Winkels pAq ausdrücken, unter welchem die Luft auf das bewegte Punkt A ſtößt. Derowegen wird die Kraft dieſes Stoſſes ſeyn wie $pA^2 . \frac{pq^2}{pA^2}$, das iſt, wie pq^2. Da nun $pq = PQ$, ſo wird die Kraft der Luft auf das bewegte Punkt A eben ſo groß ſeyn, als wenn dieſes Punkt A gar keine Bewegung hätte. Ob alſo gleich durch die Bewegung des Punkts A ſowohl die Geſchwindigkeit der darauf ſtoſſenden Luft pA, als der Winkel pAq, unter welchem der Stoß geſchieht, verändert wird, ſo ſind doch dieſe beyden Veränderungen ſo beſchaffen, daß daraus einerley Kraft entſpringt. Was aber hier von einem Punkt A der Oberfläche der Kugel erwieſen worden, daſſelbe gilt gleichergeſtalt von allen andern Punkten derſelben; und hierdurch wird alſo unſer Satz unwiederſprech-

ſprechlich beſtätiget, daß eine vollkommen runde Kugel, welche ſich auſſer ihrer fortgehenden Bewegung um ihr Mittelpunkt herum drehet, eben denſelben Wiederſtand von der Luft leide, als wenn dieſelbe gar keine herumdrehende Bewegung hätte. Wenn alſo eine ſolche Kugel je in der Canone, aus welcher dieſelbe geſchoſſen wird, auſſer der fortgehenden Bewegung noch eine herum drehende Bewegung um ihr Mittelpunkt bekäme, ſo würde dieſelbe doch in der Luft ihre Bewegung eben ſo fortſetzen, als wenn ſie keine herumdrehende Bewegung erhalten hätte. Und da bey einer vollkommen runden Kugel die fortgehende Bewegung durch eine drehende Bewegung keinesweges verändert wird; ſo iſt hieraus klar, daß wenn bey einer Kugel, ſo nicht völlig rund iſt, je eine Veränderung in dem Wiederſtand der Luft von der herumdrehenden Bewegung verurſachet würde, dieſelbe doch nicht merklich ſeyn könnte: ſondern daß die Kugel faſt eben ſo bewegt werden würde, als wenn gar keine herum drehende Bewegung darinn befindlich wäre. Dahero in keinem Fall die fortgehende Bewegung der Kugel durch eine herumdrehende Bewegung merklich verändert werden kann.

 VIII. Satz.

VIII. Satz.

Wenn gleich groſſe und gleich ſchwehre Kugeln auf eben denſelben harten Körper mit verſchiedenen Geſchwindigkeiten ſtoſſen, und in denſelben hinein dringen, ſo werden ſich die verſchiedenen Tiefen, auf welche die Kugeln hinein gedrungen, beynahe verhalten, wie die Quadrate ihrer Geſchwindigkeiten: Und der Wiederſtand ſolcher harten Körper wird, in Anſehung des Hineindringens der Kugel, immer gleich groß ſeyn.

Den erſten Theil dieſes Satzes habe ich durch ſehr viele Verſuche immer richtig befunden. Denn als ich eine bleyerne Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter gegen einen Ulmenbäumen Bloch mit einer Geſchwindigkeit von ungefehr 1700 Schuhen in einer Secunde geſchoſſen; ſo habe ich durch eine groſſe Anzahl Verſuche befunden, daß dieſelbe von $4\frac{1}{2}$ biß $5\frac{1}{2}$ Zoll tief hinein gedrungen. Als ich aber eine gleiche Kugel gegen eben daſſelbe Bloch mit einer Geſchwindigkeit von ungefehr 730 Schuhen in einer Secunde geſchoſſen, ſo gieng die äuſſere Fläche

der

der Kugel beynahe $\frac{1}{4}$ Zoll tief in das Weſen des Holzes, ſo daß das Hineindringen in dieſem Fall nach einem Mittel ungefehr einen Zoll betrug: Wenn man aber die ganze Höhlung des Lochs betrachtet, und dieſelbe in einen Cylinder verwandelt, ſo wird derſelbe ungefehr $\frac{7}{8}$ eines Zolls lang. Wenn aber die Geſchwindigkeit der Kugel in einer Secunde mehr nicht, als von 400 Schuhen geweſen: ſo drung gemeiniglich nur ungefehr die Helfte der Kugel in das Holz hinein, welches nach einem Cylinder den vierten Theil eines Zolls in der Tiefe austrägt.

Die Quadrate dieſer drey verſchiedenen Geſchwindigkeiten verhalten ſich ungefehr wie dieſe Zahlen 55, 10 und 3 Wenn wir nun für die gröſte Tiefe, welche von der gröſten Geſchwindigkeit verurſachet worden, 5 Zoll rechnen, ſo findet man nach dieſer Verhältniß der Quadraten, daß die Tiefen, welche durch die beyden geringern Grade der Geſchwindigkeit ſind verurſachet worden, hätten $\frac{10}{11}$ und $\frac{3}{11}$ eines Zolls betragen müſſen: welche Zahlen von den durch die Erfahrung gefundenen $\frac{7}{8}$ und $\frac{1}{4}$ nicht merklich unterſchieden ſind. Eine genauere Uebereinſtimmung dergleichen Verſuche mit der Theorie kann man nicht erwarten, wenn man die ungleiche Verbindung der Theilchen eines Stücks Holzes, und die durch den Stoß verurſachte Veränderung in der Figur der Kugel in Erwegung zieht.

Da nun die Tiefe der Löcher mit den Quadraten der Geſchwindigkeit des anſtoſſenden Körpers in einerley Verhältniß iſt, ſo wird daher der gleichförmige Wiederſtand des Holzes aus eben denjenigen Gründen leicht erwieſen, durch welche man die gleichförmige Würkung der Kraft der Schwehre aus der Eigenſchaft der Geſchwindigkeiten, deren Quadrata mit den Höhen, aus welchen ein Körper herunter gefallen, einerley Verhältniß haben, zu beweiſen pflegt. Dieſes erhellet auch aus dem Aufſteigen der Körper, welche gerade aufwärts geworfen werden; denn in dieſem Fall verhält ſich auch immer die Höhe, zu welcher der Körper gelanget, wie das Quadrat der Geſchwindigkeit, mit welcher der Körper im Anfang iſt hinauf geworfen worden.

Anmerkung.

Wenn ein Körper gegen eine unbewegliche Wand, oder einen Wall geworfen wird, ſo prellt derſelbe entweder zurück, oder dringet hinein, ſo lange, bis ſeine ganze Geſchwindigkeit durch den Wiederſtand zernichtet worden. Das Zurückprellen geſchieht, wenn ſowohl der anſtoſſende Körper, als der Wall vollkommen elaſtiſch, oder mit einer Kraft begabet ſind, ſich, nachdem in ihrer Figur eine Aenderung vorgegangen, wiederum in ihre vorige Form herzuſtellen. Wo ſich dieſe Kraft nicht

nicht befindet, da dringet die Kugel ſo tief hinein, bis ſie alle Bewegung verlohren, und bleibt alsdenn ſtill ſtehen. In beyden Fällen machet nehmlich die Kugel einen Eindruck: im erſtern Fall wird derſelbe wiederum hergeſtellet, im letztern aber dauret der Eindruck noch nach dem Stoß fort; und hieraus entſtehet der Unterſcheid zwiſchen den elaſtiſchen und nicht elaſtiſchen Körpern. Zwiſchen dieſen zwey Arten der Körper giebt es aber noch unendlich viel verſchiedene Mittel-Arten, je nachdem die Wiederherſtellungs-Kraft in denſelben gröſſer oder kleiner iſt: ja man kann faſt mit Gewißheit behaupten, daß ſich in der ganzen Welt weder ein vollkommen elaſtiſcher Körper befinde, noch ein ſolcher, welcher von aller Elaſticität gänzlich entblöſſet wäre. Denn ein Körper mag ſo vollkommen elaſtiſch ſcheinen, als immer möglich iſt, ſo bleibt doch allezeit von einem jeglichen darinn gemachten Eindruck ein geringes Merckmahl zurück: und man hat auch noch keinen Körper angetroffen, welcher, nachdem er einen Eindruck empfangen, ſich nicht einiger Maaſſen wieder herſtellen ſollte. Wir haben aber zur Erläuterung des gegenwärtigen Satzes nur allein auf den Eindruck zu ſehen, welcher entſteht, wenn zwey Körper auf einander ſtoſſen, und welcher allezeit entſteht, die Körper mögen elaſtiſch ſeyn oder nicht: und in dieſer Abſicht gilt es gleich viel, ob dieſer Eindruck entweder

unver-

unverändert fortdauret, oder gänzlich oder auch nur zum Theil wiederum hergeſtellet wird. Unterdeſſen iſt doch ſo viel aus der Erfahrung bekannt, daß wenn eine Kugel in einen Wall, oder in eine hölzerne Wand hinein geſchoſſen wird, die Kugel darinn ſtecken bleibe, und nicht merklich wiederum zurück getrieben werde. Dahero wenn dieſe Körper je mit einer elaſtiſchen Kraft begabet ſind, ſo kann dieſelbe ſicher aus der Acht gelaſſen werden.

Wenn nun eine Kugel gegen einen ſolchen Körper geſchoſſen wird, ſo machet dieſelbe nicht nur einen Eindruck, ſondern dringet auch auf eine gewiſſe Tiefe hinein; und da ſolches ohne einen groſſen Wiederſtand nicht geſchehen kann, ſo wird dadurch die Bewegung der Kugel nach und nach vermindert, und endlich gar zernichtet. Um alſo die Tiefe zu finden, auf welche eine Kugel hinein zu dringen vermögend iſt, ſo muß man den Wiederſtand beſtimmen können, welchen die Kugel, indem ſie hineindringet, leidet. Wenn die Wand, oder der Wall, von Holz oder Erden iſt, ſo ſieht man wohl, daß um darinn einen Eindruck zu verurſachen, eine um ſo viel gröſſere Kraft erfordert werde, je gröſſer die Höhlung iſt, welche darinn gemacht werden ſoll. Denn da die Elaſticität in dieſen Fällen nicht merklich iſt, ſo findet die Kugel, nachdem ſie ſchon auf eine gewiſſe Tiefe hineingedrungen, einen eben ſo groſſen Wiederſtand, als anfänglich. Derohalben iſt dieſer

Wie-

Wiederſtand eine beſtändige oder gleichförmige Kraft, welche nicht auf der Geſchwindigkeit der Kugel beruhet; und iſt alſo in dieſem Stück der Kraft der Schwehre ähnlich, durch welche ein aufwerts geworfener Körper in gleichen Zeiten immer gleich viel von ſeiner Geſchwindigkeit verliehrt, dieſelbe mag groß oder klein ſeyn. Die Gröſſe dieſer Kraft beruhet nun erſtlich auf der Feſtigkeit der Materie der Wand oder des Walles, hernach aber auch auf der Weite des Lochs, welches die Kugel darinne macht, und welches dem Quadrat des Diameters der Kugel proportional iſt. Wenn alſo der Diameter der Kugel $= c$ geſetzt, und die Feſtigkeit des Walls durch f angedeutet wird; ſo wird der Wiederſtand dieſer Formul ccf proportional ſeyn. Wir wollen alſo ſetzen, dieſe Kraft des Wiederſtands ſey gleich dem Gewicht einer Waſſer-Säule, deren Höhe $= f$, und welche mit der Kugel gleich dick iſt, indem es uns frey ſteht, dieſe Gewalt nach Belieben zu beſtimmen, wenn nur in allen verſchiedenen Fällen die wahren Verhältniſſe der Gröſſe f beobachtet werden. Ferner wollen wir ſetzen, die Schwehre der Materie, woraus die Kugel beſteht, verhalte ſich zur Schwehre des Waſſers wie n zu 1. Nun ſoll b die Höhe anzeigen, aus welcher durch den Fall eben diejenige Geſchwindigkeit erzeuget wird, mit welcher die Kugel anfänglich auf den Wall ſtößt; nachdem dieſelbe aber ſchon auf eine Tiefe $= x$ hineingedrungen,

ſo

ſo ſoll die Geſchwindigkeit der Kugel durch $\sqrt{v}$ angedeutet werden. Da nun die Kugel einem gleich dicken Cylinder-Waſſer gleichet, deſſen Höhe $= \frac{2}{3} nc$, ſo wird ſich der Wiederſtand zum Gewichte der Kugel verhalten, wie f zu $\frac{2}{3} nc$, das iſt, wie $\frac{3f}{2nc}$ zu 1. Hieraus bekomt man, indem die Kugel durch den unendlich kleinen Raum dx weiter hinein dringt, dieſe Æquation

$$dv = - \frac{3fdx}{2nc}.$$

und alſo $v = b - \frac{3fx}{2nc}$. Die Kugel fährt aber ſo lange fort, weiter hinein zu dringen, bis ſie ihre Bewegung gänzlich verlohren, das iſt bis $v = o$. Wenn dahero die Tiefe des Lochs, welches die Kugel durch ihre Bewegung in dem Wall zu verurſachen vermögend iſt, geſetzt wird $= a$, ſo bekommt man dieſe Vergleichung

$$b = \frac{3af}{2nc} \text{ oder } a = \frac{2ncb}{3f}.$$

Dieſe Tiefe iſt alſo wie das Gewicht der Kugel und das Quadrat ihrer Geſchwindigkeit mit einander multipliciret, und durch das Quadrat des Diameters der Kugel nebſt der Feſtigkeit des Walls dividirt. Wenn alſo gleiche Kugeln in eben denſelben Wall geſchoſſen wer-

werden, ſo verhält ſich die Tiefe der Löcher, wie die Quadrate ihrer Geſchwindigkeit. Da nun dieſes durch die Erfahrung beſtätiget worden, ſo folgt daraus, daß auch unſere Gründe, woraus dieſer Schluß gemacht worden, richtig ſeyn müſſen. Wir ſehen aber daraus ferner, daß wenn ungleich groſſe Kugeln, welche jedoch aus einerley Materie beſtehen, mit gleicher Geſchwindigkeit gegen eben denſelben Wall geſchoſſen werden, die Tiefe der Löcher dem Diameter der Kugel proportional ſeyn müſſe. Alſo daß gröſſere Kugeln unter einerley Umſtänden in dem Wall nicht nur gröſſere Oefnungen machen, ſondern auch tiefer hineindringen werden. Wenn aber hinwiederum aus der Erfahrung die Tiefe, auf welche eine gegebene Kugel mit einer bekannten Geſchwindigkeit in einen Wall hinein gedrungen, gefunden worden; ſo kann man daraus die Gröſſe f, wodurch die Feſtigkeit der Materie des Walls angezeigt wird, beſtimmen, und ſolchergeſtalt kann man durch die Erfahrung die Feſtigkeit aller verſchiedenen Materien, woraus die Wälle immer beſtehen mögen, untereinander vergleichen.

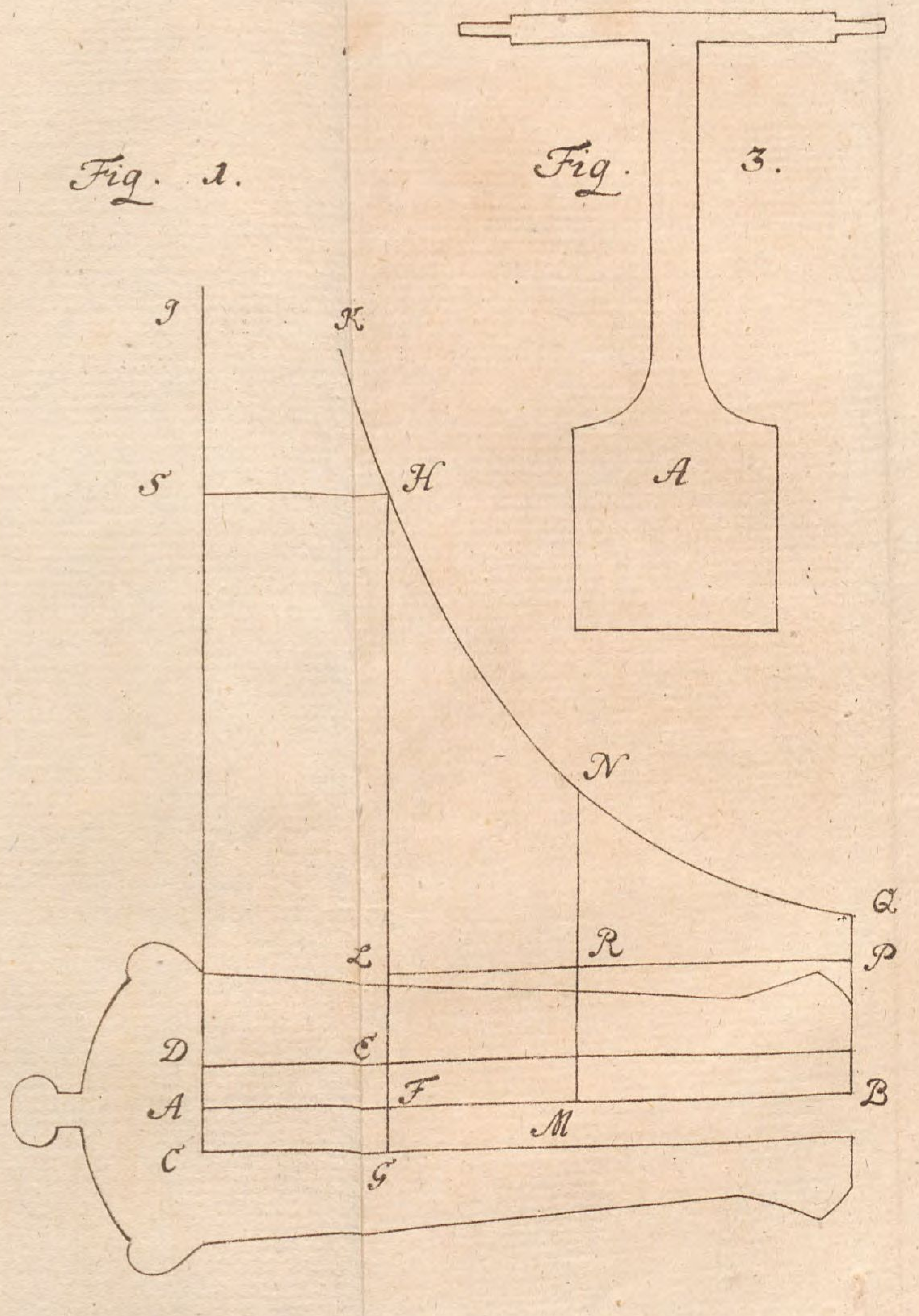
Der Autor hat ſeine Kugeln gegen einen Bloch aus Ulmenbäumen Holtz geſchoſſen, und dahero können wir den Werth des Buchſtabens f für Ulmenbäumen Holtz beſtimmen. Die Kugel hielt $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter, dahero war $c = 0,0625$ Engl. Schuh, und da die Kugel von Bley geweſen, ſo war $n = 11,35$. Hernach hatte die Kugel eine Geſchwindigkeit von 1700 Schuhen in einer Secunde, dahero wird $b = 44900$ Engl. Schuh, und endlich drung die Kugel 5 Zoll tief, das iſt 0, 4166 Schuh in das Holz hinein. Hieraus findet man aus der Æquation $f = \frac{2ncb}{3a}$, dieſen Werth:

$f =$

$$f = \frac{22,7 \,.\, 0,0625 \,.\, 44900}{1,25} = 50960.$$

Dieſes iſt alſo der Werth des Buchſtabens f für Ulmenbäumen Holz, aus welchem man in allen Fällen, wie tief eine jede Kugel hinein zu dringen vermögend iſt, beſtimmen kann. Damit man aber die Feſtigkeit dieſes Holzes mit der Feſtigkeit eines erdenen Walls vergleichen könne; ſo wollen wir ſetzen, daß eine halbe Carthaunen-Kugel mit voller Ladung in einen ſolchen Wall 15 Schuh tief hinein dringe. Weil dieſe Kugel von Eiſen, ſo iſt $n = 7,82$, und der Diameter der Kugel iſt $c = 0,46$ engl. Schuh. Die Geſchwindigkeit dieſer Kugel, womit dieſelbe den Wall erreichet, mag ungefehr 1300 Schuh in einer Secunde austragen, und da wird $b = 27800$. Weil nun $a = 15$ Schuh, ſo wird $f = 4441$. Folglich verhält ſich die Feſtigkeit des Ulmenbäumen Holzes zur Feſtigkeit eines Erdenen Walls ungefehr wie 11 zu 1. Und auf dieſe Art könnte man die Feſtigkeit aller andern Materien mit einander vergleichen, wenn darüber ſolche Verſuche angeſtellet würden.

Tab. I.



Tab. II.

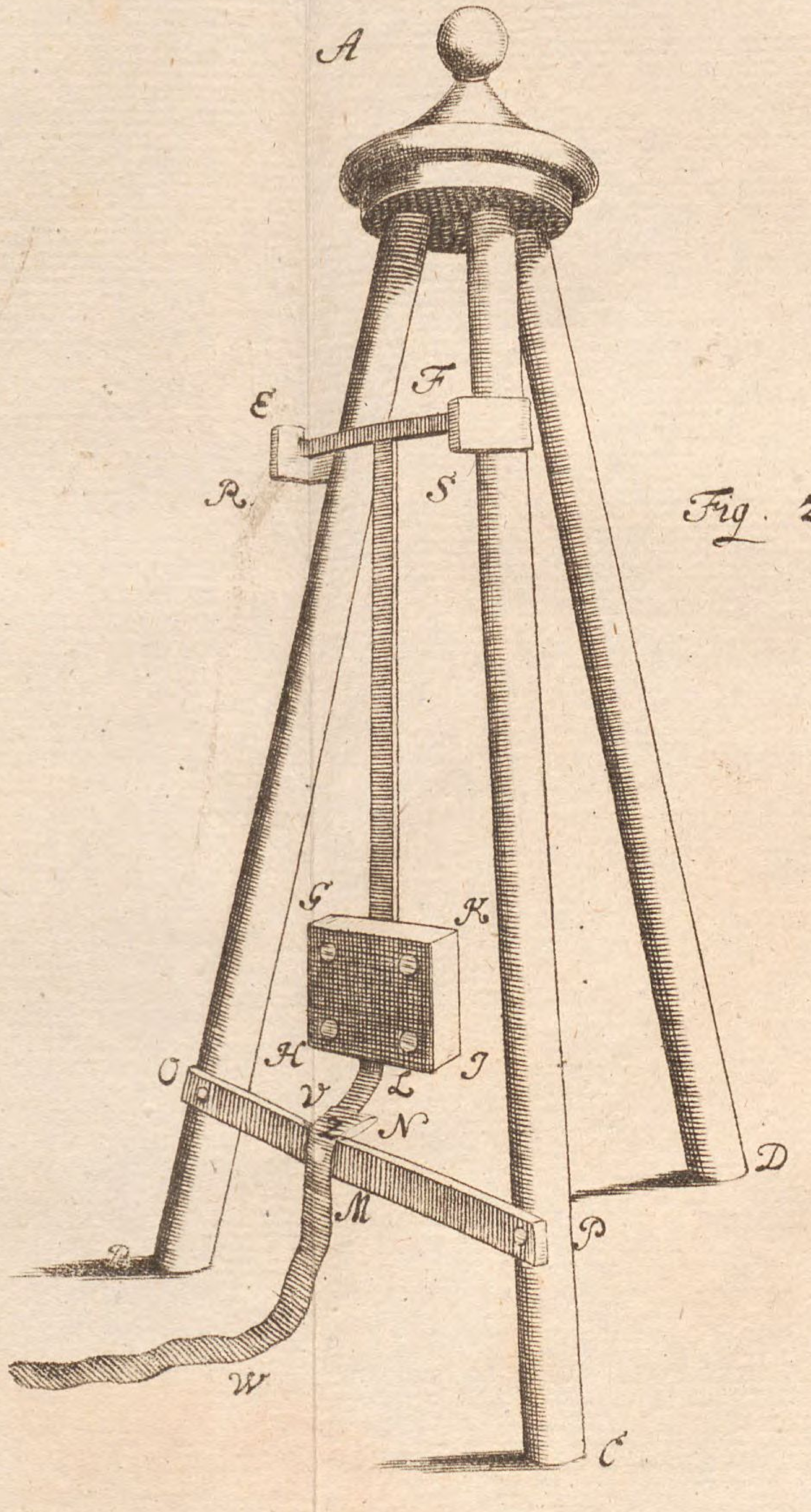


Fig. 2.

Tab. III.

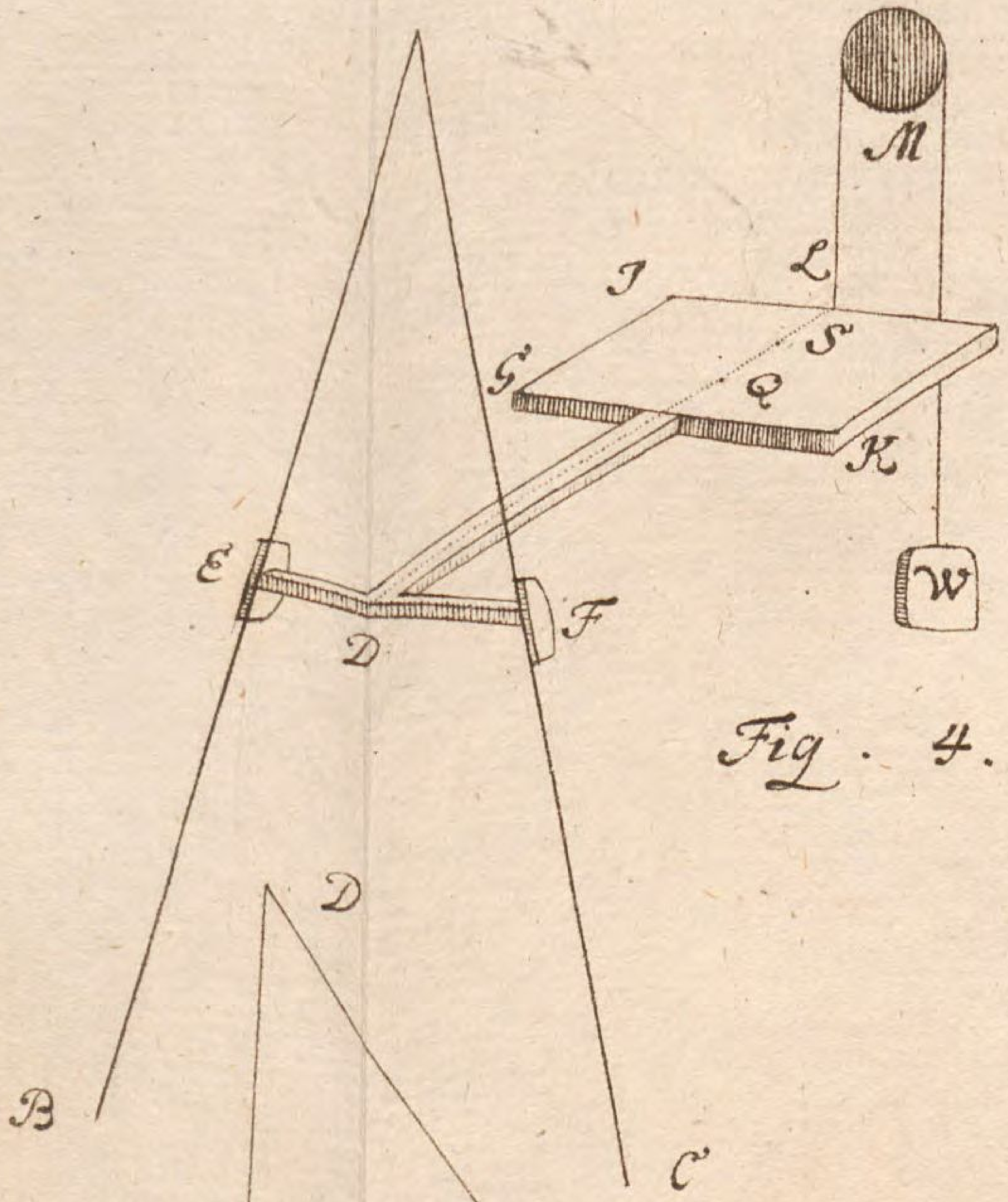


Fig. 4.

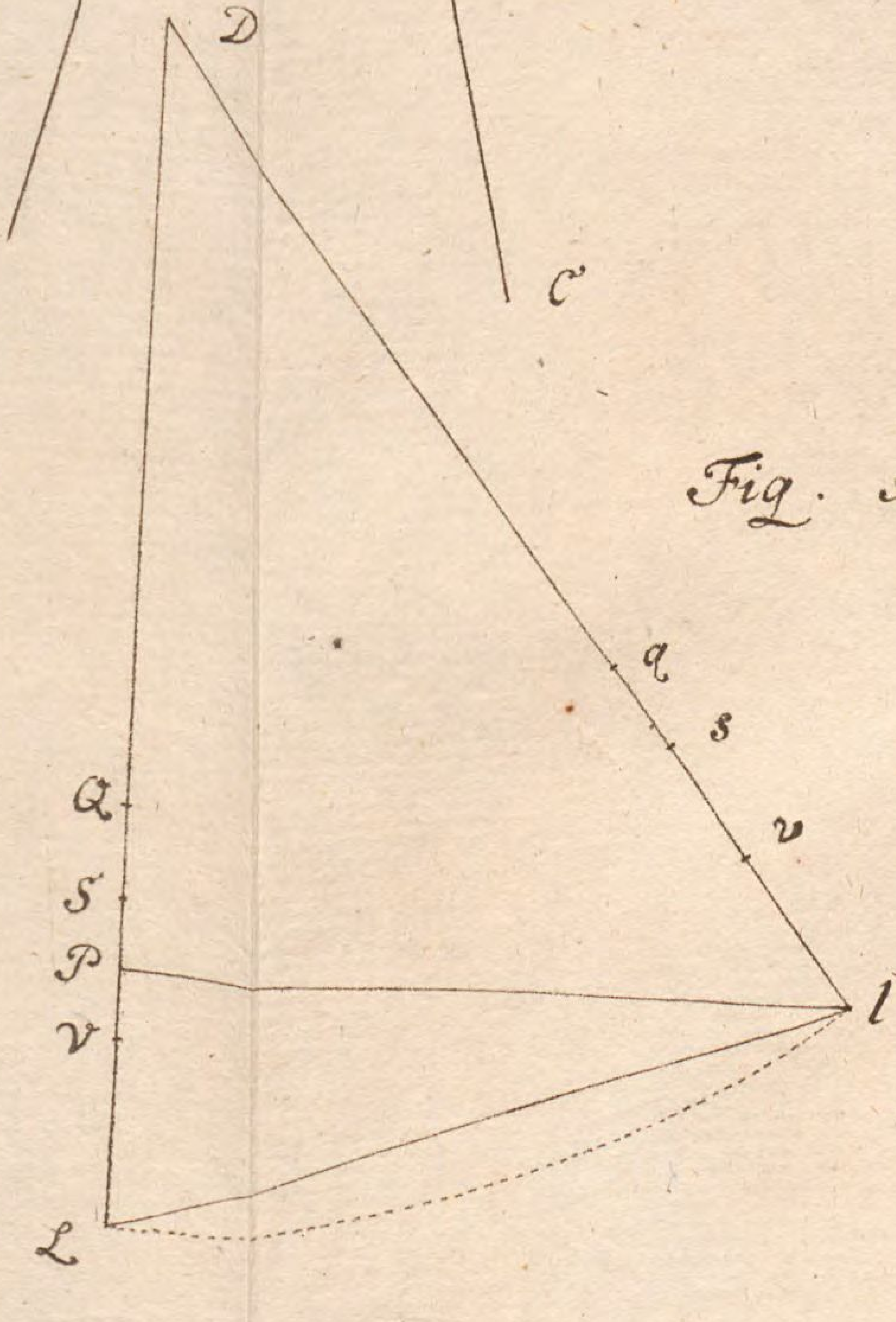
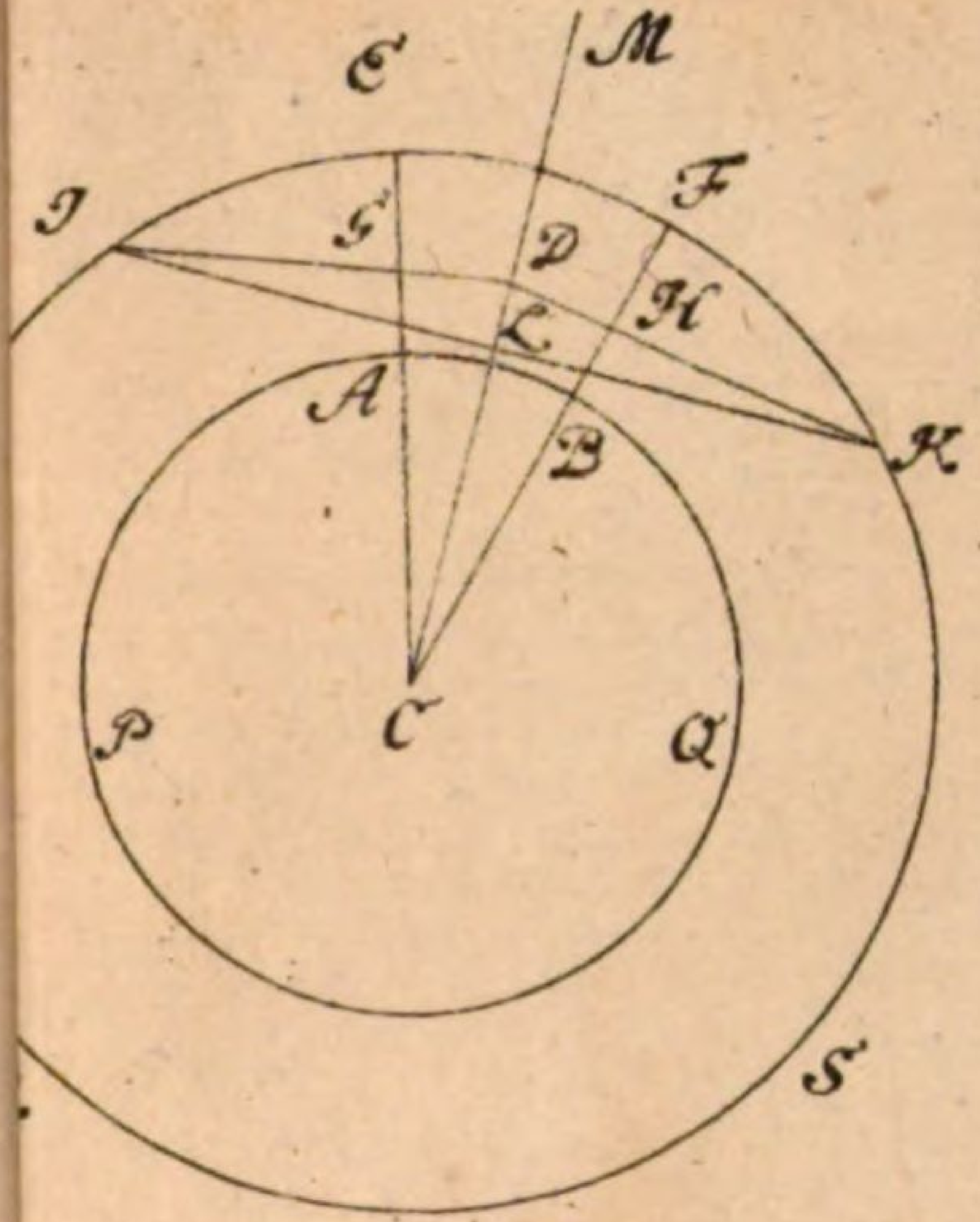


Fig. 5.



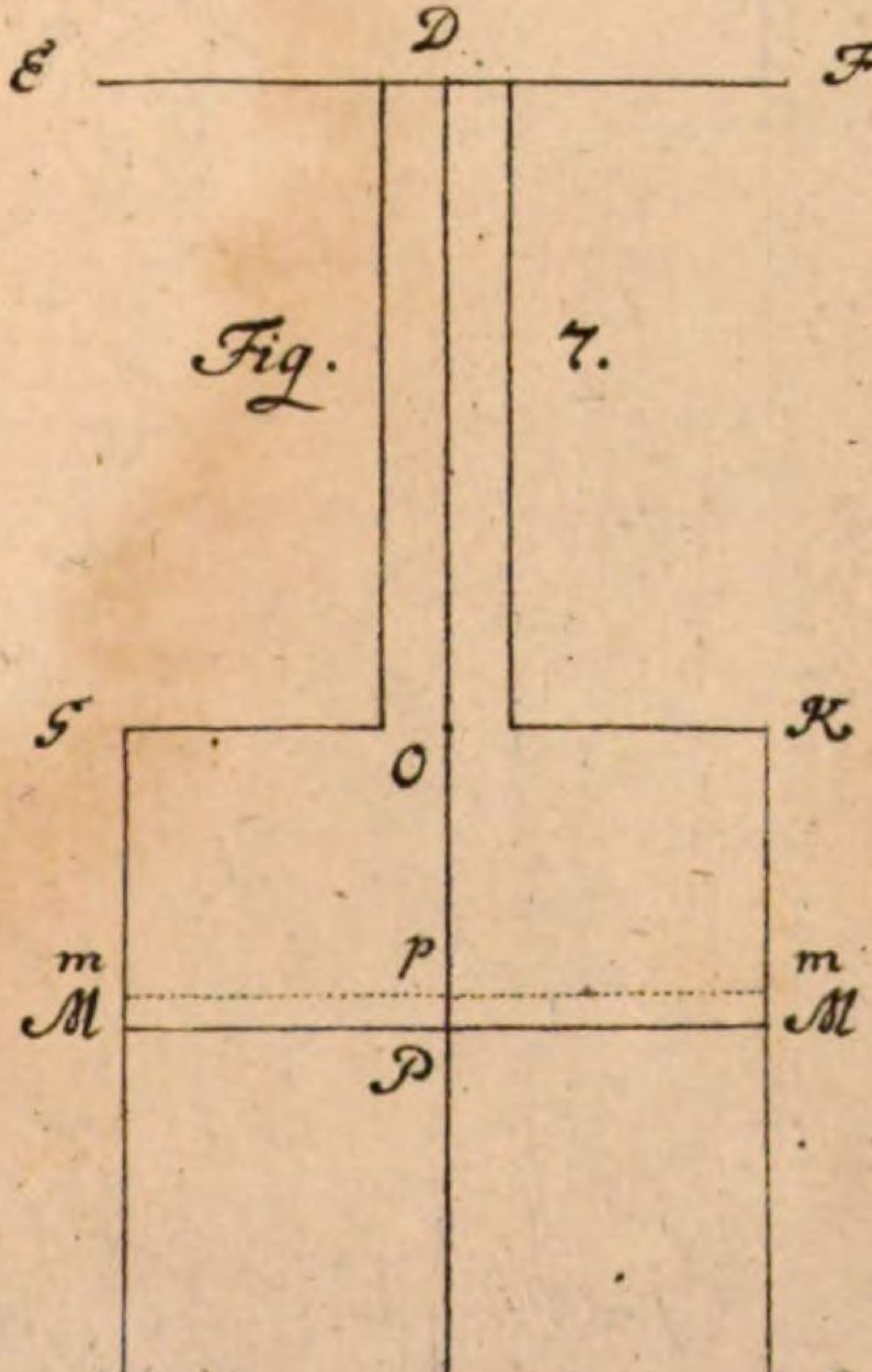


Fig. 7.

Tab. V.

Fig. 9.

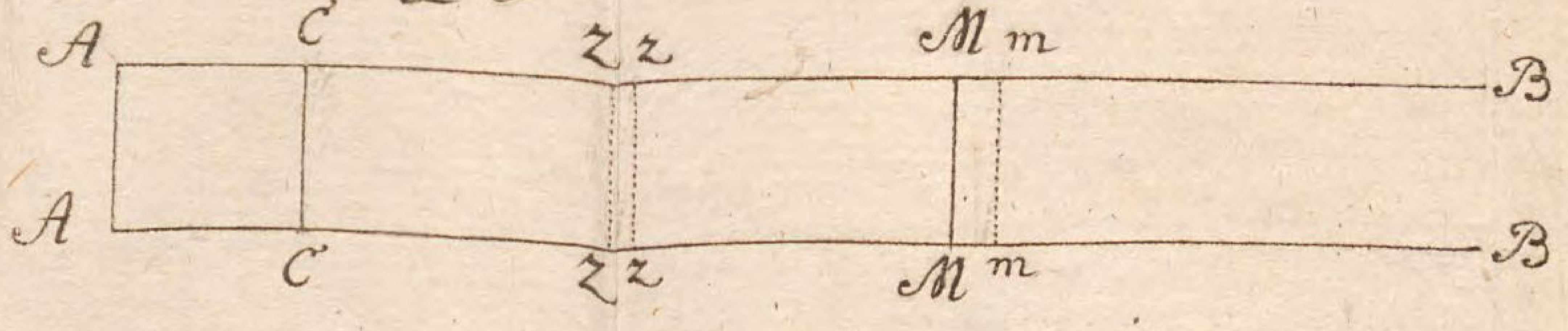
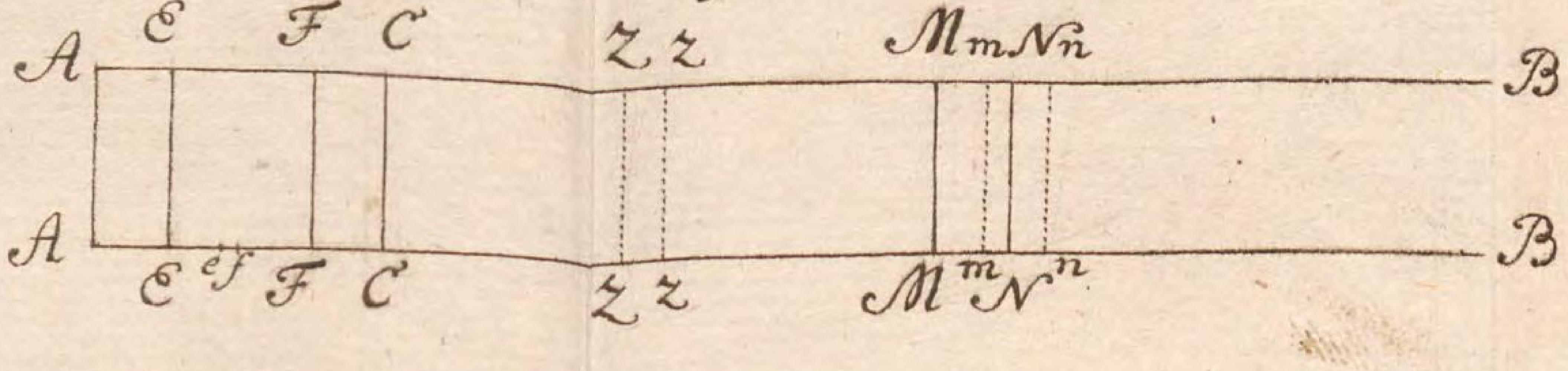


Fig. 10.



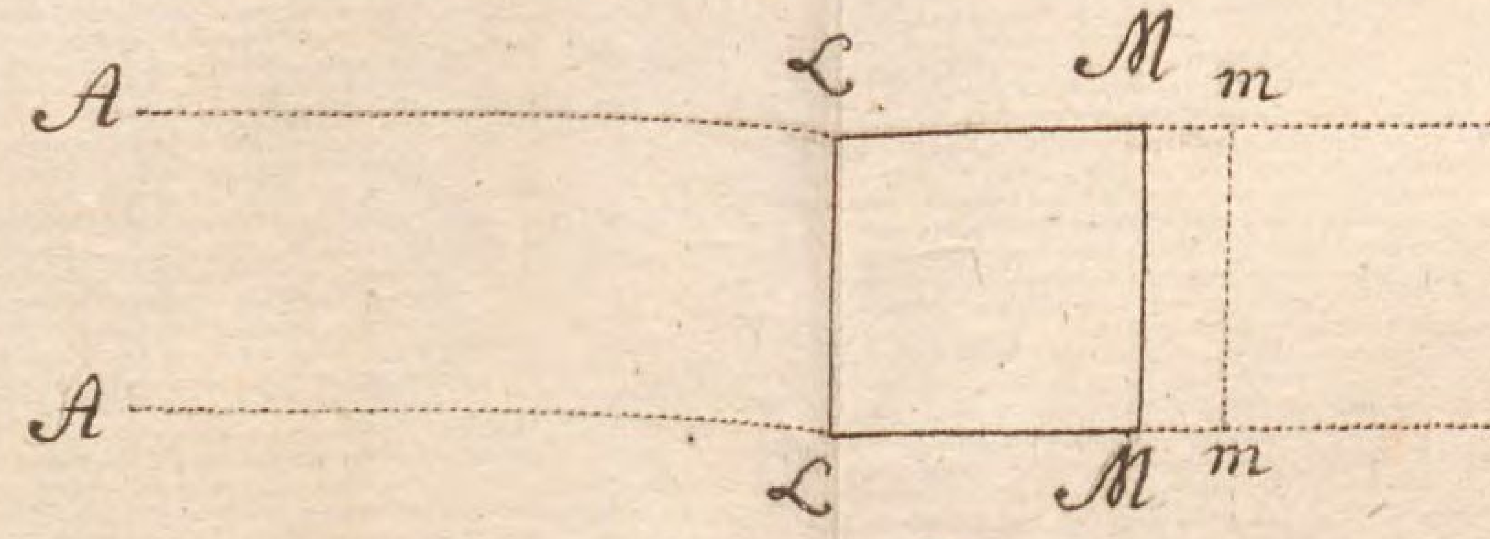


Fig. 11.

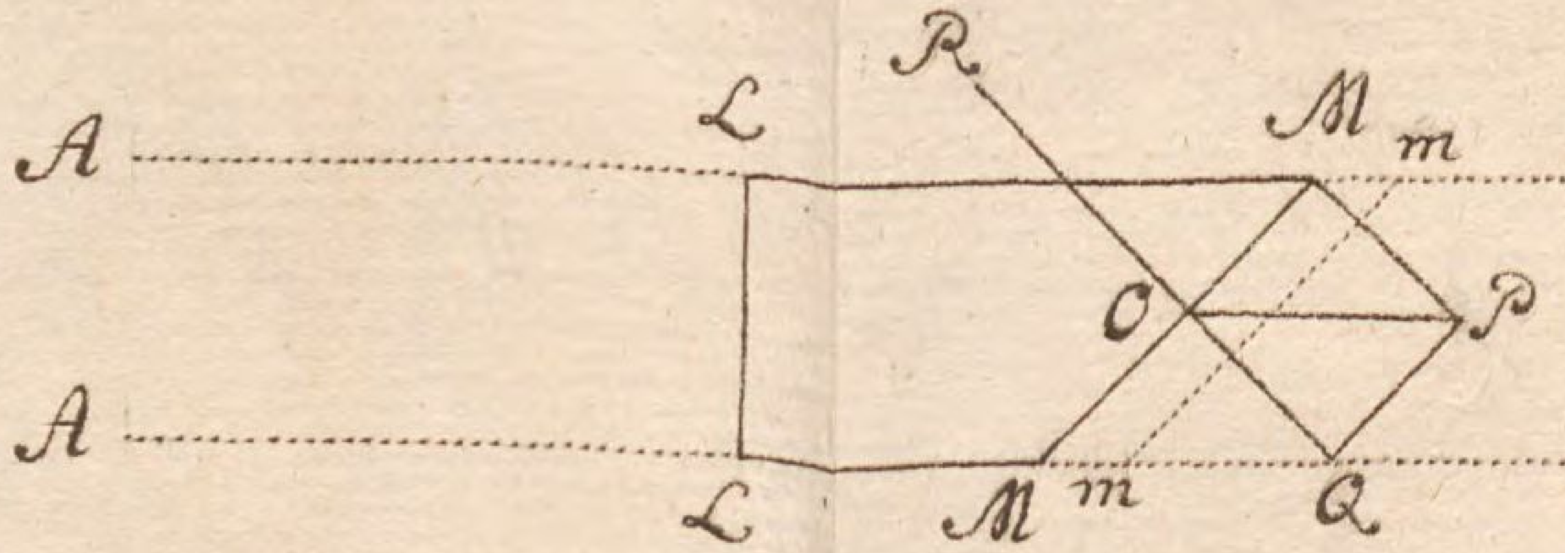


Fig. 12.

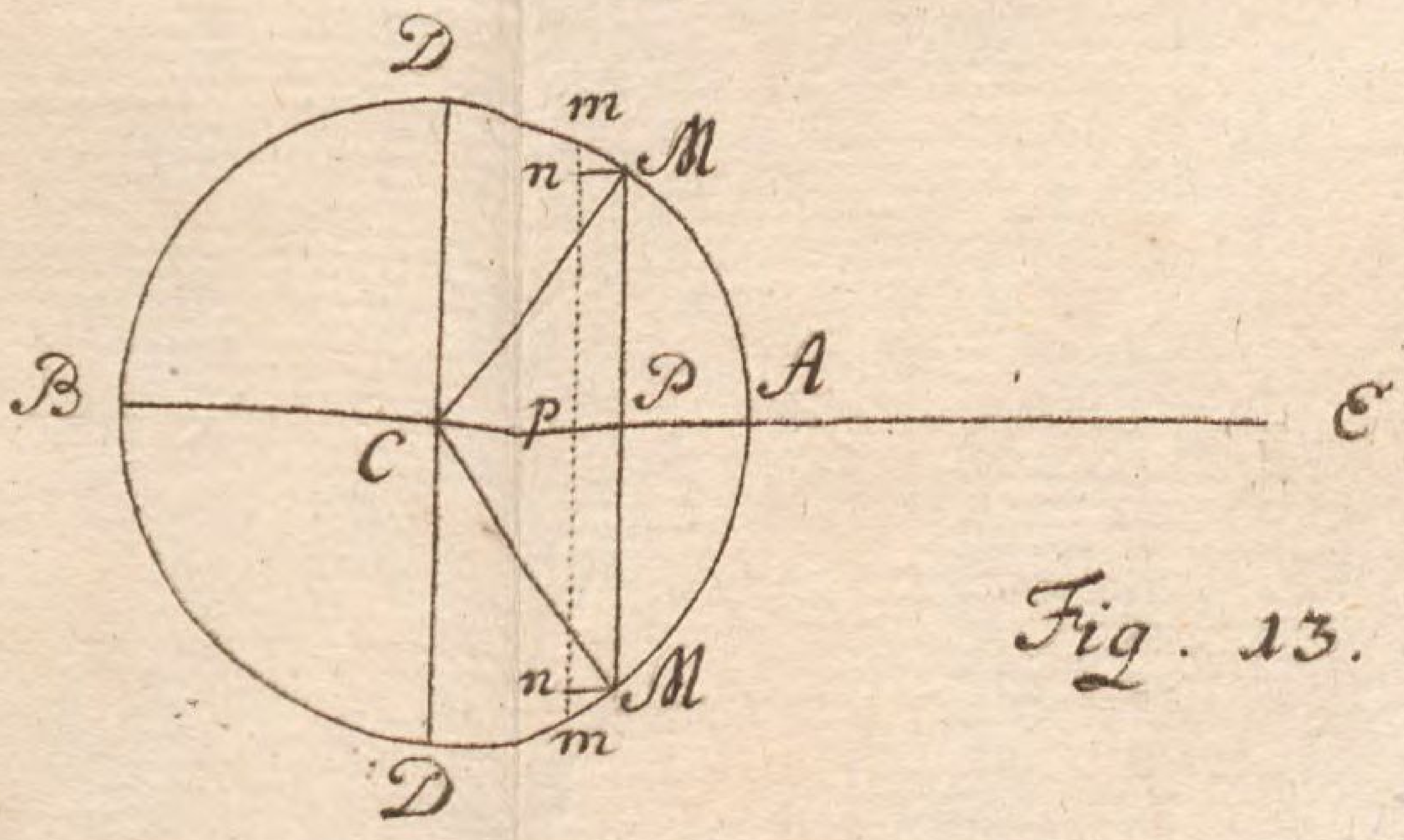


Fig. 13.

Tab. VII.

Fig. 18.

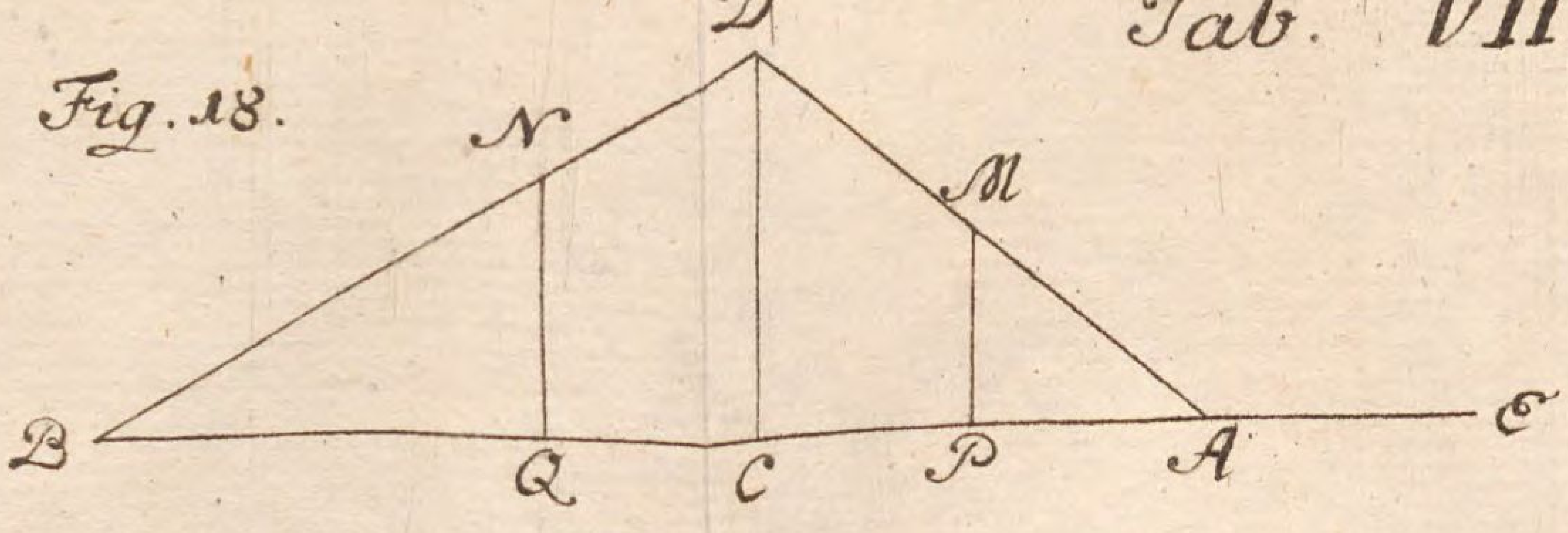


Fig. 19.

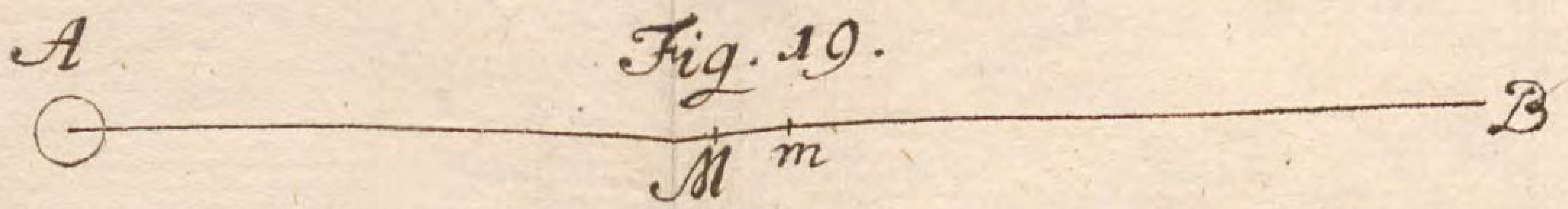


Fig 21

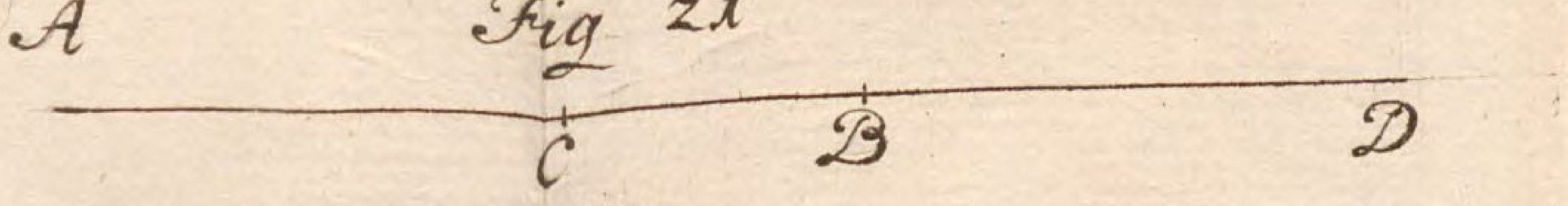


Fig. 20.

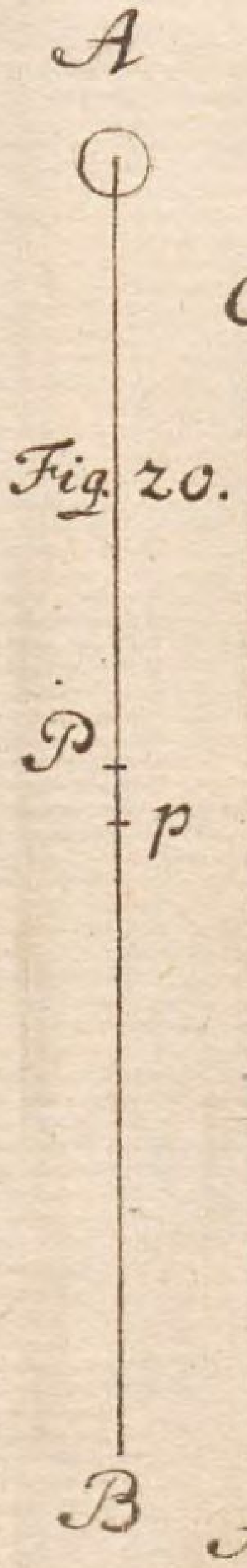
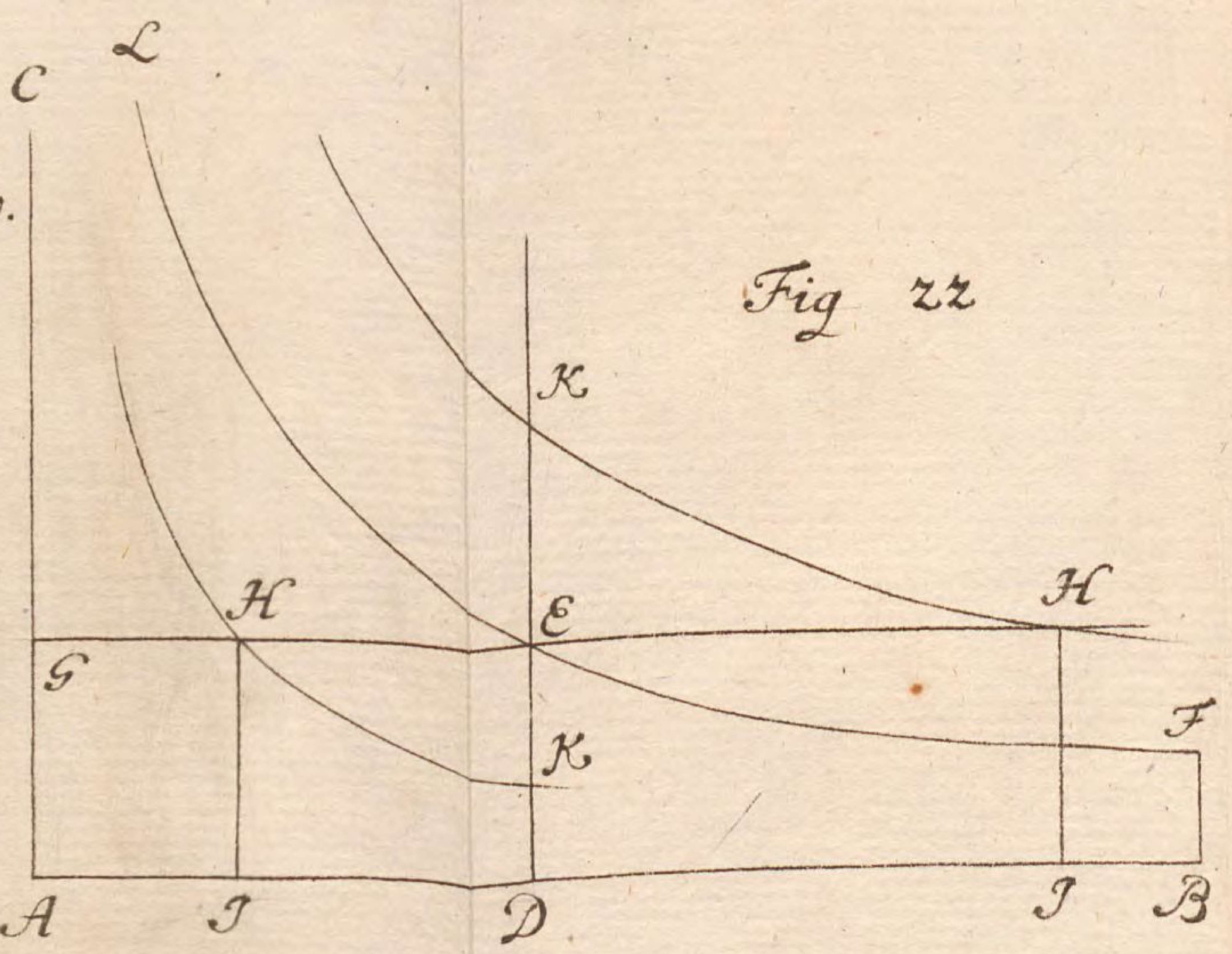
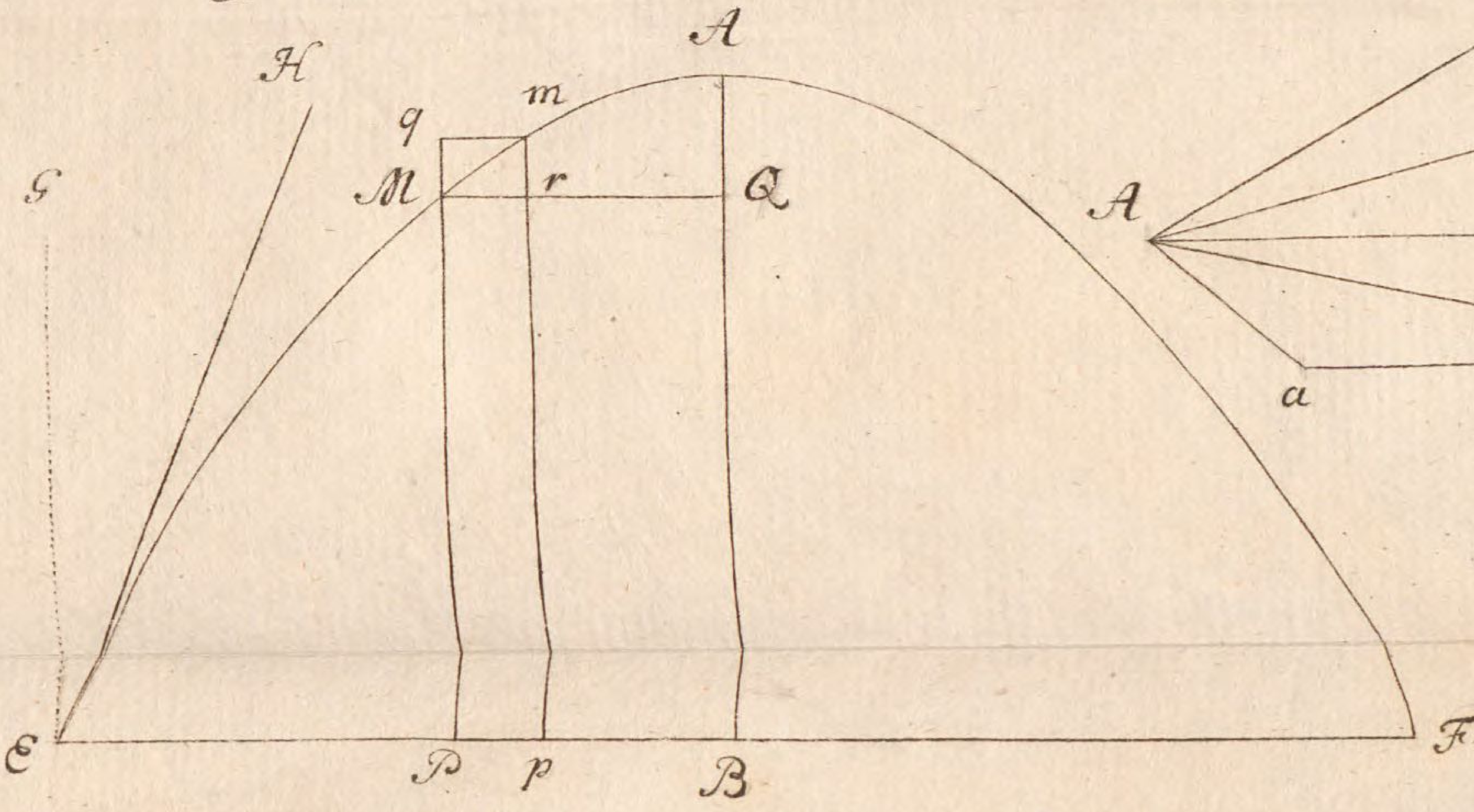


Fig 22



Tab. VIII.

Fig. 23.



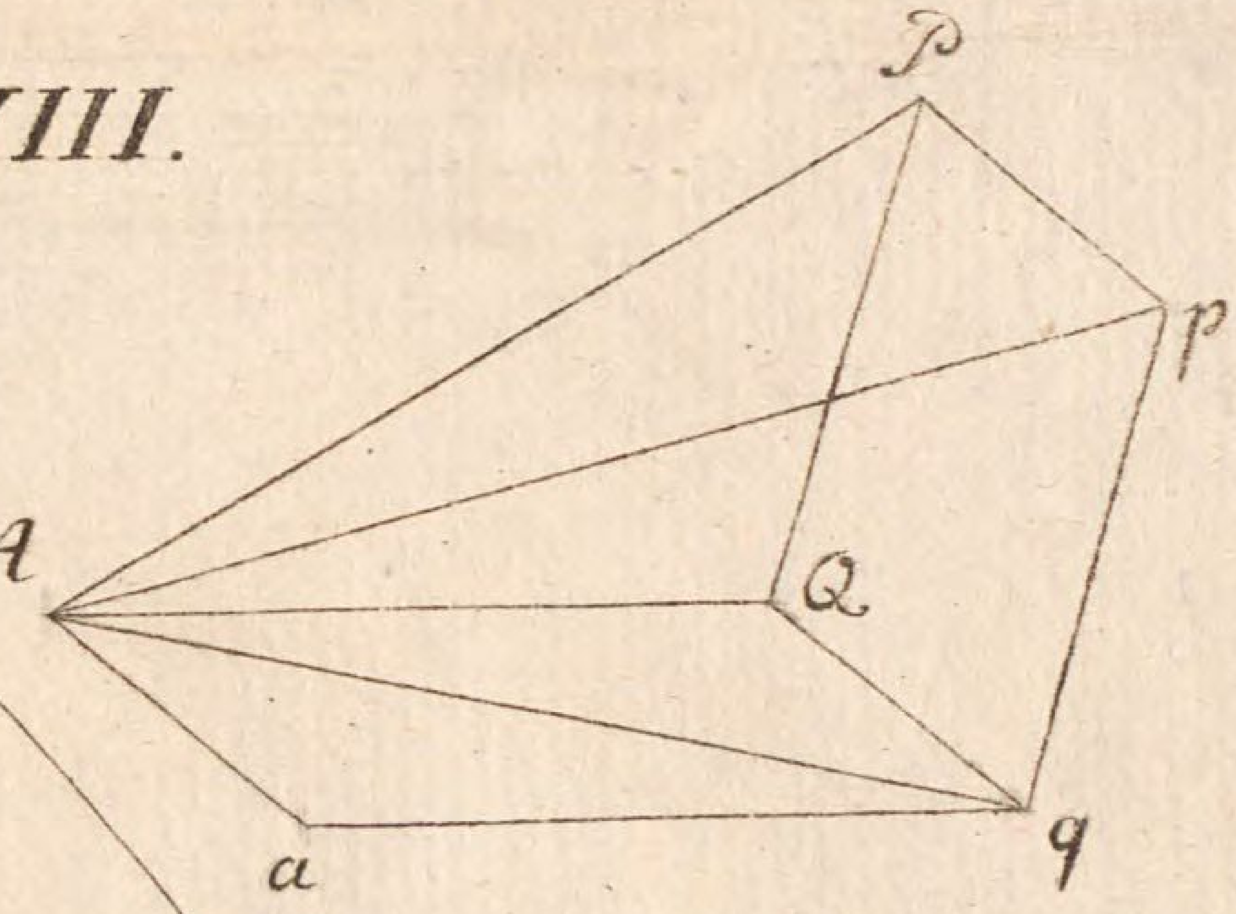
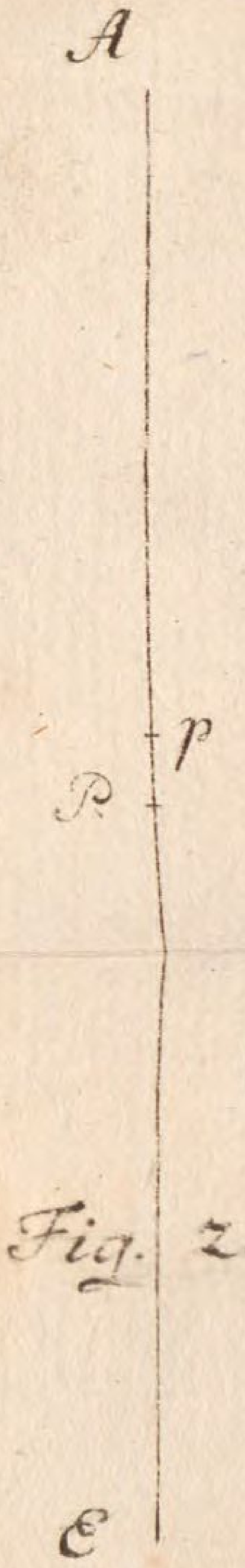


Fig. 26.

Fig. 25.



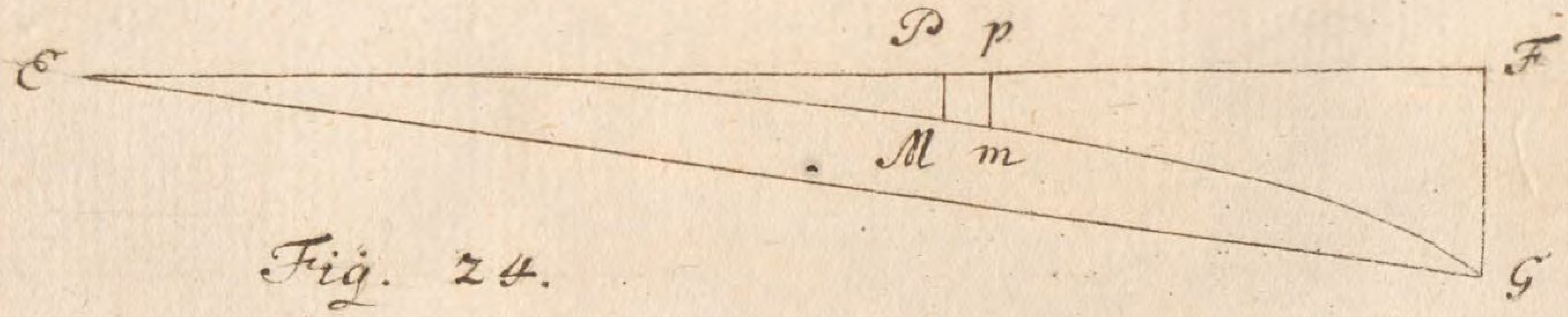


Fig. 24.

Tab. VIII.

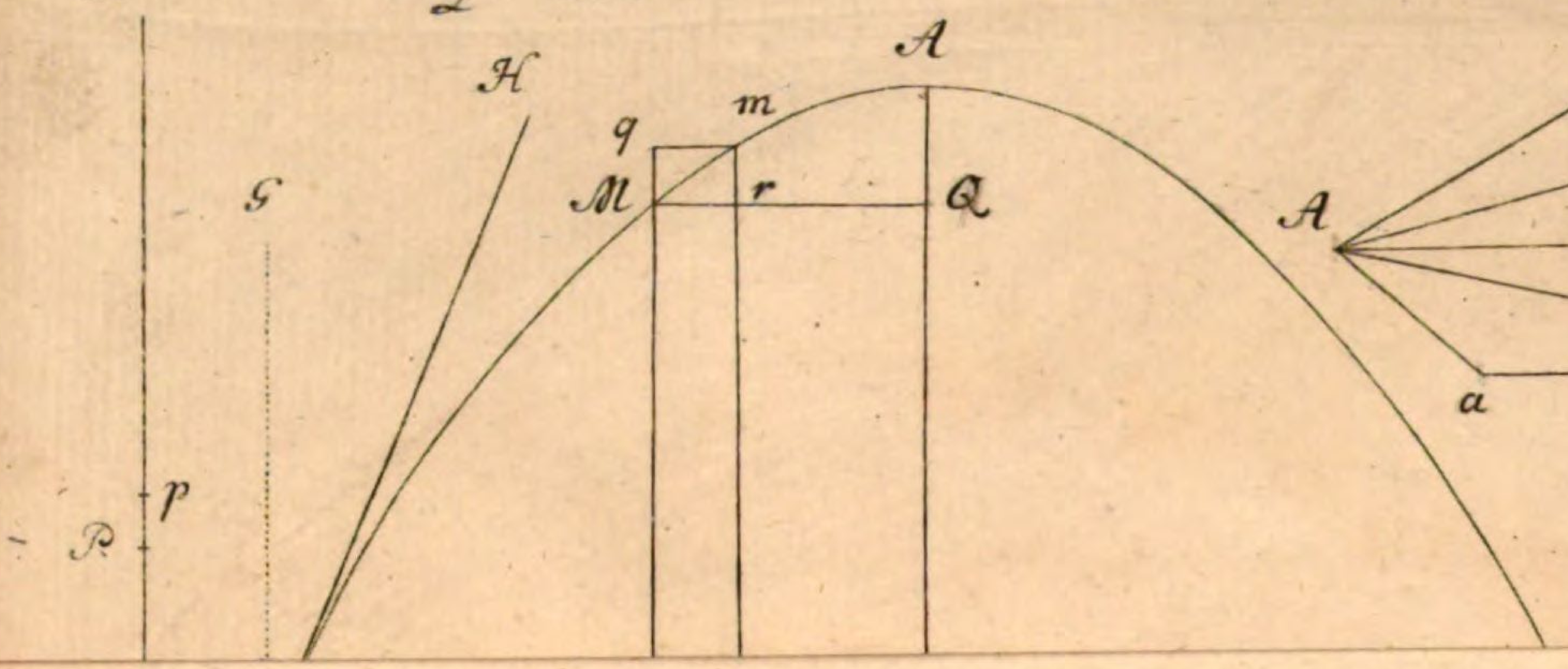


Fig. 23.

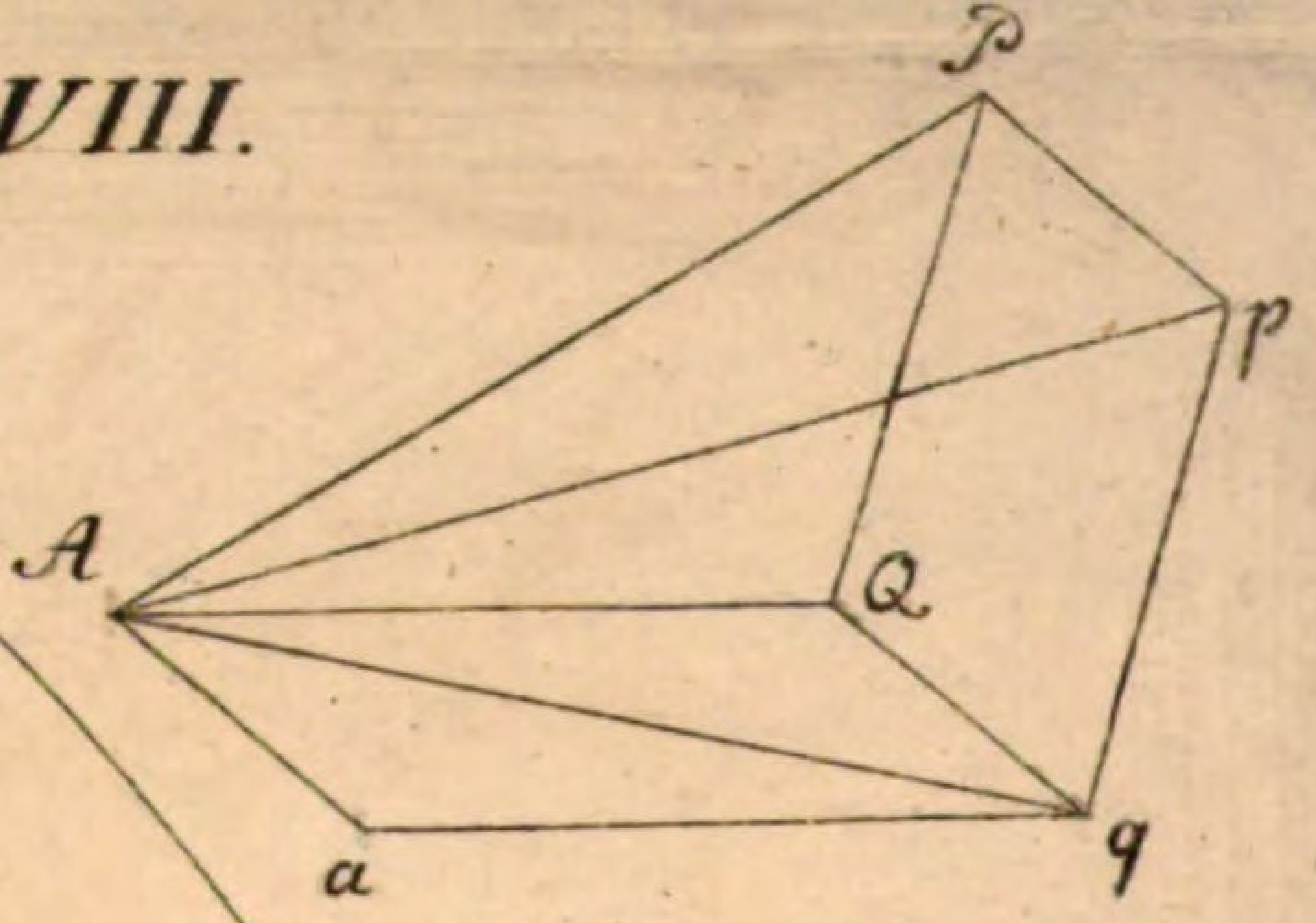


Fig. 26.

8.L.

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Robins, Benjamin, / Euler, Leonhard / Haude, Ambrosius,

Neue Grundsätze der Artillerie enthaltend die Bestimmung der Gewalt des Pulvers nebst einer Untersuchung über den Unterscheid des Wiederstands der Luft in schnellen und langsamen Bewegungen

Berlin 1745

App.mil. 113
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10256003-9
VD18 11364106